ESTEREOTOMÍA

DE LA

PIEDRA

POR

Antonio Rovira y Rabassa
ARQUITECTO
Académico de la de Bellas Artes de Barcelona y Catedrático
de las
Asignaturas de Sombras, Perspectiva, Gnomónica y Estereotomía
en la Escuela Superior de Arquitectura
de la misma Ciudad



BARCELONA

LIBRERÍA Y ESTAMPERÍA ARTÍSTICA
Calle de Fernando VII, núm. 33
1899

Barcelona: Imprenta de la Casa Provincial de Caridad

SEGUNDA PARTE

BÓVEDAS COMPUESTAS

Y

ESCALERAS

CAPÍTULO PRIMERO

BÓVEDAS PLANAS

1. Cuando el espacio que hay que cubrir se cierra superiormente por una bóveda tal, que su superficie de intradós sea *plana*, entonces es cuando se da esta denominación á la misma.

En rigor su estudio vendría precisamente indicado, y estaría en su lugar dentro las bóvedas simples, por ser una sola la superficie que constituye el mencionado intradós, mas atendido que se emplea muchas veces para cubrir varios espacios combinados formando pasajes ó galerías que se cortan, siendo más de uno los recintos que hay que cubrir, aunque se recurre para esto á un solo plano; es por lo mismo y por la particularidad de ser compuestas las piedras de ángulo, que se han colocado para su exposición en la primera línea de las compuestas.

2. Las bóvedas planas dependen de la forma de su planta y de la clase de despiezo empleado.

Con respecto á la planta:

- Planta simplemente rectangular, formando un sencillo pasaje.
- Planta formada por el cruce de dos galerías.
- Planta cerrada, dependiente del polígono que forman los muros de recinto.
- Planta abierta, adoptando el sistema de aparejo de la cerrada, ó, lo que es lo mismo, cuando la bóveda está sostenida por simples pilastras.
- Planta circular.

Con respecto á sus juntas { Con juntas alternadas. / Con juntas aparentes seguidas.

3. Cuando se trate de un simple pasaje rectangular, la bóveda es sumamente sencilla, pues basta concebir un arco adintelado con sus dovelas de despiezo, imprimiéndole luego un movimiento de traslación paralelamente siempre á sí mismo y en una dirección perpendicular al plano de paramento de dicho dintel, hasta haber recorrido toda la longitud del pasaje ó galería.

Procédase luego á cortar por planos de juntas discontinuas cada una de las hiladas continuas descritas por las primitivas dovelas en el movimiento antedicho.

En este supuesto, bien podemos considerar el pasaje así formado, como si fuese un cañón seguido de flecha ó montea nula, mas modificando las juntas continuas, pues siendo infinito el radio de curvatura de la sección recta, resultarán paralelas y verticales dichas juntas; lo cual constituiría imposibilidad manifiesta para que tuviera lugar el recíproco aguante en el espacio, habiendo, por lo tanto, de dirigir dichas líneas de junta continuas de modo que concurran todas hacia una misma recta, que es el eje de juntas, prescindiendo por esta razón de su normalidad con respecto al plano de intradós. Aquí serán pertinentes todas las observaciones y detalles que se expusieron al hablar de los dinteles en el párrafo 242 de la primera parte de este tratado.

BÓVEDA PLANA
en el cruce de dos galerías

4. Se suponen dos galerías que se cortan en ángulo recto, ambas iguales (Lám. 1.ª, Fig. 1.ª) y de ejes respectivos *A - A, B - B*. La sección recta de la primera está rebatida en el rectángulo *C D E F*, y en ella se efectúa el despiezo tal como si fuese un arco adintelado, cuyo grueso está comprendido entre los planos horizontales *D E, G H*. Los planos de junta que parten de los puntos *a, b*..... etc. cortan al plano de

intradós, según las líneas de junta continuas $a' a''$, $b' b''$..... etc ; mas como los planos de junta de la segunda galería nos darían análogamente las líneas de intradós $a''' a''$, $b''' b''$..... etc., formándose en ellos los ángulos que afectarán á las dovelas compuestas que han de formar parte de los dos pasajes, será evidente que los vértices de estos ángulos vendrán á situarse en una sola recta, que no será otra que la diagonal *e d* del cuadrado formado por el cruce de las líneas de arranque.

Si consideramos ahora las juntas en toda su altura, tales como las *b n*, *a p*, éstas cortarán al plano del extradós, según las rectas $p - p' p''$, $n - n' n''$..... etc., del mismo modo que los planos de junta del pasaje *B - B*, nos darán en la proyección horizontal las $p''' p''$, $n''' n''$..... etc., y dos á dos, estas líneas de extradós también se cortarán en los puntos p'', n'', m''..... etc., situados del mismo modo en la diagonal *d e*.

Combinemos ahora las juntas del mismo orden en los dos pasajes, esto es, la primera del *B* con la primera del *A*, 2.ª con 2.ª, 3.ª con 3.ª, así irán cortándose sucesivamente dándonos en $p'' a''$, $n'' b''$, $m'' c''$ las intersecciones en donde quedan interrumpidas estas juntas al cortarse.

Se concibe ahora que todas estas operaciones se reproducirán en los otros tres ángulos de la planta. Se procederá luego al trazado de juntas alternadas, echando mano de una serie de planos verticales paralelos á los paramentos ó secciones rectas de las galerías, y así tendremos las *K l*, *j k*, *x z*, *v u*..... etc., cuidando solamente que las que correspondan á las dovelas de ángulo, tales como *x z*, *K l*, no estén á mucha distancia del vértice, y á fin de que los ramales de la pieza no sean demasiado considerables, y así no resulte la dovela de un volumen exagerado. Llevando así este despiezo, aparecerá la clave de la bóveda en forma de cruz, tal como indica la figura de la planta.

Labrado. Como quiera que una dovela intermedia de esta bóveda es análoga á la que corresponde á un dintel cualquiera de cuyo labrado ya se ha hecho mención al tratar de los arcos adintelados, nos fijaremos en una piedra de ángulo tal como la que corresponde, por ejemplo, al ángulo 1-4-3, y á este efecto se circunscribirá á la proyección horizontal de la piedra el cuadrado ó rectángulo 1-4-3-2, tomándolo como á base de un prisma auxiliar cuya altura sea la separación de los planos horizontales *D E, G H*, teniendo ya indicado este primer prisma en la fig. 2.ª La cara vertical

del mismo 1-1'-2'-2 representa el plano de junta discontinua que en la proyección horizontal está señalado por su traza 1 ψ, y bajo este concepto colocaremos ya en él la plantilla α que ya desde luego tenemos en verdadera magnitud en el plano de proyección vertical. Del propio modo en la cara 2-2'-3'-3 se dispondrá la plantilla β, que es precisamente igual á la anterior α puesto que aquí hemos considerado iguales las dos galerías. Se comprende ya desde luego que estas dos plantillas, al colocarlas, se orillarán cada una de ellas, de modo que los vértices 1, 3 coincidan precisamente con los vértices inferiores del paralelepípedo auxiliar, del propio modo que las líneas inferiores 1 q, 3 q' coincidan con las aristas 1-2, 3-2 inferiores del paralelepípedo referido.

Tracemos ahora desde luego por los puntos s, ψ las líneas $s\ r$, $\psi\ \varphi'$ paralelas á 1'-4', mientras que por la otra parte por los puntos t, π' otras dos rectas paralelas á la recta 3'-4', y al encontrarse dos á dos, nos darán el polígono $\psi\ \varphi'\ \pi'\ t\ r\ s$ que será el extradós de la piedra, constituyendo una plantilla, cual también hubiéramos podido deducir de la proyección horizontal.

Desde luego las rectas $r\ s$, s 1, 1,-4, nos determinan ya un plano de junta, permitiendo desvastar la parte anterior de la piedra, hasta obtenerlo y unir en seguida r con 4, y así la r-4 será la intersección del ángulo saliente interior, formado por las dos puntas continuas, puesto que la segunda estará ya determinada en r, t, 3-4, con sólo desvastar la parte de la piedra que se oponga á ella.

Las rectas $\psi\ \varphi'$ y $\psi\ \psi'$ darán el plano vertical $\psi\ \psi'\ \varphi\ \varphi'$ y las $\varphi'\ \pi'$, $\pi'\ \pi$ el otro plano vertical $\varphi'\ \pi'$, $\pi\ \varphi$, ambos pertenecientes al ramal del montacaballo, cortándose según la vertical $\varphi\ \varphi'$ que corresponde al recodo ó ángulo entrante.

Se concibe ahora que las rectas $\theta\ \psi'$, $\psi'\ \varphi$, $\varphi\ \pi$ determinarán el plano horizontal de asiento inferior del ramal del montacaballo; lábrese, pues, este plano horizontal, colocándose en él la plantilla que puede deducirse de la proyección horizontal, y colocada que sea, sus líneas interiores, las de las juntas inferiores de las plantillas α, β y las que parten de q y q' respectivamente paralelas, una á la dirección 1-4, y la otra á la dirección 3-4 nos darán los puntos límites de los dos planos de junta inferiores, desvastando en seguida toda la parte excedente que falta para la conclusión de la piedra.

5. En la presente solución hemos supuesto iguales los pasajes, resultando así, que el cruce de las líneas de arranque nos han dado un cuadrado, así como las hiladas de uno de ellos, igual á las del otro, é iguales también las plantillas de las dovelas que correspondían á un mismo orden; por esta razón hemos podido utilizar el patrón α, y emplearlo para el β que pertenecía á la sección recta de la otra galería; mas de ser desiguales estos pasajes, se concibe que las líneas de arranque nos darían un rectángulo, las hiladas serían de anchura distinta al comparar las de un pasaje con respecto al otro, y los patrones de un mismo orden serían del mismo modo desiguales; así pues, en esta suposición α sería distinto de β, y esto obligaría á disponer una nueva proyección vertical para con respecto al paso cuyo eje es *B-B*, dividiendo para su correspondiente despiezo, la línea de intradós de dicho paso *B-B* en el mismo número de partes iguales con que se ha dividido la *D E*, siendo ahora estas partes mayores ó menores que la *D a*, *a b*, *b c*..... etc., según que fuese mayor ó menor la luz del segundo paso con respecto al primero.

BÓVEDA PLANA

(Planta cerrada)

6. Puede emplearse también una bóveda plana para cubrir un espacio cercado, destinado á una sala ó estancia; pero en este caso las líneas de junta continuas conservan la misma dirección que los lados que forman el polígono de la planta, y de modo que las líneas de un mismo orden ó que obedezcan á igual altura van formando sucesivamente figuras semejantes ó concéntricas á la que acompaña la expresada planta. Infiérese de aquí que bóvedas de esta clase pueden ser de muchas variaciones, dependiendo de la forma ó figura especial que afecte el recinto que hay que cubrir.

Escogeremos como ejemplo una planta cuadrada (Figura 3.ª). El cuadrado interior está en *A B D C*, siendo los gruesos de las paredes M', M'', M''', M^{IV}, y la proyección vertical se supone que es el corte ó sección dada por el plano $L'\ T'$ de la planta, y en él está representado el despiezo de un arco

adintelado, evitando los ángulos agudos que forman el encuentro de las juntas de lecho con el intradós.

Insiguiendo lo dicho más arriba, desde los puntos *b″*, *a″*..... etcétera, bajaremos á la proyección horizontal una serie de rectas paralelas entre sí y perpendiculares á *L′ T′*, las cuales *b d*, *k f*..... etc., combinadas con las análogas, *a b*, *g k* que guardan la dirección paralela á *L′ T′*, darán motivo para dibujar los cuadrados *a b d c*, *g k f e*, que representarán las líneas de junta para cada hilada. Igual operación repetida para los puntos de extradós *P*, *M*, *Q*, *N′* nos facilitarán los otros cuadrados ocultos cuyos lados son *p p′*, *m m′*, *q q′*, *n n′*, y ellos indican las intersecciones de los planos de junta con el plano de extradós.

Infiérese ahora que estas juntas se combinan cortándose en los ángulos, según las rectas *k p′*, *b m′*, *B q′*.

Se fraccionará en seguida cada hilada por los planos de juntas alternadas, tales como *x z*, *δ δ′*..... etc., siguiendo con ellas las mismas prescripciones indicadas en la bóveda anterior.

La Fig. 4.ª expresa el labrado de la piedra de ángulo señalada por la parte rayada en el plano horizontal. Se escoge un prisma recto auxiliar, cuya base sea esta proyección horizontal y altura la de la piedra, se echa mano de la plantilla α deducida del plano vertical, colocándose en la disposición α y en la de β en los planos que representan las juntas discontinuas. Ya éstas dispuestas, con su auxilio se aloja la superior γ y la inferior de intradós que se presenta oculta, ambas deducidas del plano horizontal.

Estos cuatro patrones nos guiarán ya para el desvaste de la piedra, efectuando operaciones análogas á las llevadas á cabo en el caso anterior.

7. Si nos fijamos bien en la disposición de las juntas en este caso, y la comparamos con la desarrollada en el caso anterior, observaremos que si dividimos el compartimento (Figura 3.ª) *A B D C*, en los cuatro triángulos *A O B*, *B O D*, *D O C*, *C O A* dos de estos triángulos que contienen la serie de juntas *a b*, *g k*, *c d*, *f e*, paralelas á la dirección *A B*, vendrán cuando la planta sea abierta, conteniendo dichas juntas en la dirección *B D* y viceversa los otros dos triángulos, de modo que hay un completo cambio de alternativa de dichas líneas en la disposición de las dos bóvedas.

Esto hace que en el segundo caso, cada hilada completa y cerrada forma un verdadero anillo que permite pueda cada uno de ellos sostenerse en equilibrio, sin que tengan necesidad para ello de las hiladas superiores, y, por lo tanto, de la clave, propiedad que no reunía el despiezo del caso anterior, en donde las piedras no estaban contrarrestadas hasta tanto que la clave estuviese colocada.

Puede esta notable propiedad hacerse más evidente en la bóveda de planta cerrada (Fig. 3.ª) con sólo unir los puntos *R′*, *z* que son los puntos apoyos extremos, viéndose desde luego al considerar la piedra de que se trata dividida en dos partes *R′ R m′ y z*, *R′ l′ k x z*, que la primera es mucho mayor y carga lo interno ó macizo del muro, dando así seguridades de su estabilidad.

En su virtud, puede utilizarse dicha bóveda, cuando la sala venga sujeta á recibir luz cenital, prescindiendo de la clave é hiladas más adyacentes á ella, para establecer un lucernario.

BÓVEDA PLANA

sobre pilares ó de planta abierta con la disposición del despiezo de la cerrada

8. La notable propiedad de que acabamos de hacer mención en la bóveda anterior, se ha querido aplicar en la bóveda de la Fig. 1.ª, ó sea de planta abierta en el cruce de dos galerías. Puede al efecto conseguirse la resolución fácilmente, teniendo á la vista la Fig. 5.ª En las embocaduras de las galerías al formar el cuadrado, constrúyanse cuatro dinteles proyectados horizontalmente en los rectángulos *C F H B*, *E F R Q*, *I P R M*, *M K D C*, todos iguales y dos de ellos, los de frente, proyectados verticalmente en la Figura 6.ª; éstos ahora harán el oficio de muros en donde se podrá fácilmente estribar la bóveda plana, llevada con el mis-

mo despiezo de la Fig. 3.ª, conforme demuestra la sección (Fig. 7.ª) dada según la línea *a b* de la planta.

Como quiera que todo el primer anillo cargará directamente en el grueso de las piezas adinteladas, convendrá que las dovelas vayan armadas de redientes para aumentar su resistencia de apoyo, como indica dicha Fig. 6.ª, así como la doble piedra puesta en perspectiva en la Fig. 8.ª, explicativa de los enlaces de las dovelas α y β.

Es tanto más ventajosa esta disposición, en cuanto que hasta podría prescindirse de dichas dos galerías, quedando tan sólo los puntos de apoyo expresados en los cuatro pilares de ángulo *BCDA*, *EGHF*, *NQRP*, *MIJK*, calculando, por lo tanto, el grueso de los mismos para que prestaran garantía de verdadera solidez; esto en el caso de convenir ó ser un pie forzado, la construcción de una bóveda que cumpliera con estos requisitos.

9. En general las bóvedas planas son muy dispendiosas, pues en virtud del gran empuje que ejercen sobre los muros, obligan que los gruesos de estos últimos, sean en extremo considerables. En virtud de lo anteriormente expuesto, se comprenderá que dicho empuje será menor en las plantas cerradas que en las abiertas, y aún en las primeras dicho esfuerzo irá disminuyendo á medida que el número de lados del polígono de la planta vaya aumentando; así, cuando la planta es exagonal, el empuje será menor que la cuadrada y rectangular, y cuando sea circular aun será mucho menór.

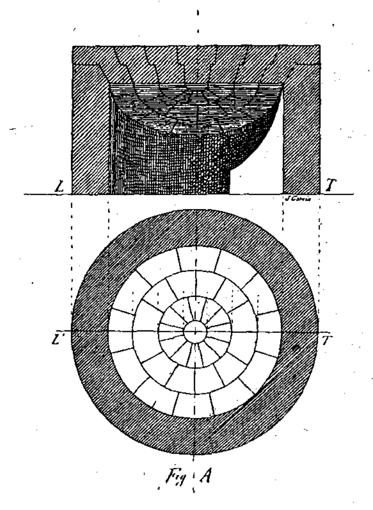


Fig. A

En este último caso presentado en la Fig. *A* las juntas serán cónicas, por tener las líneas de hilada la forma circular concéntricas con el de la planta.

BÓVEDA PLÁNA

Sistema de Mr. Abeille

(Juntas no seguidas ó que aparecen no alternadas en el intradós)

10. El intradós de esta bóveda plana está aparejado de tal modo, que las líneas de junta dividen dicho intradós por medio de una red de cuadrados del mismo modo y tal como vienen dispuestos en una cuadrícula, tablero de damas ó ajedrez. Dicha disposición demuestra gran ingenio y pericia en su autor, el cual se inspiró en el sistema adoptado por Serlio, para la construcción de los techos de su invención, echando mano solamente de maderos cojos (*), y si bien por lo que tras-

(*) Sebastián Serlio, arquitecto, pintor y grabador, vió la luz primera en la ciudad de Bolonia el año 1475 y murió en Fontainebleau en 1552. Su padre, célebre pintor, le inició en el sublime arte de la pintura, en donde cosechó grandes éxitos al lado del autor de sus días; pero más tarde, viendo en el arte de Vitrubio otros horizontes donde poder extenderse y desarrollar nuevos alientos, se dedicó con gran ahinco al estudio y ejercicio de la arquitectura. Residió en Pésaro durante el período de 1511 á 1514, trasladándose luego á Roma, siguiendo la escuela de Peruzzi, perfeccionándose á la vista de los monumentos antiguos. En Venecia levantó la iglesia de San Sebastián.

En 1541 fué llamado por Francisco I, rey de Francia, solicitándole un proyecto para la futura fábrica del Louvre, bien que fuese preferido el trabajo del famoso arquitecto Lescaut.

Fué honrado por el mismo Francisco I con el cargo de director y superintendente de los edificios de la corona, así como también, y de una manera especial, con el de arquitecto de Fontainebleau. Erigió en este castillo la fachada oriental del patio llamado de la Gran Fuente, así como también la tan celebrada gruta del jardín sostenida por cuatro colosales estatuas.

Mas también hemos dicho que sus aficiones le llevaron al arte del grabado, y de ello dió buena muestra cuando publicó el libro al cual precisamente debe su gran renombre, cuyo trabajo lleva por título *Arquitectura*, que salió á luz en 1537-1551, los seis primeros libros, el último no se publicó hasta el año de 1575, en Francfort, mucho después de su fallecimiento, por haberlo dejado inédito y con encargo de que se publicara póstumo.

En esta obra, calificada de clásica, logró Serlio reunir todos los preceptos legados

ciende á la práctica este singular sistema de despiezo en las bóvedas planas no es muy recomendable, si se atiende á la multiplicidad de juntas y el juego de la colocación que éstas ofrecen, así como también de la excesiva mano de obra que requiere, sin embargo lo expondremos brevemente y como ejercicio y nuevo caso histórico que data del año 1699, según se desprende de un brillante informe emitido en aquella fecha por la Academia de Ciencias, aprobando el sistema entonces presentado por el célebre arquitecto Abeille.

---

por Vitrubio, sabiendo aplicar precisamente éstos á los ejemplos prácticos de los antiguos monumentos.

Fué autor de los tan renombrados y célebres *Techos Sérlicos*, cuya aplicación viene continuada al final del primer libro titulado *Geometría*.

Consiste su original invento en valerse de una serie de falsos maderos ó maderos cojos, los que vienen combinados de modo que se sostienen mutuamente descansando cada uno de ellos por un extremo en el grueso del muro y por el otro en el punto medio de un segundo madero; éste lo hace también descansando por un extremo en el muro y por el otro en la mitad de la longitud de un tercer madero, y así sucesivamente.

La disposición de estas piezas está motivada por una distracción ó juego muy conocido y nombrado por Perrín

Pasatiempo de los cuchillos mágicos, y consiste en colocar tres ó cuatro cuchillos que, descansando los extremos de los mangos en puntos fijos á nivel, sus hojas cruzadas alternativamente, pueden sostener un objeto cualquiera que se les quiera hacer llevar.

Se concibe que Serlio aplicó su sistema para el caso de aprovechar maderos cuya longitud no alcanzara la separación de los muros del recinto ó luz de la sala.

Por lo demás, la ligera explicación siguiente será bastante para comprender el procedimiento.

Demos por supuesto que se tenga una sala cuadrada Fig. B. y nos valemos de maderos que alcancen solamente en su longitud los dos tercios de la luz de la estancia, se empezará colocando el madero *a b*, cuyo extremo *a* tenga su apoyo en el muro *M*, mientras que el otro extremo *b* se sustentará en un apoyo provisional.

Colóquese luego el madero *c d*, de modo que su extremo se apoye en el muro *M'*, ensamblándose en *c* en la pieza anterior *a b*.

Un tercer madero *e f* se apoyará en su extremo en el muro *M''*, ensamblándose en *f* el segundo madero *c d*.

Finalmente, un cuarto madero *g h*, apoyado en el muro *M'''*, se ensamblará por su otro extremo *h* con la tercera pieza *e f* y recibirá en el punto *b* la espiga del madero *a b*, quitando ya en este estado el apoyo auxiliar que al principio hemos referido.

Por lo demás, la sucinta reseña de este aparejo es la siguiente: Las Figs. 9 y 10 representan el despiezo en el intradós y en el extradós, muy distintas por cierto una de otra. La Fig. 11 es un corte dado á la bóveda á lo largo de la línea *a b*, así como la Fig. 12 lo es á lo largo de la línea *c d*.

Para la Fig. 9.ª, dibújense en el interior de la planta cuadrada la serie de cuadrados, de modo á formar una verdadera cuadrícula, tal como indica el dibujo. Esto se conseguirá después de haber calculado el número exacto de partes que dividan los lados del recinto, trazando en seguida el sistema de horizontales y verticales que se cortan en ángulo recto.

Se procede luego al trazado de otros cuadrados más pequeños y cuyo dibujo sea punteado, como expresando el ser ocultos. Los centros 0, 0', 0''..... etc., de éstos se hallarán situados en los cruces de los primeros, y su lado *C D* es tal que mide los $^2/_3$ del lado 0-0' de los primeros.

Para con respecto al extradós (Fig. 10), concíbanse los pequeños cuadrados citados anteriormente en la misma disposición que lo están en la Fig. 9.ª, pero dibujándose aquí vistos, formando luego en el espacio que media entre cuatro de ellos el rectángulo *c g m n*, que para mayor brevedad lo llamaremos α, y también comprendido en el espacio que dejan otros cuatro cuadrados, continuando así la disposición de los siguientes rectángulos que llamaremos μ, φ, δ, γ.

Estos rectángulos son los planos horizontales con que terminan superiormente todas las dovelas, que si bien se observan, su colocación relativa y recíproca obedece al mismo principio del método de Serlio.

En el sistema sérlico los maderos se enlazan cabalgando entre sí, ó por medio de ensambladuras á caja y espiga, mientras que en este despiezo las dovelas se ponen en contacto por medio de cortes inclinados y de una manera análoga á los empleados en los dinteles. Estos planos de junta quedan definidos cada uno por dos rectas paralelas y horizontales, cuales son respectivamente, un lado *m c* del rectángulo superior, y el lado *r s'* del cuadrado inferior.

Asimismo una junta transversal vendrá dada por el lado *m n* del rectángulo superior, y el lado *r p* del cuadrado inferior, y en general cada rectángulo α y su cuadrado inferior correspondiente; *p q s r* determinan las cuatro juntas laterales y transversales, á la vez que la proyección horizontal del

conjunto de la piedra, la cual se proyecta aislada en *A* y en *B* (Figs. 13 y 14), la primera vista por el extradós y la segunda por el intradós.

Se concibe ahora que con esta disposición, con cada piedra, la α, por ejemplo, servirá de apoyo á las φ y δ, á la vez que vendrá á apoyarse en las γ *D*, con las cuales recibirá el asiento en la extensión de las dos caras de junta trapeciales *r p m n*, y así las demás, con análoga disposición, las funciones que desempeñan serán recíprocas.

Ahora es cuando puede hacerse cargo el observador de la forma y dibujo de los cortes (Figs. 11 y 12), dados por las líneas *a b*, *c d*, que manifiestan lo alternado de las dovelas para con respecto á sus posiciones diversas, ya en el sentido longitudinal, ya en el transversal.

Colocadas ya todas estas piezas, quedan entre ellas unos huecos terminados por los cuatro biseles de junta y que se forman alrededor de los puntos *p*, *q*, *r*, *s*, etc., cuyos planos inclinados forman como las paredes de una pirámide hueca, de base cuadrada, situada en el extradós, expresada en línea oculta en la Fig. 9.ª en *A B C D*, por ejemplo; por lo tanto, para que en el extradós aparezca en superficie continua, convendrá alojar en uno de estos huecos una pirámide invertida de dimensiones iguales que las expresadas en cada uno de los espacios vacíos antes citados.

Labra. Si escogemos la pieza α, empezaremos labrando un prisma (Fig. 15) *M N R S*, cuya base sea la máxima proyección horizontal, considerando el rectángulo circunscrito, y de altura *M P*, la que indica la Fig. 11 ó 12. Colóquese en seguida la plantilla Σ, que es el cuadrado de intradós $0\,0'\,0''\,0'''$, de la Fig. 9.ª En la parte opuesta se dispondrá el rectángulo 1-2-3 4 sacado del extradós α en la Fig. 10, colocadas ambas plantillas del mismo modo que lo están en la proyección horizontal con relación al total rectángulo circunscrito.

Los lados 1-2, 0-0‴ nos determinarán un plano de junta 1-2-0-0‴. Los lados 0-0′ y 2-4 nos darán otro plano de junta 0-0′ 2-4, y así los demás, y con arreglo á ellos desvastaremos la piedra para llegar á la forma definitiva.

La Fig. 16 nos indica un conjunto perspectivo de varias piezas unidas, incluso la supletoria *S*, que se alojará en el hueco piramidal.

Estudiáronse varias modificaciones de este último sistema

con el objeto de poder prescindir de la pieza piramidal, cuya función sirve no más para el suplemento del hueco, inventando con este motivo combinaciones ingeniosas, tendiendo todas ellas á que la misma dovela llevase consigo un aditamento que viniera á sustituir la parte de la pieza que antes se encontraba suelta. Esto dió lugar á que se recurriera para esta parte supletoria á superficies curvas tangentes á las de la dovela que iban á enlazar, y si bien no puede negarse que se consiguió el objeto, fué en cambio á expensas de salir maltrecha la economía, tanto en la piedra, como en la mano de obra.





CAPÍTULO SEGUNDO

BÓVEDA POR ARISTA

11. Cuando dos cañones seguidos se cortan, ofreciendo la particularidad de tener un mismo plano de arranque, así como la misma altura ó peralte, entonces se produce la bóveda por arista Fig. *C*, y su empleo viene indicado cuando hay que cubrir un espacio, formado por dos galerías que se interceptan ó cortan como las expresadas en *A* y *B* (Lám. 2.ª, Fig. 17).

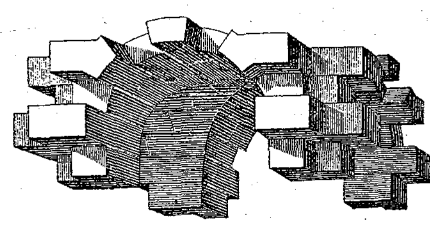


Fig. C

En general las bases de estos dos cilindros son curvas de segundo grado, y en este concepto hay la notabilísima propiedad de proyectarse las líneas de intersección sobre el plano de arranque, que se considera como de proyección horizontal, por medio de dos rectas mn, pq, cuales no son más que las diagonales del rectángulo ó cuadrilátero formado por el encuentro sucesivo de las cuatro generatrices de arranque, cuyo requisito lo estudiaremos basándonos en el siguiente teorema preliminar.

12. Cuando dos superficies de segundo grado tienen un eje común en magnitud y posición, se cortarán según dos curvas planas que contendrán el eje común.—(Lámina 5.ª, Fig. 18) Teniendo un eje común, tendrán también el mismo centro. Haciendo pasar por este punto el plano de proyección horizontal y que á la vez sea perpendicular á dicho eje *O' A*, *O*, es evidente que este plano cortará á las dos superficies, según dos cuadricas que tendrán el mismo centro *O*.

Pero estas líneas *CBDE*, *mpnq*, siendo cuadricas, si se encuentran en dos puntos *B*, *C*, lo harán también en otros *E*, *D* diametralmente opuestos, resultando de aquí que el plano vertical *BE* cortará, según una línea curva común, á las dos superficies, pues que estas curvas serán de segundo grado, teniendo dos ejes comunes, cuales son el *BE* y el vertical *O' A* del dato; luego se confundirán proyectándose en el plano horizontal, según la recta *BE*.

Lo mismo razonaremos para con respecto á la *CD*, constando así la total intersección de dos ramas distintas, originando el punto múltiplo en el cruce *O*, *A*.

13. Puede fácilmente generalizarse este teorema, aplicándolo á dos superficies de segundo grado que tengan dos planos tangentes comunes y paralelos.

En efecto, si unimos los puntos de contacto á que se refiere el dato, obtendremos un diámetro común de las dos superficies, infiriéndose, que si conducimos el plano diametral con dicha recta, éste habrá de ser paralelo á los dos tangentes mencionados, al mismo tiempo que siendo diametral común á las dos superficies, las cortará según dos curvas que tendrán un mismo centro, tales como *CBDE*, *mpnq*; de modo, que el plano conducido por *BCED* y el diámetro común, producirán en las superficies dos secciones que forzosamente coincidirán por tener comunes dos diámetros conjugados en dirección y longitud; infiriéndose que estas superficies se cortarán según dos curvas planas.

14. Sentados estos preliminares, claro está que cuando se trate de dos superficies cilíndricas, cuyas bases sean curvas de segundo grado y reunan la condición de tener el mismo plano de arranque así como el peralte, lo cual equivale á decir que tienen dos planos tangentes comunes y paralelos (considerando cerradas las bases de estos dos cilindros), en-

tonces el plano diametral paralelo á los tangentes será visiblemente el de arranque, cortando éste á los cilindros, según cuatro generatrices; esto es, dos para cada uno, formando éstas al combinarse, un rectángulo ó cuadrilátero, cuyas diagonales serán las trazas de los planos de las curvas sobre el mencionado de arranque.

15. Esta notable propiedad, deducida, como lo hemos hecho, del teorema general, puede también inferirse más fácilmente aún, particularizando la cuestión á las dichas superficies cilíndricas.

Para esto supongamos (Fig. 19) que los dos cilindros horizontales tienen por ejes las rectas $O'' X$, $O' Z$, y que se toma como á plano de proyección horizontal el de arranque de dichos dos cilindros. Además se escogen dos planos verticales de proyección, cuyas trazas respectivas son $L\ T$, $L'\ T'$, perpendiculares respectivamente á cada una de las direcciones de las dos superficies; de este modo la semicircunferencia $A F B$ será la base, á la vez que la sección recta del primer cilindro, mientras que la elipse $A' F' B'$ será la base y sección recta del segundo cilindro, conviniendo siempre, por exigirlo así las condiciones del dato, que la montea $O'' F$ sea igual á la $O' F$.

Con estas condiciones, los cilindros vendrán á ser cortados por el plano de arranque, según las generatrices $A z$, $B z'$, $A' x$, $B' x$, las cuales al encontrarse se interceptarán en los puntos a, a', b', b, definiendo así el límite del ancho de los espacios de las galerías que tratan de cubrirse por la bóveda por arista.

Si tratamos ahora de encontrar la intersección de los intradós, se podrá echar mano con facilidad de una serie de planos secantes horizontales, por ser éstos paralelos á la dirección de los dos cilindros; así es que si nos valemos de uno de ellos, por ejemplo, el que pasa por D, éste tendrá por traza vertical la $D D_1$ en el plano $L\ T$ y la $D'\ D_1'$ en el plano $L'\ T'$, dándonos al cortar á los dos intradós las generatrices $d'\ d$, $d''\ d$, y como éstas al cortarse lo hacen en d, se inferirá que éste pertenece á la línea de intersección de dichas dos superficies curvas. Si se prueba ahora que este punto ha de estar situado en una misma línea recta con los puntos a y b' claro está que vendrá plenamente demostrado que la línea de intersección será plana y situada en el plano vertical que se

levanta sobre la diagonal del rectángulo de la planta, y en donde ella se proyecta horizontalmente, toda vez que el plano horizontal secante $D\ D_1$ se ha escogido á una altura cualquiera, y lo mismo que se demuestre para el punto d quedará igualmente demostrado para cuando se trate de los c, e... etc.

Observemos ante todo que las bases de los dos cilindros son dos elipses que tienen un eje común, y que, por lo tanto, al escoger dos puntos D, D' de las mismas que obedecen á una misma altura ú ordenada, se verificará que las abcisas de los mismos, tomadas sobre los ejes desiguales, guardarán la misma relación que tengan entre sí estos ejes, y con esto podremos sentar las siguientes relaciones

$$A'\ B' : A'\ d'' : : A B : A d'$$

Ó lo que es lo mismo, sustituyendo estas cantidades por sus iguales y que muestra la figura, será

$$a\,a' : a\,\delta : : a'\ b' : \delta\,d$$

De esta proporción se infiere que los triángulos $a\,\delta\,d$, $a\,a'\,b'$ son semejantes, y por lo tanto, sus ángulos homólogos iguales : pero el lado $a\,\delta$ del triángulo $a\,\delta\,d$ coincide superponiéndose con el $a\,a'$ del triángulo $a\,a'\,b'$; luego la hipotenusa $a\ d$ ha de coincidir superponiéndose á la hipotenusa $a\,b'$, puesto que el ángulo δ es recto, lo mismo que su homólogo en a', y los dos homólogos en a han de superponerse, por hacerlo así los catetos $a\,\delta$, $a\,a'$; luego, por lo tanto, el punto d, intersección de las dos generatrices correspondientes, se colocará en la línea recta que une a con b'. Con el auxilio del mismo plano secante $D D_1$ se encontrarían del propio modo los otros tres puntos d_1, d_2, d_3, dándonos así la repetición de operaciones para otros planos secantes, otros puntos que, unidos, formarán en el espacio las dos curvas planas de intersección de los dos cilindros de intradós, cuyas líneas son en número de dos y se proyectan horizontalmente, según las rectas $a\,b'$, $a'\ b$ diagonales del rectángulo de la planta (*).

(*) También hubiéramos encontrado la propiedad de ser planas las líneas de intersección y de proyectarse horizontalmente, según las diagonales del rectángulo de la planta, con sólo recurrir á las ecuaciones de las referidas líneas.

Tomemos al efecto, para los ejes coordenados, los mismos ejes de los cilindros, los que, cortándose en el punto o, éste será el origen.

Resulta de lo indicado hasta aquí que, dada la planta que hay que cubrir, bastará solamente trazar las diagonales del rectángulo producido por el cruce de las generatrices de arranque: y las líneas así obtenidas serán las proyecciones horizontales de las líneas de intersección, mientras que en el espacio serán dos curvas semielípticas iguales, puesto que los ejes mayores son los $a\,b'$, $a'\,b$, y el eje menor proyectado en O es común é igual á $O'\,F$. Que son elípticas estas curvas del espacio viene á deducirse como á consecuencia, después de haber demostrado que eran planas, pues entonces, viniendo producidas por la intersección de cada uno de estos planos, con los mentados cilindros, se desprende inmediatamente que de esta clase han de ser, atención hecha á la clase de los cilindros y á la disposición y oblicuidad que con respecto á ellos tienen los planos secantes.

Así, los ejes son: el $o\,o'$ el de las y, el $o\,o''$ el de las x, y finalmente la vertical levantada en o, representará el eje de las z.

Así con esto, el cilindro de base circular cuyo radio es $o'\,B = r$, tendrá por ecuación

$$x^2 + z^2 = r^2. \qquad (1)$$

El cilindro de base elíptica, cuyos ejes son $o''\,A' = a$, $o''\,F' = o'\,F = r$ tendrá por ecuación

$$a^2 z^2 + r^2 y^2 = a^2 r^2 \qquad (2)$$

Puesto que se trata de la línea de intersección de estas dos superficies cilíndricas, habrá que combinar estas dos ecuaciones, toda vez que las coordenadas de las mismas en las líneas de intersección serán comunes para ambas superficies; y como además sólo necesitamos las proyecciones horizontales de dichas intersecciones, vendremos así obligados á eliminar z entre las (1) y (2).

Así tendremos que la (1) dará $z^2 = r^2 - x^2$

La ecuación (2) dará $z^2 = \dfrac{a^2 r^2 - r^2\,y^2}{a^2}$

La eliminación de z^2 en estas dos últimas ecuaciones será

$$r^2 - x^2 = r^2 - \frac{r^2\,y^2}{a^2},$$

despejando x quedará

$$x = \frac{r\,y}{a} \quad , \quad y = \frac{a}{r}\,x \quad , \quad y = \alpha\,x$$

Ecuación de una recta que pasa por el origen o. Además el coeficiente angular $\alpha = \dfrac{a}{r} = \dfrac{o''\,A'}{o'\,B} = tg.\ b\,o\,x$, esto es, la tangente del ángulo que forma la expresada diagonal con el eje de las x, luego dicha diagonal es, en efecto, la proyección horizontal de la curva de intersección, por lo que se infiere que dicha curva es plana, y por tanto en el espacio será una elipse como resultado de la intersección de su plano con un cilindro. Lo dicho para una diagonal, se comprende que ha de servir para la otra.

16. Obtenidas estas líneas de intersección, vemos desde luego que uno de los cilindros cubrirá las partes $A\,a\,O\,b\,B$, $z\,a'\,O\,b'\,z'$ y el otro los dos correspondientes $A'\,a\,O\,a'\,B'$, $x\,b\,O\,b'\,x'$, y así deslindados podremos pasar definitivamente al despiezo de juntas continuas y discontinuas. Así se empezará dividiendo el arco de cabeza $A\,F\,B$ en un número impar de partes iguales $A\,C$, $C\,D$, $D\,E$..... etc., conduciendo por los puntos de división los normales $C\,G$, $D\,M$, $E\,M$—etc., hasta encontrar el extradós en los puntos G, M, N— etc., (cuyo extradós y planos de asiento se determinarán, conforme se expuso al hablar del cañón seguido recto en la primera parte, pág. 360, párrafo 268), así los planos de junta estarán determinados por las generatrices de los puntos C, D, E, y sus respectivas normales. Mas dichas generatrices, $c'\,c$, $d'\,d$, $e'\,e$, terminarán en los puntos c, d, e, puesto que aquí concluye el primer cilindro y empieza el otro, indicando con esto que de ellos partirán las generatrices del 2.°, proyectados en $c\,c'$, $d\,d''$, $e\,e''$, expresando sus proyecciones verticales, los puntos de altura C', D', E', pues dos á dos dichas rectas vienen producidas por la intersección de una serie de planos horizontales tal como el $D\,D_1$, $D'\,D_1'$, con las superficies del intradós.

Para con respecto á las juntas del segundo cañón, éstas también vendrán definidas por sus generatrices correspondientes y las normales á la curva de base en los puntos C', D', E'; normales que siéndolo á un arco elíptico podrán encontrarse con el auxilio de los radios vectores, ó bien si se prefiere haciéndolas depender de las ya encontradas en el primer cañón. Si escogemos, pues, este último método, podremos observar que la normal $C\,G$ depende del plano tangente $C\,H\,h$ así como la normal $C'\,G'$ dependerá del plano tangente $C'\,H'\,h$ al segundo cañón; si ahora, pues, tenemos en cuenta que la tangente en el punto c de la curva del espacio que es intersección de los dos cilindros, y que está proyectada, según hemos dicho en $a\,b'$, ha de resultar de la intersección de los dos planos tangentes referidos, se inferirá con evidencia que el punto h donde corta la traza horizontal $H\,h$ del plano tangente $H\,C$ á la traza horizontal de la curva plana $a\,b'$, pertenecerá á la traza horizontal de la tangente $h\,c_1$ de la curva del espacio, con lo cual resulta que, trazando por dicho punto h la $h\,H'$ perpendicular á la línea de tierra $L'\,T'$, dicha recta nos indicará la traza horizontal del segundo plano

tangente, dándonos de este modo su correspondiente traza vertical al unir *C'* con *H'*, pudiendo ya trazar desde luego la recta *C' G'* en dirección perpendicular á la referida tangente, y ella será la normal que se buscaba, terminándola en el punto *G'* á la misma altura que tiene su compañero en *G*. Igual procedimiento emplearemos para los demás puntos, obteniendo finalmente la curva de extradós *G' M' N' f'*.

También hubiéramos podido obtener estas tangentes de la elipse de su referencia, acudiendo á la propiedad que resulta de comparar dos elipses que tengan un eje común, tal como $F O' = F' O''$, pues entonces es bien sabido que si se consideran en las dos curvas dos puntos tales, como por ejemplo, *E, E'* que tengan alturas iguales para con respecto á los ejes diferentes, las subtangentes en estos citados puntos contadas sobre los ejes desiguales son proporcionales á estos ejes, pero si son contadas sobre dichos ejes comunes, serán iguales. Así, pues, para conocer la tangente del punto *E'*, bastará trazar en primer lugar la tangente *E P* á la circunferencia base del primer cilindro, tomando luego la altura *O' P*, trasladándola en seguida en *O'' P'*; en tal concepto la unión de *P'* con *E'* será la tangente buscada y como á consecuencia la perpendicular *E' N'* á ella será la normal.

Este último método será tanto más ventajoso su empleo, cuanto más los puntos escogidos estén próximos al vértice superior de la curva, en cuyo caso el punto *H*, que antes se había encontrado, valiéndonos del medio anterior, suele caer á una distancia incómoda del dibujo y hasta muchas veces inaccesible, imposibilitando así aquella solución, á menos que no se recurra á un cambio de plano horizontal, lo que de todos modos complica el problema, introduciendo nuevas líneas.

Definidos ya los planos de junta, resta solamente entrar á combinarlos. Así, la intersección del plano *M D* con el *M' D'* que obedecen á un mismo orden de altura, viene representada por la recta que, dibujada de puntos, como oculta, está en *m d*, siendo el punto *m* muy fácil de encontrar, pues no hay más que concebir un plano horizontal secante conducido á la altura de los dos puntos *M, M'*, cual plano cortará á la primera junta, según la recta *M, m' m*, y á la segunda junta según la *M' m'' m*, cuales se cortarán visiblemente en el punto *m*. Con igual procedimiento encontraríamos los puntos *n, g*, y con ellos las intersecciones proyectadas en *n e, g c*, correspondientes á las demás hiladas.

El fraccionamiento que ahora hagamos en cada una de estas hiladas, echando mano de las juntas discontinuas, limitará cada una de las piedras. Ya hemos visto en la primera parte, al tratar de los cañones seguidos, del modo como habían de conducirse estas juntas discontinuas, fijándonos ahora solamente en las que están próximas á la arista de intersección de los intradós, por ser condición precisa que las piedras que contengan el aristón reunan la propiedad de contener dos ramales, formando parte á la vez de los dos cañones.

Todo estriba, pues, que los planos verticales de junta *r s*, *v Q*, *i I*, $e^{12} e^{13}$, *f h*, *V q*, *δ K*, $e^6 e^7$, estén de tal modo escalonados, que los brazos ó ramales de cada piedra sean lo suficiente extensos para que entre sí exista el suficiente contacto de la puesta en junta, al mismo tiempo que den garantías suficientes para que puedan alojarse en ellas las dovelas ordinarias que cobijan el resto de la planta. No han de adolecer tampoco estos ramales de una longitud exagerada que quizás, según la naturaleza de la piedra, facilitaría su rotura y aumentarían las dificultades en su respectiva colocación.

17. Labrado de una piedra.—Sistema de escuadría.— Escojamos la piedra de ángulo que corresponde al salmer, ó sea la pieza de arranque proyectada por entero en *r s c h t j''*, y, construyamos un prisma cuya base sea este último contorno y cuya altura sea la que media del punto *G* á la línea de tierra *L T*, este prisma está representado en la Fig. 20 en *h'' h' t j'' r s' s s'' c'' h''*; sobre las caras de testa alójense en seguida las plantillas *α*, *α'* correspondientes á las testas de los ramales, ó sean las secciones rectas de las dos hiladas escogidas; desde luego pueden ya trazarse en seguida las siguientes líneas: la *g'' g'* en la base superior y paralela á *t j''*; la *h c*, situada en el plano vertical *h' h'' c'' c'*, y paralela á la dirección *h' c'*; la $a_2 a$, en el plano inferior paralela á la *h'' c''*; la *g' g* en la base superior, paralela á la *j'' r*, la *c s*, en el plano vertical *c' s' s'' c''* y paralela á la dirección *c' s'*; finalmente, la $a\,a_1$, paralela á la *c'' s''* y colocada en la base inferior. Ya desde luego las rectas *g' g''*, *g'' h*, *h c*, determinan un plano de junta, así como las *g' g*, *g s*, *s c*, determinan el otro plano de junta, de modo que no habrá más que desvastar toda la parte excedente del prisma auxiliar, hasta obtener estos dos planos, los cuales vendrán á cortarse naturalmente según

la recta $g' c$. Falta solamente el labrado de las superficies cilíndricas de intradós, lo cual se practicará fácilmente echando mano de una escuadra en que el vértice interior vaya resbalando sucesivamente por las curvas de cabeza $h a_2$, $s a_1$, de modo que su plano, colocado siempre perpendicularmente á dichas dos curvas, á medida que una de las ramas se apoye sobre las caras α, α' y en el sentido de los radios de los arcos $h a_2$, $s a_1$, la otra rama de la escuadra nos irá indicando en sus distintas posiciones la piedra que hay que desvastar para llegar á obtener las generatrices de los intradós, 1-1′, 2-2′, 3-3′..... etcétera, 1-1″, 2-2″, 3-3″..... etc., y el encuentro sucesivo de las generatrices pareadas nos irán dando los puntos 1, 2, 3..... etc. de la curva de intersección que ha de formar parte del aristón que en esta piedra parte del mismo punto de arranque.

Como comprobación, durante el labrado podríamos emplear las plantillas de junta, proyectadas según los trapecios $G''' g c s$, y $h c g G^{IV}$. Estas plantillas, fáciles de obtener observando que son de forma trapecial, cuya altura $C G$, $C' G'$ (Fig. 21), son respectivamente iguales á las $C G$, $C' G'$ de la (Fig. 19), en donde se representan las proyecciones; además, es bien fácil ver que los lados paralelos $C C'''$, $G G'''$ de la Fig. 21 son respectivamente iguales á los $c s$, $g G'''$ de la Figura 19, así, pues, uniendo $G''' C'''$ se obtendrá en la Fig. 21 la plantilla β, que colocaremos comprobando en la disposición que indica la figura en perspectiva que representa el labrado. Igual haremos con la plantilla γ del segundo cañón, la cual encontraríamos con análogas operaciones.

También como á comprobación podríase recurrir al desarrollo de las superficies cilíndricas que conciernen á nuestra piedra, proyectadas respectivamente en $a c s a_1$, $a c h h_1$, cuales son fáciles de encontrar con sólo rectificar los arcos $A C$, $A' C'$ de la Fig. 19, en $A C$, $A' C'$ en la Fig. 22, levantando luego ordenadas en los distintos puntos de cada elemento, iguales respectivamente á las porciones de generatrices comprendidas en la figura de la proyección horizontal entre cada una de las secciones rectas: $a_1 s$, $h_1 h$ y la arista $a c$, operaciones que están convenientemente detalladas en los dos mentados desarrollos parciales, de que es objeto la Fig. 22 para que entremos en más minuciosidades.

18. Sistema de baiveles. Tiene por principal fundamento sustituir momentáneamente las dos superficies de intradós

de la piedra, por los planos subtendentes de las mismas, averiguando el ángulo que entre sí forman dichos planos, los que una vez labrados pueden servir de base de operaciones para encontrar sucesivamente las caras contiguas, pasando ya en el final de la operación á hacer desaparecer dichos planos subtendentes que ya habrán cumplido su misión y sustituirlos por las definitivas superficies cilíndricas. Escojamos para este labrado la piedra de ángulo, cuyo intradós es $q d Q v c V$ y cuyas plantillas de testa son una $G C D M$, y la otra la $G' C' D' M'$. Tomemos ahora un bloque informe (Fig. 23) que tenga con creces las dimensiones de la piedra, aproximándose en su contorno á la forma que ha de afectar la misma, cuyo perímetro general nos lo facilitará la proyección horizontal antedicha. En la parte de la piedra destinada al intradós, lábrese un plano lo suficiente extenso para que en él podamos colocar el trapecio $q d c V$; dicho trapecio representará la cara subtendente del cilindro de intradós de la piedra, cuyo eje es $O'' X$. La verdadera magnitud de este trapecio se obtendrá fácilmente en la Fig. 19, pues la altura del mismo es la cuerda $D' C'$ del arco de la sección recta correspondiente, mientras que sus bases paralelas son respectivamente $V c$, $q d$. Antes de pasar adelante conviene ya desde luego conocer el ángulo diedro que mide la inclinación de este plano subtendente con el contiguo $c d Q v$ y con este motivo rebatiremos, tomando como á charnela la diagonal $a b'$, todo el aristón en $a c_1 d_1 e_1 O_1$..... etc., cuyos puntos rebatidos se obtendrán, tomando sobre las perpendiculares que se levantan sobre c, d, e O las alturas $c c_1 = c' C$, $d d_1 = d' D$, $e e_1 = e' E$, $O O_1 = O' F$, cuyas construcciones bastan por sí solas para comprender que la curva así obtenida será una elipse cuyos ejes son conocidos, y por lo tanto poderse trazar con el auxilio de éstos, sin necesidad de pasar por los puntos intermedios.

Teniendo en cuenta ahora la cuerda $c_1 d_1$ del trozo de aristón correspondiente á nuestra piedra, será evidente que ella representará la línea de intersección de los dos planos subtendentes referidos, y que, por lo tanto, si escojemos en ella un punto ω, conduciendo en seguida por dicho punto un plano secante $\omega \tau$ perpendicular á dicha intersección, éste cortará á los dos referidos planos según dos rectas, cortándose en ω y dándonos el ángulo de inclinación que buscamos. Para esta construcción téngase en cuenta que las dos generatrices

horizontales *d d'*, *d d''*, se proyectan confundiéndose en una sola en d'_1 τ, en el plano de rebatimiento, las cuales vienen á ser cortadas por el plano secante ω τ (que aquí es perpendicular al plano de rebatimiento) en dos puntos precisamente confundidos también en uno solo en τ, mientras que en la proyección horizontal lo estarán en τ', τ''; de modo que el ángulo que buscamos está señalado en proyección horizontal en τ' ω' τ''. Nada más fácil ahora que averiguar la verdadera magnitud de ese ángulo, haciéndolo al efecto girar alrededor del eje (τ τ' τ'') como charnela hasta que su plano τ ω se coloque en τ φ paralelo al plano horizontal, y así en este giro el vértice ω ω' se trasladará en φ φ', mientras que τ τ' estarán fijos en la charnela, siendo en definitiva τ' φ' τ'' el ángulo que se deseaba y que servirá ahora para cortar un baivel que mida la abertura del mismo.

Colóquese ahora este baivel en la Fig. 23, de modo que su vértice inferior vaya coincidiendo en sus distintas posiciones con los puntos de la recta *c d*, coincidiendo una de las ramas con el plano labrado *c d q V* y haciendo de modo que, en la disposición del baivel, su plano se conserve bien perpendicular á dicha arista *c d;* entonces será cuando la segunda rama del ángulo diedro nos irá indicando las generatrices del plano *c d q V*, el cual limitaremos por el trapecio subtendente de la superficie de intradós perteneciente al cañón de eje *o z*. Este trapecio subtendente lo encontraremos del mismo modo que el anterior, siendo su altura la cuerda *D C* de la Fig. 19, y sus bases las paralelas ó partes de generatrices *d Q*, *c v*.

Inmediatamente auxiliados de dos baiveles en ángulo recto ψ ψ' (Fig. 23), labraremos, á partir de las rectas *q V*, *Q v*, dos planos que sean respectivamente perpendiculares el uno al plano subtendente *q V c d* y el otro al *d c v Q*, y labrados que sean, colóquense los patrones Σ, Σ', haciendo que la coincidencia se haga á lo largo de las cuerdas *q V*, *v Q*, en esta situación las rectas *q d*, *q M'* determinarán el plano de junta superior, así como las *d Q*, *Q M* el plano de junta superior en el otro cilindro; desvástese, pues, hasta obtener estos dos planos, y ellos, en su natural intersección, quedarán limitados en la recta *d m;* por la misma razón las rectas *V G'*, *V c* nos darán una junta inferior, y la otra quedará determinada por las *v c*, *v G* y al desvastar lo excedente de la piedra, para alcanzar dichos planos de junta, éstos, al combinarse, se interceptarán, limitándose en la línea de intersección *g c*.

En este estado es cuando se sustituirán los planos subtendentes auxiliares por las partes cóncavas de los cilindros que forman parte de la piedra, empezando para esto colocando las curvas de base *q* θ *V*, valiéndonos de la cercha de la Fig. 24, deducida de la figura Σ' de las proyecciones, repitiendo igual operación para con respecto á la cercha de la parte opuesta *v* θ' *Q*.

Procediendo con gran precaución, se practicará un descalce á lo largo de *c d* hasta poder aplicar una cercha curvilínea, expresada por el segmento c_1 π d'_1 correspondiente á la Fig. 19 para cuando se ha rebatido el aristón. La parte curvilínea *c d* embebida en este descalce servirá de directriz común para las dos superficies cilíndricas de intradós, las cuales tienen por segunda directriz, la una, la curva *q* θ *V*, y la otra la *v* θ' *Q*. Si pues, en este estado señalamos varias generatrices de estas dos superficies, fijando los puntos de marca correspondientes situados dos á dos en las curvas directrices mencionadas, por medio de ellos tendremos una guía para proceder al desvaste de los planos subtendentes, y así venir á buscar el labrado definitivo de los cilindros mencionados.

Resta tan sólo el labrado de las superficies cilíndricas de extradós, las que tienen por bases respectivas las curvas *M G*, *M' G'*, y para ello bastará colocar un baivel en escuadra, de modo que su vértice inferior resbale por todos los puntos de las mencionadas directrices *M' G'*, *M G*, y que su plano se conserve perpendicular á estas curvas; entonces, á medida que una de las ramas irá situándose sobre los planos de paramento, la otra con su dirección nos indicará toda la parte que hemos de desvastar para obtener las generatrices de extradós, las que, combinándose dos á dos, nos darán al cortarse la curva de intersección *g m*.

19. La Fig. 25 representa el labrado de la clave, la que por su situación especial exige que lleve cuatro ramales, de modo que afecte la forma de cruz; el trabajo que exige la misma es fácil, atención hecha á lo que hemos visto anteriormente.

Escójase un bloque informe cuya base aproximada pueda contener el cuadrado ó rectángulo 1-2-3-4, circunscrito á la máxima proyección horizontal y cuya altura sea un poco mayor que la total de la dovela, la que puede medirse por la

mínima distancia de los planos horizontales que pasan el uno por E y el otro por f.

Procédase luego á labrar el plano de base y en él coloquemos la plantilla formando cruz, compuesta de las ocho porciones de generatrices de los dos cilindros y de las cuerdas subtendentes de los cuatro arcos de intradós; así esta plantilla vendrá expresada en las rectas $e^7 e^6$, $e^6 e$, $e\, e^{13}$, $e^{13} e^{12}$, $e^{12} e^3$, $e^3 e^2$, $e^2 e^{10}$, $e^{10} e^4$, $e^4 e^9$, $e^9 e^8$, $e^8 e^5$, $e^5 e^7$; sobre dicho plano dibújense en seguida las diagonales $e\, e^4$, $e^5 e^3$. Tómese luego una escuadra y por medio de ella trácense labrados cuatro planos perpendiculares al que antes hemos referido, pasando cada uno de ellos por las rectas $e^7 e^6$, $e^{13} e^{12}$, $e^2 e^{10}$, $e^9 e^8$, y guiándonos en estas últimas rectas como cuerdas de los arcos correspondientes, colóquense en cada uno de estos cuatro planos los patrones Θ, Θ', que representan las plantillas de junta discontinua. Bien se concibe que una de estas plantillas ha de servir para las dos testas opuestas y la otra para las dos restantes, así tendremos ya cuatro directrices de los cilindros de intradós; éstas son las curvas $e^8 e^9$, $e^{10} e^2$, $e^{12} e^{13}$, $e^6 e^7$, las cuales, juntas con las curvas diagonales de aristón y que ahora vamos á trazar, completarán los datos para proceder al labrado de dicho cilindro. Con este motivo practiquemos unos descalces en dirección de los planos verticales que pasen por las rectas diagonales $e\, e^4$, $e^5 e^3$, operación que es preciso llevarla con mucha cautela, descargando no más la piedra estrictamente necesaria hasta poder alojar en las ranuras practicadas cerchas cortadas según la curvatura de la línea rebatida en $e_4\, \varepsilon$, ya en una, ya en otra diagonal, por ser iguales en este caso las dos ramas de intersección. Asegurados ya de estar debidamente en su sitio estas líneas, fíjense una serie de puntos de marca sobre ellas y las otras cuatro que antes hemos indicado, y entonces, uniendo dos á dos los puntos correspondientes en los cuales se apoyarán las generatrices, ellos nos servirán de guía para llevar el desvaste adelante y lograr la concavidad de los cuatro cilindros, habiendo así de salir bien precisas las líneas curvas de arista $e\, e^4$, $e^5 e^3$. Se comprende ahora que cada generatriz extrema como $e^5 e^7$ y la línea de junta $e^7 \nu$ nos darán los planos de junta continua, que aquí habrá ocho; los que se cortarán dos á dos por medio de rectas que aparecen en la disposición que indica la figura.

Resta únicamente labrar el extradós, lo cual puede conseguirse tan sólo valiéndose de un baivel-escuadra, que á medida que una de las ramas se apoye en las caras $\Theta\ \Theta'$ y su ángulo interior recorra los puntos de los arcos de extradós, se conserve su plano perpendicular á estas últimas líneas, y entonces la segunda rama irá señalando la dirección que se ha de llevar el desvaste hasta obtener la verdadera convexidad de esta superficie cilíndrica, las que se cortarán entre sí, dándonos también dos líneas curvas, pero éstas en general ya no serán planas, perteneciendo al grupo de las de doble curvatura, en razón de no reunir ya los cilindros de extradós los mismos requisitos que los de intradós.

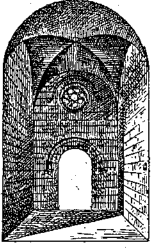
Esta curva en su totalidad la obtendremos en proyección horizontal, uniendo sucesivamente los puntos g, m, n, O, la cual, á pesar de lo dicho, su proyección horizontal no se presentará con curvatura algo visible en atención á su excesivo achatamiento.

20. Si quisiéramos que las curvas de intersección de los cilindros exteriores reuniesen también la condición de cortarse, según curvas planas proyectadas, según las diagonales á que nos hemos referido hasta ahora, todo quedaría reducido á prolongar las generatrices horizontales que pasan por los puntos G, M, N, f, hasta que corten los planos verticales de los aristones en los puntos tales como l, μ, ρ (escogido aquí en la otra rama de curva para hacer más claras las operaciones), cuyos puntos los refiriríamos en l', μ', ρ' á la misma altura de $L'\ T'$ que lo están respecto á la $L\ T$ los G, M, N, f, y uniendo los puntos que así resulten se obtendrá la curva l', $\mu'\ \rho'$.....etc., prolongando ahora las juntas hasta ρ'', μ''.....etc. Sin embargo, adoptando este procedimiento se complica algún tanto la junta de uno de los cañones, conforme muestra la Fig. 26, pues fijándonos en el plano de junta $G\ C\ c\ l''$, éste viene obligado á prolongarse por la parte superior para poder alcanzar en su altura la generatriz de extradós $l\ l''$, correspondiente al segundo cañón, generatriz que se encuentra más alta que la $k\ G$, siendo esto causa que la plantilla $c\ C\ G$ se complique introduciendo en ella la curva $l''\ k$ que proviene de la intersección de dicho plano de junta con el cilindro de extradós del segundo cañón.

21. La condición de que las curvas de arista se proyecten según las rectas diagonales de la planta, no exige preci

samente que los cilindros se corten en ángulo recto, como así hemos supuesto en nuestro ejemplo, puesto que el teorema fundamental de que hemos partido, no particulariza la inclinación que puedan tener entre sí estos cilindros, así es que bien podríamos también suponer, como en la Fig. 27, que el cruce se haga en ángulo oblicuo, con la condición, empero, de adoptarse momentáneamente por bases de los dos cilindros las secciones hechas por planos verticales *A B*, *C D* paralelos á las correspondientes generatrices; puesto que estas secciones serán elipses que tengan los ejes menores iguales, y, por consiguiente, las abcisas correspondientes á puntos que obedezcan á la misma altura, continuarán siendo proporcionales á los ejes mayores y desiguales.

22. Podríamos prescindir también, si el caso así lo exigiese, de adoptar como á bases de estos cilindros líneas de segundo grado, continuando, empero, el requisito de cortarse los cilindros, según curvas planas proyectadas horizontalmente según las rectas que forman las diagonales de la planta. Bastaría para esto escoger la forma que se quisiera, como por ejemplo, carpanel, arco apuntado....., etc , etc., para una de estas bases, tomándola como á directriz del primer cilindro, buscando en seguida las intersecciones de sus generatrices con los planos verticales que se levantan sobre las mencionadas diagonales; las curvas de intersección así obtenidas servirán ahora de directrices de otro cilindro cuya dirección será la que lleva la segunda galería, buscando finalmente, la intersección de este último con otro plano vertical, que es el que ha de contener la base de dicho segundo cilindro y que por esta razón ha de ser conducido dicho plano vertical de base paralelo á las generatrices del primer cilindro. La curva que así obtendremos, que habrá dependido de la primera, será á propósito para que queden cumplidas las condiciones por medio de las cuales se quería resolver el problema.



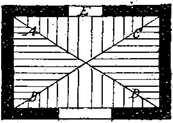


Fig. D

23. Si bien es verdad se presenta la bóveda por arista, en su mayor parte de veces, en planta abierta, sin embargo, esto no excluye el que pueda cubrir algunas veces una planta cerrada, como de ello da un ejemplo la Fig. *D*, empleando esta solución para cuando haya precisión, por ejemplo, de construir una capilla en un recinto cuadrado ó rectangular, existiendo el pie forzado de abrir un hueco luminar *E* que vaya colocado superiormente á los puntos de arranque de la bóveda, requisito que no podríamos cumplir de escoger las bóvedas en rincón de claustro que vienen indicadas para plantas cerradas, como luego veremos; pues de persistir con esta exigencia, además de que nunca son de buen efecto dichas aberturas, ya sería cuestión, por otra parte, de aparecer las bóvedas en luneto que complicarían notablemente la cuestión.

BÓVEDAS

por arista con arcos de refuerzo

24. Cuando al cubrir grandes espacios, se recurre al empleo de las bóvedas por arista, situadas las unas á continuación de las otras, y sostenidas por simples pilares, como muestra la Lam. 3.ª, Fig. 28. Entonces resulta conveniente consolidarlas, recurriendo al auxilio de arcos de refuerzo ó torales (*) *A*, *A'*, *A''*, *A'''*,..... etc., lanzados de uno á otro pilar; esto es, de *P* á *P'*, *P'* á *P''*, *P''* á *P'''*..... etc., siendo concéntricos los intradós de dichos arcos y de un radio menor que las curvaturas de intradós de los cilindros de las bóvedas propiamente dichas.

Esto lleva consigo el que resulte también reforzado cada uno de los pilares por medio de los salientes ó pilastras *a*, *b*, *c*, *d*, los cuales reciben los arranques del refuerzo supletorio, quedando así constituída la planta de cada pilar en una forma de cruz griega, si las plantas de dichas bóvedas son cuadradas, ó de cruz latina si son rectangulares.

(*) Toral; esto es, lo que tiene más fuerza y vigor en cualquier especie. Con referencia á los arcos, antes se llamaban especialmente torales, los cuatro que reciben una cúpula, la cual va asentada sobre sus coronas. Hoy se ha extendido también esta denominación á los arcos que refuerzan á los cañones seguidos en el sentido de su sección recta.

25. En la Fig. 29 y Fig. *E* se aplica el caso de los arcos de refuerzo para la bóveda por arista comprendida entre dos pasajes, lo que viene á ser la reproducción del caso que se acaba de examinar, ampliándolo solamente con la introducción de los arcos torales, por lo que podremos dispensarnos de entrar en pormenores que serían la fiel reproducción de lo dicho en la bóveda anterior.

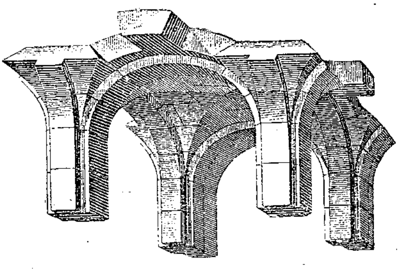


Fig. E

Unicamente haremos notar que las plantillas de junta serán algún tanto más complicadas en las piedras que forman parte á la vez del arco toral, del cañón y de la bóveda por arista.

Así, si nos fijamos en la junta proyectada verticalmente en *B D* y la analizamos, veremos que se formará por la recta *a a'* (corte del plano con el cilindro del pasaje), la recta *a' b* (corte del plano con una cara del toral), la recta *b b'* (corte del plano con el cilindro del toral) la recta *c' b'* (corte con el otro plano de paramento del toral), la generatriz *c' c* (corte de la junta con el cilindro de intradós de la bóveda), la recta *c d''* (intersección de los dos planos de junta), la recta *d'' d'* (intersección de la junta con el plano de asiento) y, finalmente, la recta *d' a* (intersección de la junta continua con la discontinua), resultando con esto la totalidad de la plantilla, la figura *a a' b b' c c' d'' d'*, así como la otra compañera que corresponde al segundo cañón vendrá horizontalmente proyectada en *k k' m m' k'' c d'' J'*.

En cuanto á las verdaderas magnitudes de estas plantillas se encontrarían haciéndolas girar alrededor de sus ejes horizontales, ó por medio de abcisas y ordenadas, conforme se hizo para con respecto á las que correspondían á la bóveda del ejemplo anterior.

Labra.—(Fig. 30). Con pocas variantes esta operación es análoga á la referida para la bóveda simplemente por arista. Se prepara un prisma recto, cuya base sea el cuadrado ó rectángulo circunscrito á la piedra en su proyección horizontal,

y la altura, la indicada en el plano vertical. Sobre las caras verticales *S U*, *S V* se colocarán las plantillas de paramento que indican las expresadas en α, γ. β, δ en las proyecciones verticales, mientras que en el plano de asiento se dispondrá la plantilla ψ deducida de la proyección del plano horizontal que allí está en verdadera magnitud. Ahora es cuando pueden colocarse las plantillas de junta φ', φ, por ser dados sus planos por las rectas *k J*, *J d''* y *D a*, *D d''*, así como también el contorno de todo el arranque de la piedra que pasa por los puntos *N*, *n*, *q*, *q'*, *R*, *p'*, *p*, *h*, *H*.

Con el auxilio del arco *M Q* podremos ya labrar el cilindro perpendicular al plano *I V X*, dibujando en él el desarrollo *m m' q' q* de la parte estrictamente útil del toral; hecho esto, las rectas *m k'*, *q n*, así como las *m' k''*, *q' R* nos dan los dos planos verticales que determinan el grueso del arco de refuerzo. Lábrense, pues, estos planos y en ellos colóquese la plantilla γ. Ahora, con los arcos *N k*, *n k'* se podrá labrar el cilindro de intradós *k k' n N* correspondiente al cañón seguido, así como su prolongación encerrada en el espacio triangular *k'' c' R*, echando mano del arco *k'' R* y de una escuadra perpendicular al plano *m' q' R k''*, llevada siempre en la dirección del cilindro. Lo propio se efectuará con el arco toral y cilindro del otro pasaje. Es de advertir que las pequeñas superficies cilíndricas de forma triangular *k'' c' R*, *c c' R* que nos dan en su intersección la arista *R c'* en el arranque, se limitarán al labrarse por medio de sus correspondientes desarrollos.

La Fig. 31 expresa la piedra de ángulo Σ Σ', que corresponde encima el salmer.

Con el fin de fortificar más los pilares y hacer más independientes las líneas de arista, de las que corresponden á los arcos de embocadura de los arcos torales, se suele introducir la disposición que demuestra la Fig. 32, la cual en cada uno de los ángulos de la cruz que forma la planta del pilar, aparece un pequeño cuadrado supletorio *a b c d* que sirve de base al prisma vertical que ahora recibirá directamente la arista, tal como *d e*.

BÓVEDA
por arista de planta irregular

26. La bóveda de simple arista que se acaba de estudiar, cabe perfectamente su uso cuando se trata del encuentro de dos galerías cilíndricas tales, que las plantas de los muros que las sustentan, forman al interrumpirse recíprocamente, ya un cuadrado, un rectángulo, paralelógramo, rombo..... etc.; mas en el caso que este recinto de cruce viniera afectando la forma de un cuadrilátero irregular cualquiera, siendo, por lo tanto, todos los lados y ángulos desiguales, entonces; variarían algún tanto las operaciones previas para la buena marcha y resolución del problema. No es difícil prever que tal suceda desde el momento que se tenga en cuenta (Lám. 3.ª, Fig. 33), que en un cuadrilátero irregular, como por ejemplo el *a b c d*, el cruce de las diagonales *c b*, *a d* en el punto *O* no dividirá á cada una de ellas en dos partes iguales, siendo, por lo tanto, $a\,O < O\,d$, $b\,O < O\,c$, y así no podrán expresar en manera alguna estas diagonales las proyecciones horizontales de dos curvas planas ó dos elipses que tengan el eje vertical común proyectado precisamente en el punto *O;* además la desigualdad de los lados opuestos *a b*, *c d*, y los *a c*, *b d*, concurre á complicar el problema, toda vez que no pueden ya ser dos cilindros los que se interceptan, sino cuatro, uno correspondiente á cada lado.

La disposición, pues, de estos cuatro cilindros ha de depender del sitio más conveniente en donde vaya á colocarse el eje vertical común de las elipses de intersección de las superficies de intradós, eje que antes se proyectaba en el punto *O*, cruce de las diagonales de la planta irregular.

27. Desde luego se concibe que la disposición del punto *O* (Fig. 34) ha de ser tal que concilie lo mejor posible las condiciones de regularidad de la figura que formen los cruces de líneas, de las distancias, etc., etc., ya que todas estas propiedades en absoluto no pueden obtenerse como antes por el obstáculo de los nuevos datos que tenemos delante. A este efecto buscamos un punto que llamaremos *neutral* para con respecto á los cuatro lados. Se toman en consideración los puntos medios *m*, *n*, *p*, *q* de dichos cuatro lados; únanse dos á dos los opuestos, y las transversales que resulten *m n*, *p q* nos facilitarán el punto *O*, el cual, unido con los vértices del cuadrilátero, darán las cuatro rectas *O a*, *O b*, *O c*, *O d*, y estas *semifalsas diagonales* podrán ya servir para proyecciones horizontales de las curvas semielípticas, verdaderas aristas de intersección de cuatro cañones cilíndricos cuyas direcciones respectivas vendrán dadas por las transversales antedichas *m n*, *p q*, resultando con esto que cada dos de estos cañones, esto es, los opuestos tendrán la misma dirección. Así los cilindros *A* y el *B* vendrán en el sentido de la *m n*, y los *C* y *D* en el que dirige la *p q*.

Mediante estas condiciones, es cuando pueden encontrarse las secciones rectas de los cilindros *A*, *B*, *C*, *D*, recordando que todas ellas serán elipses, cuyo eje vertical ha de ser igual á la altura de la vertical proyectada en el punto *O* que media desde este punto escogido en el espacio hasta el plano horizontal de arranque.

Por lo regular esta montea se determina, haciendo que en la sección recta de uno de los cilindros, tal como por ejemplo el *C*, se escoja una semicircunferencia y de ella quedarán deducidas las demás secciones de los *A*, *B*, *D*.

28. Al objeto de obtener una construcción más sólida y que los esfuerzos y empujes obren con circunstancias más ventajosas, introdúcese una modificación con la cual se resuelve el problema más ampliado, como demuestra la Figura 35. En ésta, el recinto formado por el cuadrilátero irregular *A B D C* está cubierto como en la figura anterior por los cuatro cilindros proyectados, según los cuatro triángulos *A O B*, *B O D*, *D O C*, *C O A*, determinados como se ha indicado en la Fig. 34, pero se introducen otros cuatro cilindros $A\,A'$, $B'\,B$, $B\,B''\,D''\,D$, $D\,D'\,C'\,C$, $C\,C''\,A''\,A$, cada uno de ellos en dirección perpendicular á los respectivos lados *A B*, *B D*, *D C*, *C A*, los cuales representan ahora las proyecciones horizontales de otras tantas aristas de intersección de cada uno de los cilindros del recinto con su contiguo, que se ha introducido nuevamente. En total hay, pues, ocho cilindros

y ocho aristas, todos de un mismo peralte y con el mismo plano de arranque, consiguiendo con esta nueva disposición que la bóveda que cubre la planta *A B D C* esté completamente circuída y asegurada por los cuatro cañones seguidos que á la vez la acometen con un pasaje.

29. En cuanto á la resolución de un aparejo es bien fácil. Se principia determinando la sección recta de uno de los cañones exteriores, de modo que sea un arco semicircular, como por ejemplo, el $A' K B'$, procediendo desde luego al despiezo del mismo. Una junta tal como la que parte de M cortará al primer cilindro, según la generatriz $M' \ M''$, y al llegar en el punto M'' terminará, apareciendo en cambio la generatriz $M'' \ M'''$ paralela á la dirección del eje $H O$ del segundo cilindro. Luego partirá la $M''' \ M^{IV}$ del tercer cilindro respectivamente paralela al eje $F O$ y, finalmente, la generatriz $M^{IV} \ M^{V}$ del cuarto cilindro. Ya en esta disposición se podrá dibujar la generatriz simétrica que parta del punto N', y de ella deducir la generatriz del cilindro siguiente, generatriz que termina en el punto N''', con esta obtendremos la $N''' \ N^{IV}$ paralela á $O \ I$, y finalmente por el punto N^{IV} trazando la $N^{IV} \ N^{V}$ paralela al eje $I \omega'''$. Con el auxilio de esta última será dable marcar la simétrica $P' \ P''$ y en seguida las $P'' \ P'''$, $P''' \ P^{IV}$, $P^{IV} P^{V}$ y, finalmente, las $Q^{V} \ Q^{IV}$, $Q^{IV} \ Q'''$, $Q''' \ Q''$, $Q'' \ Q'$; pero estas últimas podrán también determinarse recurriendo al auxilio de la primera sección $A' \ K B'$. Si bien se considera, todas estas generatrices indicadas serán las secciones producidas á los ocho cilindros por el plano horizontal conducido á la altura del punto escogido M; determinándose del mismo modo las otras generatrices de las juntas continuas como muestra la Fig. 35.

30. En cuanto á las juntas discontinuas, se señalarán, según se tiene practicado en los cañones seguidos, presentándose no más alguna contrariedad cuando de ellas se trate en los cilindros del recinto irregular, muy especialmente en la clave que llevará consigo cuatro ramales, pues si bien en dos de ellos, tales como $R \ S$, $R' \ S'$, no ofrecen dificultad, en cambio no sucede otro tanto con los otros dos, en donde la particular oblicuidad de los cilindros pugna con lo reducido de los espacios triangulares en que se proyectan los intradós cilíndricos, impidiendo con esto el trazo de los planos secantes

paralelos á la sección recta, pues de trazarlos, cortarían á las líneas de arista antes de poder estar alojados en todo el correspondiente ancho de la hilada á que pertenece.

Para eludir esta dificultad de gran monta, sin tener para esto que acudir al empleo de piezas de exageradas dimensiones, como resultarían de formar el ramal participando de los dos cañones contiguos, se ha recurrido á distintos medios. Mr. Kaisser no titubea en adoptar un plano vertical como $Z \ Y$, el que se separa de la normalidad acostumbrada ladeándolo de tal modo, hasta obtener sitio holgado, toda la junta discontinua en el ancho de la hilada, opinando que al prescindir en este caso del riguroso principio de los ángulos rectos no implica perjuicio cuando se trata de pocas juntas, como en nuestro caso.

Vallée, más nimio y atildado en este punto, emplea la junta quebrada $T U V X$, escogiendo la dirección intermedia $U \ V$, como Kaisser, pero desviándola luego en ángulo recto á las generatrices, conforme indican los trechos $T U$, $V X$. Sin embargo, así haciendo, cae en otro inconveniente quizá más grave, y es la dificultad de la puesta en junta, ó por mejor decir, de la buena trabazón en el asiento general de la obra, pues esta clase de juntas quebradas, sabido es, son muy difíciles de realizar, de manera que contraigan un verdadero contacto.

Presenta la Fig. 36 otra solución encaminada al mismo fin, considerada en escala mayor para hacer más clara la nueva disposición. Es bien notorio que el origen de la dificultad estriba en que en estas plantillas irregulares resultan los ramales de las piezas de clave con anchos sumamente excesivos, siéndolo así igualmente los que corresponden á la hilada superior de algún cañón contiguo. Si, pues, la hilada que corresponde á la que nos referimos, se fracciona en otras tres, de anchos menores $r \ m$, $m \ l$, $l \ g$, no hay duda ninguna que al ramal de la clave central se le podrá dar la disposición de los cortes $f \ e$, $d \ c$, $b \ a$, uniéndose en sus resaltos las dovelas $f \ e \ m \ p \ q \ r$, $d \ e \ m \ n \ k \ l \ c$, $b \ l \ j \ i \ g \ a$, cumpliéndose ya aquí el requisito del cruce de las juntas en ángulo recto.

31. Una vez efectuados estos preliminares, es necesario pasar á determinar cada una de las secciones rectas de los ocho cilindros, tal como evidencian las construcciones que muestra la figura, haciendo notar, empero, en obsequio á que

las operaciones resulten inteligibles, que para los cilindros interiores de la planta irregular, las secciones conducidas, por ejemplo, en Ca, Cb, se han trasladado paralelamente á sí mismas fuera de las construcciones del dato en LT, $L'T'$, y allí rebatidas directamente tal como indican los resultados.

Ahora es cuando puede entrarse á la combinación de juntas; así, por ejemplo, la junta mn, su línea de extradós $(n, n'n'')$ corta á la línea de extradós $(n_1, n''n''')$ del cañón adyacente en el punto n'', así es que la recta oculta $m''n''$ será la intersección de los dos planos de junta.

De igual manera la misma $(n_1, n''n''')$ cortará en n''' á la línea de extradós $(n_2, n'''n^{IV})$ de la junta del cañón inmediato, dándonos así la $n'''m'''$ para la intersección de los dos planos de junta correspondientes y, finalmente, con iguales consideraciones vendrá á deducirse la recta $n^{IV}m^{IV}$ en la combinación de las juntas tercera y cuarta. De igual modo se encontrarían las demás limitadas por la combinación que resulta del encuentro respectivo de los planos que á cada cañón conciernen.

No entraremos en la determinación de la verdadera magnitud de las plantillas que forman estas juntas, por ser idénticas las operaciones á otras análogas de ejemplos anteriores; así sólo haremos notar una particularidad que aparece al combinar las juntas de la primera hilada, ó sea la del arranque, y de ello nos haremos cargo para comprenderlo mejor labrando el salmer.

32. **Labrado.**—Escójase un prisma (Fig. 37) cuyas bases sean la máxima proyección horizontal y por altura la de la piedra, colocando en seguida las plantillas α y β tal como vienen expresadas y según indicarán las proyecciones.

Condúzcanse ahora á partir de los puntos M, M^{VI}, las líneas horizontales MM'', $M^{IV}M^{VI}$, y á partir de ellas, las horizontales $M''M'''$, $M'''M^{IV}$. Al tratar ahora de combinar las juntas que pasan por $M^{VI}M^{IV}$ y $M^{IV}M'''$, éstas, por su especial inclinación mutua, no pueden cortarse en toda su extensión, á causa de oponerse á ello el plano siguiente que pasa por $M'''M''$, resultando con esto que se aprovecha no más de aquella línea el trecho $M^{IV}g$, apareciendo en seguida, á contar desde g, la recta ge', intersección de la primera junta con la tercera; y al mismo tiempo la gM''', intersección de las juntas segunda y tercera, resultando con esto la faceta

triangular $M^{IV}gM'''$ como verdadera junta del segundo cañón.

En cuanto á la determinación de la $M''e''$, resultado de combinar la tercera y cuarta junta, ésta se presenta franca, como de ordinario, y no hay para qué detenernos en ella.

La línea $M^{IV}g$ se encontrará fácilmente en las proyecciones, puesto que allí el extradós de las juntas primera y segunda están precisadas por las líneas ee', pr, cuyo encuentro se verifica en q, por lo que, uniendo q con M^{IV} la recta que así resulta será la intersección de dichas juntas. Mas de otra parte los extradós pr, $e'e''$ de la segunda y tercera junta tienen un encuentro en p, precisando de este modo la pM''', intersección de dichos planos. Si ahora se observa, veremos que las $M^{IV}q$, $M'''p$ están en el plano de la segunda junta, tendrán de cortarse visiblemente en g, y, por lo tanto, éste cerrará la faceta triangular $M^{IV}gM'''$, así como la tercera junta en $e'gM'''M''e''$.

Todas estas construcciones indicadas en la Fig. 37, pero hechas en realidad en las proyecciones, nos proporcionarán las juntas de lecho en el verdadero contorno que afectan para disponerlas inmediatamente sobre la piedra. Así, sobre el plano horizontal superior, se colocará la plantilla $ee'e''dfhi$, y con las rectas Md, $M''e''$ la junta $dMM''e''$. Ya colocados estos dos lechos, el $ge'e''M''M'''$ queda fijado, y en seguida el triángulo $M^{IV}M'''g$.

Lábrense en seguida los cilindros $A^{IV}M^{VI}M^{IV}A$, $A'MM''A$, cada uno perpendicular á las caras de paramento α, β, limitándolos por medio de sus desarrollos en las curvas AM^{IV}, AM'', las cuales servirán de directrices para los otros dos cilindros $M^{IV}AM'''$, $M'''AM''$, los cuales se cortarán en la arista AM'''. Atención hecha á la poca extensión de estos últimos cilindros, se suelen trabajar, confiando en la pericia del oficial cantero, que tiene buen cuidado de desvastar la piedra, partiendo de la arista AM''', dirigiendo el instrumento de corte en el sentido respectivo de la línea $M^{IV}M'''$ ó de $M'''M''$, si á tal exactitud quisiéramos llevar ese trabajo, como por ejemplo, para el cilindro $AM^{IV}M'''$, podríamos concebirlo prolongado hasta obtenerlo en la curva $M'''\mu$ de su intersección con la cara ó caras del prisma envolvente; entonces tendríamos ya dos directrices AM^{IV}, $\mu M'''$ para trazar la superficie que luego se limitará por su justo desarrollo. En cuanto al otro cilindro $AM'''M''$ quedará, ya con esto completamente determinado.

Aquí, lo mismo que vimos en otro lugar, podríase escoger el recurso, para facilitar los lechos, de tomar en consideración (Fig. 38) el punto δ de las horizontales que parten de los puntos *e, d*, uniéndolo en seguida con M^{IV} M''' M'', produciendo así las dos juntas forzadas M^{IV} M''' δ, M''' M'' δ, disminuyendo así algún tanto la combinación de los lechos anteriores.

En la Fig. 39 se indica el labrado de otra piedra que pertenece á una de las hiladas ordinarias. Si se escoge el procedimiento de baiveles, será bueno partir del plano horizontal superior que pasa por el punto *a*, sobre el cual se colocará la línea quebrada *a f m n j*, conduciendo en seguida dos planos perpendiculares á las *a z*, *j n*, y en ellos colocar las plantillas de testa *a b c d*, *l j i k*, mas colocadas de modo que guarden entre sí la posición que tienen en el espacio, lo que se conseguirá observando que los puntos *b i* tengan los mismos desniveles para con respecto á los *a, j*. Hecho esto, pueden labrarse las juntas *b a f e*, *i j n h*, limitándose por sus plantillas en *e f h n*. Las rectas *e f*, *f m* determinan otro plano de junta, así como los *h n*, *n m* fijan el último lecho *g m n h*. Puede pasarse en seguida por medio de operaciones análogas á definir los lechos inferiores, y éstos obtenidos dos á dos, las generatrices de intradós nos irían limitando el labrado de los cilindros, los cuales podrían también sustituirse momentáneamente, por los planos subtendentes echando mano de la cuerda *b c*, *e s*, *u h*, *k i*, así como los ángulos dichos comprendidos entre estos subtendentes. Ya en este estado, se comprende cómo queda definido y labrado el extradós. Las *x z*, *y v* representan líneas de junta para el caso que los ramales fuesen demasiado extensos.

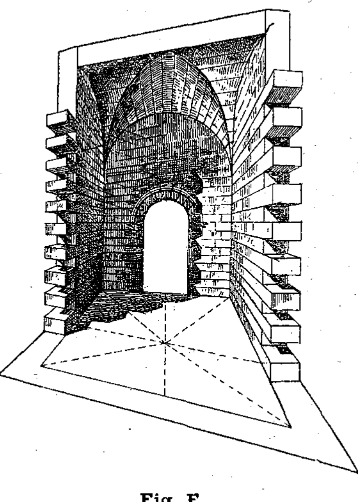


Fig. F

33. La bóveda por arista de planta irregular puede estar también aplicada para cubrir un espacio cerrado, tal como indica la Fig. F, y entonces es cuando aparecen los muros formeros. Su resolución es más fácil que la que acabamos de ver y se comprende á primera vista.

BÓVEDAS
de doble arista

34. Cuando al combinarse dos cañones se encuentran los intradós curvilíneos en un ángulo demasiado agudo, entonces la arista que resulta de la intersección de los intradós, aparece algo deleznable, siendo igualmente débiles y defectuosas las aristas verticales, formadas por la intersección de las jambas ó pies derechos.

De dos clases son las bóvedas de doble arista. 1.ª Si su objeto principal es reforzarla hacia la parte del arranque, y entonces se consolidan también los muros de apoyo, recurriendo á un chaflán. 2.ª Cuando el ángulo de los intradós se refuerza hacia la clave.

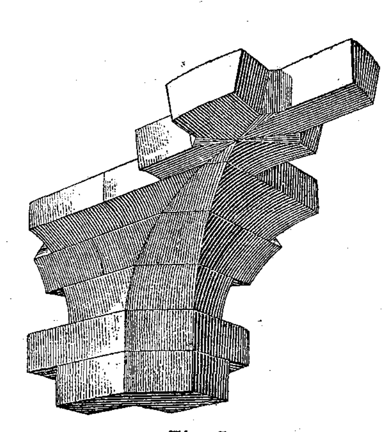


Fig. G

35. Primer caso. La Fig. G demuestra en perspectiva la disposición y forma con que aparecerá el chaflán cilíndrico que contiene la doble arista y con completo cargo de esta disposición se podrá pasar al estudio siguiente.

Si suponemos, por ejemplo (Lám. 4.ª, Fig. 40), que tenemos un recinto exagonal regular en el cual van á concurrir en el punto *O*, los ejes de seis galerías, ó seis cañones

cilíndricos α, β, γ..... etc., éstos serán tales por su concurrencia especial, que irán á originar los ángulos excesivamente agudos e, f, g..... etc., al encontrarse los pies derechos á la vez que las líneas de arista, intersección de los intradós, resultarían también muy defectuosas por ser bastante cerrado el diedro curvilíneo de las superficies cilíndricas, próximo á las verticales proyectadas en los puntos e, f, g. etc., (dicho se está por otra parte que siendo aristas producidas por cilindros de igual altura, dichas intersecciones se proyectarían horizontalmente, según las diagonales $e\,O$, $f\,O$, $g\,O$..... etc., insiguiendo las propiedades de las de este género).

Para evitar esta dificultad, es porque se empieza sustituyendo á los vértices y aristas verticales, $e\,f\,g$..... etc., de los muros por los chaflanes verticales $a\,b$, $c\,d$..... etc., y de esto viene como, consecuencia, la necesidad de enlazar estos chaflanes con nuevos cilindros que le sean tangentes y reunan la propiedad de tener la misma montea que los dados en α, β, γ..... etc., y así resulta que las intersecciones de éstos con el introducido intermedio, será, según ya sabemos, curvas planas que se proyectan en las diagonales $O\,a$, $C\,b$, $O\,c$..... etc.

El cilindro intermedio está, pues completamente terminado, pues su sección recta, será una elipse cuyo eje menor será el que se proyecta en O, y el eje mayor la perpendicular trazada desde el punto O á la recta del chaflán $a\,b$, quedando de este modo el cilindro intermedio citado, como comprendido entre los espacios triangulares $O\,a\,b$, $O\,c\,d$, $O\,h\,i$.....

36. Este problema se resuelve en la Fig. 41, echando mano en la planta rectangular para poder apreciar mejor y en mayor escala las circunstancias del enlace de los intradós, así como la combinación de juntas. El chaflán $A\,B$ es el que sustituye al ángulo que forman las líneas de arranque $A\,A'$, $B\,B'$, y la dirección del mismo es en el sentido perpendicular á la diagonal del rectángulo de la planta.

Así las rectas $O\,A$, $O\,B$ representarán las proyecciones horizontales de las curvas planas, intersecciones de los cilindros de la bóveda con el intermedio recientemente introducido, que viene á constituir como chaflán curvilíneo proyectado en el triángulo $O\,A\,B$.

Se procederá al despiezo de los dos cañones seguidos de embocadura, obteniendo así las líneas de hilada del intradós

tales como la $E'\,E''$, $E''\,E'''$, $E'''\,E^{IV}$, pudiendo ya desde luego deducir la sección recta del cilindro intermedio $O\,C$, trasladada y rebatida para mayor claridad en $O'\,C'$; así es como la generatriz $E''\,E'''$ viene á proyectarse en E^{VI} á la altura $E_1\,E^{VI} = E\,E' = E^{IV}\,E^{V}$, y así todas las demás, hasta obtener la curva elíptica $D^{IV}\,E^{VI}\,C$ en la que se dibujarán las juntas normales insiguiendo los mismos procedimientos de anteriores y análogos casos.

En esta clase de bóvedas las juntas, al combinarse, no siempre lo hacen en todas las hiladas en circunstancias iguales, cambiando, por lo tanto, las formas generales de las figuras que limitan los distintos lechos.

El ejemplo que tenemos á la vista es á propósito para hacerlo evidente.

Primera hilada: las juntas $E^{VI}\,a'$, $E\,a$ se combinan en la intersección $E'\,\alpha$; las $E^{VI} a'$, $E^{V}\,a''$ lo hacen según la recta $E'''\,\beta$; mas como las rectas así obtenidas $E''\,\alpha$, $E'''\,\beta$, están en un mismo plano $E^{VI}\,a'$, resulta que se cortan en γ, insiguiéndose de aquí que $\gamma\,m$ es intersección de los planos $E\,a$, $E^{V}\,a''$, así como $E''\,\gamma$, $E'''\,\gamma$ las correspondientes al plano $E^{VI} a'$ con los $E\,a$, $E^{V}\,a''$. Según esto la junta del cañón intermedio tiene la figura de una faceta triangular $E'\,E'''\,\gamma$, así como las laterales afectan las de pentágonos irregulares proyectados en $E'\,E''\,\gamma\,m\,a'''$, $E^{IV} E'''\,\gamma\,m\,a^{IV}$.

Segunda hilada: La junta intermedia es el triángulo $d\,f\,e$ y las laterales los cuadriláteros $d\,f\,h\,g$, $f\,e\,j\,i$, pues dá la casualidad que los tres planos se cortan en el mismo punto f en donde constituyen el vértice de un ángulo triedro.

Tercera hilada: Aquí la junta intermedia está constituída por la faceta trapecial $p\,q\,s\,r$, y las laterales por los cuadriláteros también trapecios $p\,r\,z\,x$, $q\,s\,y\,v$.

La verdadera magnitud de estas plantillas, así como los desarrollos de estos cilindros, se encontrarán del modo como tantas veces se ha indicado en otros ejemplos.

Las tres primeras piezas de la doble arista $A\,B\,O$ están detalladas en la proyección horizontal de la figura. Así, vemos que en la tercera hilada, aparecen las curvas $r\,t$, $s\,t$, intersección de los cilindros exteriores laterales con el intermedio, pero á partir del punto t, desaparece dicho cilindro intermedio, dando motivo con esto á que no interponiéndose en la segunda hilada como antes entre los otros dos, éstos le corten en la sola curva que aparece en $t\,m$.

No entraremos á detallar las operaciones referentes al labrado de las dovelas, por ser muy análogas y comprenderse perfectamente, una vez vistos los ejemplos anteriores, bastará tan sólo indicar en las Figs. 42 y 43, las piezas pertenecientes, la primera al salmer del ángulo, y la otra, á la de la tercera hilada, correspondiente al encuentro y doble arista, pues de su inspección se deduce inmediatamente la forma y detalles de cada una de ellas.

Cuando el ancho del cilindro que forma lo achaflanado de la doble arista es digno de tenerse en cuenta, se puede recurrir al fraccionamiento por medio de la junta *M N*, para no encontrarse con una piedra demasiado voluminosa, lo cual aumentaría el gasto, atención hecha á lo volado de los dos ramales laterales.

37. Segundo caso.—En esta solución los ángulos que forman los muros de apoyo no sufren alteración, y la superficie que contiene la doble arista, parte de los puntos vértices de los ángulos que forman las líneas de arranque, ensanchándose cada vez más las superficies intermedias, á medida que tratan de alcanzar el punto culminante del cruce en los intradós de los dos cañones; el modo y forma como se verifica este ensanche, depende de la figura geométrica que se escoge en dicho intradós y á cuyos vértices ha de llegar. En este caso las superficies de la doble arista son de figura triangular invertida, constituyendo cada una de ellas una pechina, y de aquí que se conozca á semejante y especial bóveda con el nombre de **doble arista con pechina**.

(Fig. 44). *A A'* y *B B'* son los ejes de los dos cilindros cuyas bases, á la vez que secciones rectas, son *C' D E*, *C'' D' E'*, con sus extradós y juntas correspondientes.

Escójanse en el interior del rectángulo *H I C G* y en sus transversales, cuatro puntos tales como *F*, *F'*, *F''*, *F'''*, que unidos dos á dos vengan á formar un paralelógramo *F F'' F' F'''*, uniendo luego cada dos de ellos con el vértice que esté más próximo en el rectángulo de la planta; así llegaremos á obtener los triángulos *F''' F C*, *F F'' G*, *F' F''' H*, *F' F'' I*, y serán las proyecciones horizontales que llevarán consigo la doble arista que les corresponde.

Imaginemos ahora en el espacio las elipses proyectadas en *C F'''*, *C F* producidas respectivamente por las secciones de los planos verticales *C F*, *C F'''* con los cilindros longitudinal y transversal; es evidente que dichas curvas tendrán igual el eje menor proyectado en los puntos *F*, *F'''*.

En este supuesto, hagamos resbalar sobre las mismas una recta horizontal paralela en todas sus posiciones á la recta *F F'''*, ó lo que es lo mismo á la diagonal *H G*, entonces engendraremos en el espacio un nuevo cilindro intermedio entre los otros dos, cilindro que será el correspondiente á la pechina de su referencia.

Con esto ha quedado sin cubrir del total espacio rectangular *C H I G*, la parte central, esto es, el paralelógramo *F F''' F' F''*, consiguiendo ahora cubrirlo, recurriendo á una pequeña bóveda plana, cuyo intradós sea tangente á los cuatro cilindros, á lo largo de los lados *F F'''*, *F''' F'*, *F' F''*, *F'' F*, conforme es de ver en la sección recta que se ha rebatido después de trasladada alrededor de la línea *L'' T''*.

Esta bóveda plana está cerrada por una clave en forma de paralelógramo concéntrico al matriz, haciendo que sus juntas estén inclinadas análogamente, como se procede en los dinteles, dándoles muchas veces formas de rediente, conforme es de ver en el rebatimiento *L'' T''*, coadyuvando con esto á dar mayor consistencia al sistema.

Se proscribe en absoluto las juntas en las tangencias de las pechinas con el plano, y que en estas inmediaciones formen parte del plano y de la superficie apechinada.

El despiezo, combinación de juntas y demás, se practicará igualmente siguiendo las mismas prescripciones que se pusieron en práctica en la solución anterior.

Nos detendremos no más, aunque sea someramente, en algunas indicaciones del labrado de una de las piezas que forman parte de la pechina y de la bóveda plana por presentarse su forma algo rara. Sea desde luego la pieza designada por Σ, la que se escoge después de haber dispuesto un bloque de las dimensiones aproximadas de la misma; lábrese un plano base de operaciones (Fig. 45), este plano representará el horizontal que pasa en el espacio por los puntos *P J'' Z X V U*, en él puede colocarse en seguida como si fuese plantilla las líneas combinadas tal como lo están en el espacio *P J''*, *J'' Z*, *Z X*, *X V*, *V U*, todas que se encuentran como es de ver en el plano horizontal subtendente del intradós de nuestra dovela. Córtese á partir de *Z X* un plano perpendicular al anterior, colocando una vez obtenido la plantilla α, así dibujaremos la curva *X a Z* y con ella, como á di-

rectriz, es dable ahora labrar un cilindro perpendicular á la cara α hasta poder colocar el desarrollo $Z J'' F V X$ que nos lo limitará en su justa extensión.

Por $P q$ y $U s$ que se habrán señalado del modo que indica la proyección horizontal, córtense también dos planos perpendiculares al subtendente, colocando en ellos las plantillas β, γ ambas iguales, pero opuestamente colocadas y teniendo en cuenta las distancias $q Q$, $s S$ que median en el espacio entre los puntos Q, S y el plano subtendente citado.

Ahora con $Z J''$ y $Z d$ puede labrarse el plano de junta μ limitado en $J'' e$, con las $J'' e$, $J'' P$, $P f$, el plano de junta φ.

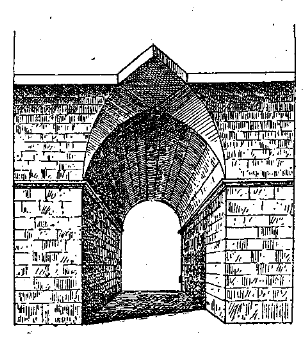
Tómese luego la distancia vertical $r R = q Q = s S$, pues así las rectas $Q R$, $Q g$, darán el plano de juntas δ y las $R S$, $S h$ el otro plano ψ.

Procédase luego con el auxilio de las curvas $J'' F$, $P m$, de una parte, y las $F V$, $U n$ de otra al labrado de los cilindros $J'' F m P$, $F V U n$ y finalmente las rectas $F n$, $n S$, $S R$, $R Q$, $Q m$, $m F$, nos darán el plano tangente con aquéllos.

En cuanto á los extradós no se labran ó se dejan simplemente de labor burda, y de labrarse se concibe ahora fácilmente las operaciones hacederas, valiéndonos de las curvas de extradós de las plantillas, así como de las generatrices del mismo nombre.

Esta segunda solución salta á la vista, mediante los precedentes detalles, que está constituída precisamente por una disposición inversa á la primera donde se emplea el chaflán.

Se hace uso de ella cuando existe necesidad de que la bóveda termine en la parte superior por un plano ó plafón á propósito para recibir un motivo decorativo, ya en pintura ó en relieve, ó ya también para introducir un lucernario en el hueco que dejaría la supresión de la clave ó de algunas dovelas pertenecientes á la hilada próxima de esta pieza, sentado el caso de una extensión considerable del plafón.


Fig. H

De ella se ve un notable ejemplo en París en varias de las grandes galerías ó almacenes de caldos espirituosos conocidas por **Halle aux vins magasins aux eaux-de-vie**, cuya iluminación interior se verifica con el auxilio de extensos huecos presentados en los centros y partes culminantes de las bóvedas.

La Fig. H indica la perspectiva de un caso de bóveda de doble arista en esta segunda solución.



CAPÍTULO TERCERO

BÓVEDAS en rincón de claustro

38. La bóveda en **rincón de claustro** (*) es una variación de la de por arista; en esta última, los aristones son líneas salientes, y en la primera son entrantes; aquí, en la de rincón de claustro, los cilindros descansan directamente á todo lo largo de los muros del recinto, mientras que cuando es por arista se sustenta la bóveda sobre los apoyos que forman los ángulos de la planta.

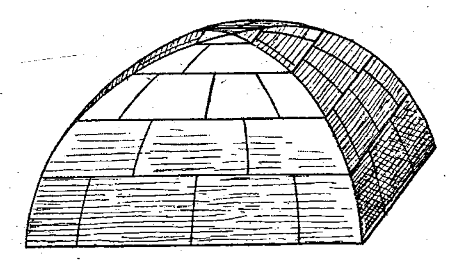


Fig. I

La bóveda en rincón de claustro es á propósito para cuando el espacio que hay que cubrir se encuentra completamente cerrado por muros; al contrario de la de por arista que, viene precisamente indicada cuando

(*) Torija, *Breve tratado de Bóvedas*, 1661. En que se trata de la capilla en rincón de claustro. Este corte no sirve sino es en claustros ó en ámbitos semejantes. Es compuesta de dos cañones donde se vienen á encontrar y causa la planta cuadrada.

el recinto que cubre es accesible por todos sus lados con pasajes ó galería que en él concurren (aunque no excluya en casos especiales el que también la planta sea cerrada para las bóvedas por arista, conforme hemos visto en los párrafos núms. 23 y 33).

Así, pues, la bóveda en rincón de claustro es la que se forma de muchos témpanos que en el intradós se encuentran, formando unos con otros ángulos entrantes ó rincones, presentando una fábrica cerrada, desde su plano de arranque hasta su vértice. Es producida por el encuentro de varios cañones rectos del mismo arranque y montea.

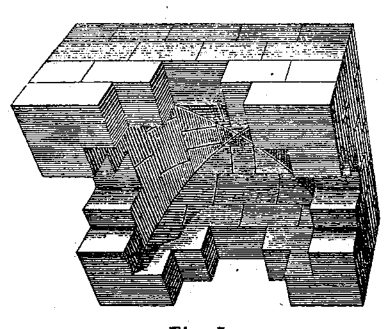


Fig. J

39. La de solo cuatro témpanos, que es la más usada, viene á ser lo inverso de la bóveda por arista. Y para convencernos de tal verdad, bastará fijar la atención en la planta de la Fig. 46, lámina 5.ª, en donde el rectángulo que se trata de cubrir, es el *A B D C*, siendo sus diagonales las *A D*, *B C*; aquí en este caso del rincón de claustro el cilindro perpendicular al plano vertical de proyección *L T* cubre los espacios triangulares *A O C*, *B O D*, siendo así, que si se tratara de la bóveda por arista, el mencionado cilindro se aprovecharía, precisamente, para cubrir los dos espacios triangulares restantes *A O B*, *C O D*. Por el contrario, el otro cilindro, cuyo eje *O O'* es paralelo al plano *L T*, ó lo que es lo mismo, perpendicular al *L' T'*; vendría cubriendo, si la bóveda fuese por arista, las partes triangulares *A O C*, *B O D*, al paso, que en el caso presente, que es en rincón de claustro, su misión es cubrir los espacios triangulares *A B O*, *D C O*. Vemos, pues, que al considerar estas dos bóvedas, estos dos cilindros alternan entre sí al cubrir uno de ellos, dos de estos espacios.

40. Las figuras *I*, *J*, para la mejor comprensión de la forma y estructura de la bóveda en rincón de claustro re-

presentan dos perspectivas, la primera exterior, viendo la bóveda, como si dijéramos, en pabellón, y la segunda una vista interior, apareciendo toda la estructura del despiezo.

41. Mas volviendo á la Fig. 46 y tratando de su aparejo, se comprende ya fácilmente cuál va á ser éste, siguiendo en él las mismas prescripciones que cuando tratamos de la bóveda por arista, atendiendo únicamente á la distinta misión que ahora desempeñan los dos cilindros, según las observaciones hechas anteriormente. Así es que las líneas de junta continua aparecerán ahora según los rectángulos *E E' F' F*, *G G' H' H*..... etc., todos concéntricos con el contorno general de la planta. En cuanto á las juntas continuas, serán los planos tales como el, por ejemplo, *R E E' S*, el *E R R' F*, el *F R' S' F'* y el *F' S' S E'*, los cuatro correspondientes á la primera hilada, mientras que sus intersecciones respectivas dos á dos vendrán representadas en las rectas *R E*, *F R'*, *F' S'*, *E' S* y análogamente las otras juntas de las hiladas superiores tal como muestra la figura de su referencia.

Se infiere de aquí que todas estas juntas quedarán completamente determinadas, recurriendo al auxilio de las secciones transversal y longitudinal de esta bóveda, cuyas se tienen como á dato, rebatidas en los planos verticales *L T*, *L' T'*, y la una deducida de la otra, tal como se expresó al estudiar en detalle la bóveda por arista, infiriéndose de aquí que son igualmente aplicables todas las propiedades generales, como son la determinación de tangentes á las curvas planas de arista, intersecciones de los extradós, así como la averiguación de plantillas y desarrollos; todo lo que omitiremos en este caso para no caer en pesadas repeticiones.

Procédese también aquí al labrado de una pieza, ya valiéndonos del sistema de escuadría ó de baiveles y escogiendo, por ejemplo, el primero en la Fig. 47, empezaremos labrando un prisma auviliar cuyas bases sean la máxima proyección horizontal, *M a b e d*, cuya altura sea la máxima *M' M''* de la piedra, que aquí en este nuestro caso escogemos la de arranque. Colóquense, en seguida, en las caras que representan las juntas discontinuas, las plantillas α, β, deducidas respectivamente de las proyecciones verticales que allí las tenemos en verdadera magnitud en las dos proyecciones verticales, y ya dispuestas éstas, puede colocarse la tercera plantilla γ así como la de asiento inferior del arranque, ambas á dos

sacadas de la proyección horizontal, la una, proyectada, según la figura *m d M a n R* y la otra en *q d M a r A*. Ahora las rectas *c m*, *m R* nos dan ya un plano de junta, así como las *b n*, *n R* facilitarán el segundo plano de junta, y así estos dos labrados se cortarán en la línea de intersección *R E*; finalmente, los cilindros *c q A E* y el *b r A E* quedarán determinados dirigiéndolos perpendicularmente á las caras de junta discontinua α β, tomándolos de modo, que sus directrices sean las curvas *q c*, *b r* y en su encuentro nos darán la curva rinconera *A E*. Excusado es decir que á medida que se vayan labrando estas dos superficies cilíndricas se irán comprobando con sus desarrollos con antelación encontrados.

BÓVEDA
en rincón de claustro
Planta exagonal

42. Esta clase de bóveda puede tener fácil aplicación, cualquiera que sea la forma de la planta que cierra el recinto. Así, si por ejemplo, se escoge una planta exagonal como la de la figura 50, podrá fácilmente recurrirse á tres cilindros que se corten mutuamente según las curvas planas que se proyectan horizontalmente en las diagonales de la planta. El primero, cubrirá los dos espacios triangulares *A O B*, *E O D*, el segundo, ocupará los triángulos *A O F*, *C O D*, y el tercero, los *F O E*, *B O C*.

La igualdad de todos estos cilindros y la notable regularidad en que se cortan, permitirá que las construcciones sean fáciles y breves.

Escójase, en primer lugar, un plano de proyección vertical *L T* que sea perpendicular á uno de los cilindros, tal como el que cubre los espacios triangulares *A O F*, *C O D*, suponiendo, á la vez, que este plano de proyección representa un corte vertical pasando por el centro de la bóveda, cuyo corte en planta está representado por la línea *L' T'*. Con este dato la semicircunferencia *A' G C'*, representará la sección recta de dicho cilindro, igual, precisamente, á las

otras dos de los restantes cilindros, dividiéndola ahora en un número impar de partes iguales *A' a*, *a b*, *b c*, ... etc., y concibiendo por cada uno de estos puntos de división secciones horizontales, éstas nos cortarán á los tres cilindros según las seis generatrices que irán constituyendo exágonos regulares concéntricos con el de la planta formando así cada uno de ellos tal como el *c' m n p q r*, las líneas de junta que á cada hilada corresponden.

En cuanto á las superficies de junta, quedarán ya completamente definidas con cada una de estas últimas líneas obtenidas, acompañando á cada una de ellas las correspondientes normales tales como, por ejemplo, las *c v*, *b t*..... etc.

El extradós de esta bóveda se limita por otros tres cilindros, cuya sección recta es también un arco de circunferencia tal como el *k t v g' J*, pero de centro más bajo que el arco de intradós, para así favorecer más la resistencia en los arranques.

Estos tres cilindros de extradós irán siendo sucesivamente cortados por los planos de junta, produciendo así una serie de exágonos vistos, ocultos en la proyección horizontal, y que cada uno de ellos, acompañado de su correspondiente intradós visto, irán formando cada una de las zonas que constituyen las juntas de hilada; y si bien se observa inferiremos que cada una de dichas hiladas ó lechos viene compuesta por una pirámide truncada, cuyo vértice imaginario es el punto *O*. Excusado es recordar que atención hecha á la regularidad de la figura, todos los planos de junta continuos irán cortándose según rectas, tales como *K' Q*, situadas en los respectivos planos de las líneas de arista, proyectándose, según esto, horizontalmente en las diagonales de la planta.

Los planos de junta discontinuos se dispondrán como de ordinario en $\alpha\ \beta$, $\gamma\ \delta$, según la sección recta de su respectivo cilindro, proyectándose en el plano vertical según las curvas $\alpha'\ \beta'\ \gamma'\ \delta'$ ..... etc.

En cuanto á la labra de la piedra, queda igual á lo dicho en los casos anteriores.

BÓVEDA
en rincón de claustro
Planta irregular

43. (Fig. 51). El póligono *A B C D* es el cuadrilátero irregular que limita la sala que hay que cubrir, y trácense ya desde este momento las diagonales *A C*, *B D*, que se cortan en el punto *O*, adoptando en seguida un cilindro distinto para cubrir cada uno de los triángulos en que la planta queda dividida. Así, por ejemplo, el cilindro que cubre la parte *A O D* tendrá por dirección el lado *A D* y por sección recta la producida por el plano secante *L T*, cuya curva de sección se rebate según la curva elíptica *a b c d* cuya montea *O' d* está determinada por el dato.

Insiguiendo análogas construcciones, el triángulo *A O B* lo supondremos cubierto por otro cilindro cuya dirección será el lado *A B* y cuya sección recta, expresada y rebatida en el plano vertical *L' T'* según la curva *a' b' c' d'* elíptica, cuyo eje vertical *O'' d'* igual *O' d* por exigirlo así las condiciones de bóveda de arista. Así también se determinarán los otros dos cilindros paralelos respectivamente á los lados *B C*, *C D*.

Como quiera que las hiladas respectivas han de estar formadas por cuadriláteros semejantes á los de la planta, el despiezo quedará con facilidad determinado, dividiendo á este fin una de las secciones rectas en partes iguales, tal como *a' b'*, *b' c'*, etc., y cada uno de los puntos *b'*, *c'* representarán generatrices horizontales *b'' n*, *c'' m* que, encontrando en *m*, *n*, á la diagonal *O B*, por ellos dirigiremos en seguida las *m p*, *n q*, ... etc., luego desde los puntos *p*, *q* las *p r*, *q s* paralelas á *D C*, serán las generatrices del tercer cilindro, y finalmente las *r c''*, *s b''*, que serán las generatrices del último cañón.

Procede luego á determinar los extradós y las juntas de los dos cilindros, de modo que cumplan las condiciones vistas en los casos anteriores, haciendo lo posible para que las ge-

neratrices de estos cilindros de extradós correspondan á una misma altura, porque así facilitan las operaciones, cual requisito puede observarse en las líneas de referencia $\omega\ G$, $\omega\ G'$. Ahora es cuando entra la combinación de juntas, así la $b\ \alpha'$ está determinada por las rectas $b''\ s$, $\alpha\ \beta$, mientras que la $b'\ \alpha''$ viene designada por las $b''\ n$, $\alpha\ \delta$, y ambas á dos se cortan según la recta $b''\ \alpha$. Quedan no más indicadas estas operaciones para estas dos juntas en el punto b'', omitiendo dibujar todas las restantes por ser completamente análogas á ésta.

El despiezo de las juntas discontinuas se conducirá como siempre en la dirección de las secciones rectas. Prescindimos de la labra de la piedra, por evitar repeticiones, pues tendríamos que reproducir lo dicho en los casos anteriores.

Téngase en cuenta, que tratándose de un cuadrilátero irregular, no siempre podríamos escoger sus diagonales como á proyecciones horizontales de las cuatro líneas de arista, pues tal puede ser la irregularidad que el punto O de su intersección se sitúe en posición tal que esté muy próximo hacia un lado del cuadrilátero y muy distante de otro, con lo cual acentuaríamos aun más la irregularidad aumentando las dificultades sin que por otra parte se sacara ningún beneficio de tal modo de obrar.

En tal situación es que podremos llevar las construcciones con arreglo á lo que ya indicamos en el n.° 27 al tratar de la bóveda por arista, pero que ahora podremos aplicarlo fácilmente con arreglo á las condiciones del rincón de claustro. Así es que se terminarán las dos tranversales $M\ N$, $P\ Q$, las que se cortan en el punto O''', y éste es el que ahora se escogerá como punto de concurrencia de las curvas de arista proyectadas según $O'''\ A$, $O'''\ B$, $O'''\ C$ y $O'''\ D$. El resto de las construcciones quedan análogas á las indicadas.

BÓVEDAS en rincón de claustro combinadas con un cañón seguido

44. Cuando el espacio que hay que cubrir es rectangular pero de una longitud considerable, entonces no conviene

hacer seguir á las aristas las diagonales del rectángulo en planta, sino que debe hacerse la parte central (Lám. 6.ª, Fig. 53). $A\ B\ C\ D$ en cañón seguido reforzando sus extremos con arcos torales y disponer luego las aristas en las testas $D\ C\ G\ H$ con las diagonales á 45°, según las $O\ P$, $O\ F$, $O\ H$, $O\ G$, lo cual produce una curvatura igual, en toda la bóveda.

Excusado es entrar en más pormenores por haberse ya tratado las partes parciales de esta bóveda en su lugar correspondiente.

BÓVEDAS con lucernario. Bóveda esquilfada

45. Como que en la bóveda en rincón de claustro, cada témpano se apoya por un lado sobre el muro en toda su longitud, resulta que estas bóvedas son más sólidas y ejercen menos empujes que las de por arista. Hasta se puede suprimir en ella la clave y algunas hiladas adyacentes sin inconveniente, cosa que no puede realizarse en las otras.

Esto da motivo para que pueda establecerse en la parte superior de esta bóveda una gran altura motivado por un lucernario y así poder estar iluminada la estancia con luz zenital. Esta disposición se expone en la Fig. 48, Lám. 5.ª, en donde se representa una estancia cuadrada, adoptando como á secciones rectas de los cilindros, arcos tales como $A\ B$, $D\ C$, cuyos centros respectivos el uno en O y el otro en O' están dispuestos de modo que la sección total fuese peraltada, obedeciendo, por lo tanto, la misma forma los arcos correspondientes al extradós.

Suprimiendo, según esto, las hiladas que coronarían la bóveda y dejando el hueco cuadrado $B\ C$, $D'\ D''$, $C''\ C'$, claro está entonces que las aristas quedaran limitadas en las líneas $M\ D'$, $P\ D''$, $C''\ Q$, $C'\ N$, obedeciendo al mismo tiempo la forma apuntada que hemos escogido para el intradós á mejorar las condiciones del empuje en favor de la estabilidad de la construcción.

Conviene y es prudente en este caso tratar los cortes de la última hilada de coronamiento tal como si fuese un dintel

auxiliados del centro x, vértice del triángulo isosceles $B\ C\ x$, y así las juntas que parten de a, b, d, c concurrirán hacia el punto x, resultando las dovelas en forma de cuña, y con esto la presión que este anillo trasmitirá al siguiente y éste al sucesivo, será bastante garantía para la completa estabilidad de las hiladas.

La Fig. 49 representa una de las piedras de ángulo del lucernario.

46. Muchas son las ocasiones que al suprimir las hiladas superiores de la bóveda en rincón de claustro se sustituye el hueco que antes se había dejado por lucernario por una bóveda plana que cierra por completo dicha abertura, y entonces es cuando se produce un esquilfe en la bóveda que recibe en estas condiciones el nombre de esquilfada (*).

Algunos autores parece que opinan que procede únicamente el esquilfe cuando se trate de plantas rectangulares, entre ellos Bails, cuando la define, dice: "*la que cubre una planta rectangular y se compone de cuatro paredes, desde las cuales se levantan cuatro arcos, entre quienes queda arriba en medio de la fábrica una bóveda plana, formada de un conjunto de arcos adintelados*".

Insiguiendo lo dicho por Bails, se comprende que cuando se trata de una planta rectangular de una longitud muy considerable y se quiere al mismo tiempo echar mano del rincón de claustro que venga motivado en tales circunstancias el esquilfe, pues de no emplearlo y echando mano solamente por entero de la bóveda en rincón de claustro, así como de sus diagonales para las aristas, resultaría un empuje excesivo y que en la nueva disposición que se adopta, se aumenta la curvatura de los nuevos cilindros, ofreciendo con ella más resistencia. En efecto (Fig. 52), si se trata de cubrir con esta disposición la planta $A\ B\ C\ D$, puédense disponer dos cilindros $\alpha\ \alpha'$, cuyas secciones rectas sean los cuadrantes $e\ f$, $g\ h$, cada uno en la dirección de los lados paralelos $A\ D$, $B\ C$; y luego otros dos β, β' de sección recta, igual á los anteriores, pero llevados en la dirección de los otros dos lados $A\ B$, $C\ D$ de la planta; así, siendo estos cilindros iguales, tendrán

(*) La capilla ó bóveda esquilfada... continúa con su planta hasta su remate, de tal modo que los rincones ó ángulos que forma su planta la misma bóveda los va á formar. (*Arte y uso de la Arquitectura*, cap. II, P. Lorenzo de San Nicolás.)

la ventaja de cortarse según las curvas planas proyectadas en las bisectrices $C\ M$, $A\ P$, $B\ Q$, $D\ N$, y en virtud del reducido radio que se ha dado á las secciones rectas, habrá dado lugar esto, á que quedaran limitados en su parte superior por el rectángulo vacuo $N\ M\ Q\ P$, que puede ahora suplirse por medio de una bóveda plana, sustentada por los cilindros en cuestión, lo cual viene hasta cierto punto á ser una segunda solución del caso expuesto en el n.° 45. De todos modos, para completar el aparejo y despiezo, recurriremos á la sección recta total γ, conducida según la línea $R\ S$, comprendiéndose ya con esto todo el resto de operaciones por la marcha análoga de los casos anteriores.

BÓVEDA
en rincón de claustro, doble arista y con esquilfe

47. En la planta cuadrada $A\ B\ D\ C$ (Fig. 54) concíbase en su interior un octógono $E\ F\ G\ H\ I\ J\ K\ M$, concéntrico con dicho recinto, uniendo luego cada uno de los vértices A, B, D, C, con los del octógono que correspondan á los lados que vengan situados delante de los primeros puntos. Así tendremos establecidos los triángulos $A\ M\ E$, $B\ F\ G$, $H\ D\ I$, $C\ J\ K$, quedando comprendidos entre cada dos de ellos los trapecios $A\ E\ F\ B$, $G\ B\ D\ H$, $C\ D\ I\ J$, $C\ K\ M\ A$. Cada una de estas zonas trapeciales vendrán cubiertas por cilindros, así como también cubrirán superficies del mismo género á las zonas triangulares antes mentadas; total 8 cilindros, los cuales se irán combinando dos á dos en las intersecciones que entre sí originen, cuyas líneas de intersección serán planas, proyectadas en el plano horizontal según las rectas antes trazadas en $A\ M$, $A\ E$, $B\ F$, $B\ G$.

Según esto, sólo quedará por cubrir el espacio comprendido dentro del octógono $M\ E\ F\ G\ H\ I\ J\ K$, y á este efecto es que se empleará una pequeña bóveda plana que constituirá el esquilfe de la total.

El modo de determinar todas estas superficies de intradós se presenta por cierto ahora muy sencillo recordando las anteriores soluciones.

En efecto: Escojamos un plano de proyección vertical $L\ T$ que represente una sección dada por $L'\ T'$; constrúyase luego el cuarto de circunferencia $A'\ R'\ P'\ M'$, cuyo representará la sección recta á la par que proyección vertical de todo el cilindro proyectado en el plano horizontal en el trapecio $A\ C\ K\ M$. Del mismo modo el otro cilindro $B\ G\ H\ D$ vendrá á proyectarse verticalmente en el otro cuadrante simétrico é igual al primero, conforme indica el alzado.

Los otros dos cilindros, iguales á los que se acaban de mencionar, pero que se encuentran paralelos al plano vertical, tendrían igual representación, si recurriéramos á un corte longitudinal dado por $L''\ T''$; mas podemos prescindir de él sin ningún inconveniente, atención hecha de que sería en un todo igual á la que producimos en el corte $L\ T$.

Siendo por condición precisa en esta bóveda que sean iguales las monteas ó peraltes de los ocho cilindros, claro está que esta condición por sí misma determina por completo los cilindros de los cuatro segmentos triangulares, y así es que si producimos un nuevo corte diagonal á lo largo de $C B$ y luego lo rebatimos alrededor de esta recta, el punto x se rebatirá en X y el z en Z mediante las alturas respectivas $x\ X$, $z\ Z$ iguales á la altura $m\ M'$, construyendo en seguida las elipses $C\ X$ con los semiejes $C x$, $x\ X$ y la $B\ Z$ con los semiejes $B z$, $z\ Z$ y éstas serán las secciones rectas de los cilindros de segmento triangular, y uniendo X con Z la recta que así resulte representará el plano horizontal del esquilfe, figurado también en la proyección vertical $L\ T$ por la recta horizontal $M'\ E'$; obtenidas ya estas superficies de intradós se determinarán las de extradós, como tantas veces hemos hecho, imponiéndose desde luego el despiezo.

Así dividiendo toda la línea mixtilínea que pasa por los puntos A', R', P', M', E', B' en un número impar de partes iguales y trazando por ellos una serie de planos horizontales, nos cortarán á los cilindros en la serie de líneas de junta continuas, el plano horizontal que pasa, por ejemplo, por R', nos cortará al primer cilindro, según la $R''R$, al 2.°, según la $R\ Q$, al 3.° según $Q\ O'''$, al 4.° en $Q'''\ \alpha$, al 5.° en $\alpha\ \alpha'$, al 6.° en $\alpha'\ \beta$, al 7.° en $\beta\ Q''$ y al 8.° en $Q''\ R''$ y así las demás líneas de hilada, formando cada una de ellas una serie de figuras octogonales, cuyos lados serán respectivamente paralelos á los del octógono central, aunque bien no sean regulares como aquél.

Los planos de junta se determinarán ahora según lo prescrito en otros casos análogos.

En cuanto al esquilfe, se tratará su despiezo como si fuese una pequeña bóveda plana de planta octogonal, conforme indican las construcciones de la figura.

Finalmente, la línea tal como $A'\ Q'\ N'\ E'$ es la proyección vertical de la curva de arista $A\ E$.

Prescindimos de la labra de la piedra, por ser análoga á otras ya vistas.

BÓVEDA ACODILLADA

48. Cuando dos galerías cilíndricas (Fig. 55) de ejes $O\ \omega$, $\omega\ O'_1$, teniendo la misma altura y el mismo arranque se cortan, formando un ángulo cualquiera (que aquí suponemos recto) tal como $O\ \omega\ O'_1$ y de modo que queden terminados en su intersección, constituyendo una especie de recodo, entonces hase convenido en llamar acodillada la bóveda compuesta que aquí resulta.

Verdaderamente es esta la bóveda que resulta en los rincones de los claustros, pareciendo por esta razón más lógico el que se la llamara en rincón de claustro, mas como quiera que la costumbre y práctica ha sancionado este nombre para las bóvedas que hemos visto en los números anteriores, no hemos de ser precisamente nosotros quien altere semejante denominación, adoptando en definitiva el nombre con que hemos encabezado el asunto de que vamos á tratar.

Adóptense dos planos verticales $L\ T$, $S\ N$ en los cuales estableceremos las secciones rectas de los dos cañones, escogiendo para uno de ellos, el menor, por ejemplo, una semicircunferencia como á sección recta extradosándole en las mismas condiciones de casos semejantes, así como trazando las juntas normales que pasen por los puntos $C\ D\ E$..... etc.

Partiendo ahora de esta sección recta, se determinará la del cañón mayor, y esto teniendo presente los mismos requisitos cumplidos por las bóvedas por arista y en rincón de

claustro. Y con esto puede inferirse ya desde luego que la curva de intersección de los intradós, será plana y se proyectará como en aquéllas, según la traza horizontal del plano vertical, en dónde está contenida, en una palabra estará representada en la diagonal *a b*.

49. Ante todo, téngase en cuenta lo muy notable que se presenta en esta bóveda para con respecto á la línea de arista, lo cual nos ahorrará entrar en explicaciones detalladas que serían directa repetición de lo dicho en cuestiones anteriores. Es esta propiedad, la de formar parte á la vez de la bóveda por arista y de la bóveda en rincón de claustro. Si observamos bien la figura, se verá que el vértice *a* representa la proyección horizontal de una recta vertical producida en la intersección de los planos interiores *a A'*, *a A*, tangentes á los cilindros de intradós á lo largo de sus arranques. La vertical *a* es, pues, con evidencia una arista saliente y esta en la misma disposición que se hallaban las cuatro verticales de los ángulos de los apoyos en una bóveda por arista; ¡he aquí, pues, porque se comprenderá perfectamente que en todo el trecho *a* ω la curva de intersección ha de ser en arista saliente.

Por oposición en el vértice *b* el ángulo de los paramentos interiores de los muros de apoyo, tangentes á los cilindros en los arranques, es entrante y reune la misma disposición que lo hacían los cuatro ángulos interiores de una bóveda en rincón de claustro, y de ahí sea entrante todo el trecho de arista de intersección de los cilindros que media desde *b* á ω.

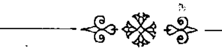
Sin embargo, por otra consideración geométrica podremos corroborar tal aserto. En el vértice *a* consideremos el ángulo que forman los dos planos tangentes á los dos cilindros (planos tangentes á lo largo de los arranques) considerando este ángulo δ δ' δ'' hacia la parte interior del pasaje es evidente que su medida es mayor de 180°, lo que es lo mismo es de 270°, luego forzosamente ha de responder á un vértice saliente. Pero á medida que se vayan considerando puntos en la curva, tales como *c d e*... etc., cada vez más elevados, los ángulos respectivos que forman en cada uno de estos puntos los planos tangentes, dos á dos, van disminuyendo y cuando se consideran ya en el punto ω, que es el culminante, entonces los planos tangentes alcanzan uno con otro la inclinación de 180°, esto es, han llegado á confundirse, pues que

es común en este punto el plano tangente á los dos cilindros, adquiriendo una disposición horizontal.

Pero teniendo en cuenta los restantes puntos de la curva, tales como *f* comprendidos entre ω y *b*, el ángulo de los planos tangentes continúa disminuyendo hasta llegar finalmente al punto *b*, en donde los planos tienen una posición vertical, midiendo entre sí un ángulo Θ Θ' Θ'' igual 90°. Los ángulos, pues, han de ser entrantes, así como toda la arista ω *b* lugar geométrico de los vértices en cuestión.

50. Resulta, pues, que participando esta bóveda de las propiedades de las de por arista y en rincón de claustro no hay más que tratarla, empleando los mismos procedimientos que los allí explicados, teniendo, empero, mucho cuidado en la labra de la clave, cuyas testas de la misma, son *p q*, *m n*. Este cuidado estriba no más en lo prolijo que resulta en la formación de la arista *e f* en que parte de ella *e* ω es saliente y la ω *f* entrante, como expresa la Fig. 56 que indica el labrado.

Esta arista se podrá trabajar auxiliada de una cercha, cortada según la magnitud de aquélla, la cual se deducirá rebatiendo toda la curva *a b* de la planta. Esta cercha, colocada de *f* á *e* (Fig. 56), cuando el labrado de los cilindros de intradós lleguen á encontrarla, será motivo para que se efectúen distintos tanteos de comprobación, hasta obtener un preciso aloje de la misma y coincidencia exacta de ella al encontrarse los intradós cilíndricos, cuales convendrá también comprobarlos, ya valiéndonos de sus generatrices, ya de sus secciones rectas.





CAPÍTULO CUARTO

BOVEDA
por arista anular y en conoide

51. Supongamos en la Fig. 57 que se tiene un pasaje anular descrito por la semicircunferencia *E F G* situada en el plano vertical ω *E*, girando ésta alrededor del eje vertical proyectado en el punto ω.

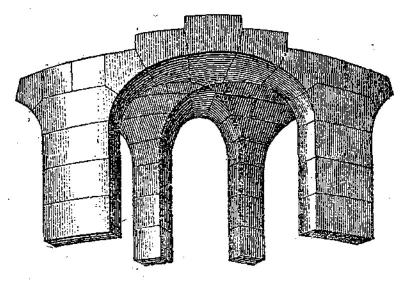
La división del arco generador en un número impar de partes iguales, el trazado de juntas, grueso de los muros y demás se determinará con arreglo á lo indicado en la primera parte núm. 481.

Se quiere ahora en esta superficie tórica abrir otro pasaje convergente *A B C D*, y que sea tal que la bóveda de su intradós tenga el mismo plano de arranque y la misma montea que ella, y bajo este concepto, una superficie en conoide es la que cumplirá mejor estas condiciones, produciéndose al combinar estas dos bóvedas la que lleva el nombre enunciado al principio ó epígrafe de este capítulo.

52. El modo de engendrar este conoide es el siguiente: Concíbase el plano vertical tangente en Ω al cilindro vertical del muro exterior, plano que para mayor claridad de las operaciones se traslada paralelamente á sí mismo en *D' A'*. Dibújese en él una elipse *D' F' A'* tal que su eje menor *O' F'*

sea igual á *O'' F*, y el eje mayor *D' A'* sea la rectificación de *D A*, cuya operación se ha practicado á derecha é izquierda del punto *O'*, que representa al Ω, pues en todas las consideraciones que hagamos sobre el plano *D' A'* habremos de tener muy en cuenta que de hecho se efectúan en el tangente referido que pasa por Ω.

Si en este estado arrollamos esta elipse de modo que quede superpuesta sobre el cilindro *A* Ω *D*, coincidiendo *A* con *A'*, *D* con *D'* y *O' F'* con la vertical que se proyecta en Ω, entonces la línea de doble curvatura que resulte servirá de primera directriz á la nueva superficie; la recta vertical proyectada en el punto ω será la segunda directriz, y finalmente el plano de proyección horizontal se aprovechará como á plano director; así, una recta que moviéndose, conservándose siempre horizontal, vaya resbalando sobre la curva proyectada en *D* Ω *A* y sobre la recta ω, nos formará en su lugar el conoide en cuestión.


Fig. K

53. La Fig. *K* nos demuestra una perspectiva arbitraria de una sección de esta bóveda, facilitando así la mejor comprensión de cómo se combinan los intradós de las dos superficies para producir las dos aristas de intersección cuyas líneas venimos á encontrar desde luego en las proyecciones.

54. Una serie de planos horizontales secantes serán á propósito para obtener estas intersecciones. En efecto, son los que nos facilitan al cortar aquéllas, las líneas más fáciles de trazar. Si, por ejemplo, el plano horizontal trazado á la altura del punto *H* corta á la superficie tórica según el paralelo de radio ω *H'*, mientras que al conoide le corta según la generatriz H^{IV} ω, cortándose estas líneas en el punto *h*, siendo éste ya un punto de la línea de la común intersección de los intradós. Combinando la misma generatriz con el otro paralelo de radio menor ω *I'* obtendríamos un segundo punto *h'*.

Téngase en cuenta que para obtener la proyección hori-

zontal de la generatriz ωH^{IV}, se ha señalado en el desarrollo de la curva de cabeza la traza $H_1 H''$ del plano secante, el cual ha dado el punto H'', y luego de éste, el H''', y finalmente de éste, el H^{IV} cuando se ha trasladado al arrollarse la elipse á su sitio correspondiente; así ahora uniendo con ω nos dará la generatriz.

Este mismo plano secante facilitará, como es de ver, los puntos simétricos h_1, h_2; total cuatro puntos simétricos dos á dos para cada plano secante, á excepción del conducido á la altura de los puntos F' F, que obedecen á la culminación de las curvas directrices que nos dan un solo punto O, que pertenece, sin embargo, á las dos ramas de curva $J\,O\,K$, $M\,O\,N$, que resultan de semejante intersección de superficie.

55. Propiedades de las curvas de arista.—Las tienen y muy notables, cuales son que la proyección horizontal de cada una de estas ramas encontradas es una espiral de Arquímedes.

Con efecto, fijémonos en un punto cualquiera de la curva, el h, y demostremos que pertenece á una curva de aquella clase.

Llamemos para esto ρ el radio vector $\omega\,h$, α el ángulo polar $\Omega\,\omega\,h$ y $b = O''\,F$ la montea del arco generador del toro. Este arco, por ser una circunferencia, nos dará

$$\overline{H\,H'}^2 + \overline{H'\,O''}^2 = b^2; \quad (1)$$

designemos por $a = O'\,A'$ el semieje mayor de la curva directriz desarrollada, la que siendo una elipse en esta transformada, nos dará:

$$\frac{\overline{O'\,H'''}^2}{a^2} + \frac{\overline{H''\,H'''}^2}{b^2} = 1. \quad (2)$$

Si se observa ahora que por construcción $H''\,H''' = H\,H'$ podremos encontrar el valor de $\overline{H\,H'}^2$ en la ecuación (1), sustituyéndolo luego en la (2) en lugar de $H''\,H'''$, y en este concepto, suponiendo efectuadas estas operaciones, resultará

$$\frac{\overline{O'\,H'''}^2}{a^2} - \frac{\overline{H'\,O''}^2}{b^2} = 0.$$

Despejando $H'\,O''$

$$H'\,O'' = \frac{b}{a}\,O'\,H'''.$$

Mas atendiendo á la figura que nos indica que:

$$H'\,O'' = \rho - O'\,\omega,$$

y también que

$$O'\,H''' = \Omega\,H^{IV} = \omega\,P \times \alpha,$$

se tendrá

$$\rho - O''\,\omega = \frac{b}{a}\,O'\,H''' = \frac{b}{a}\,\omega\,P \times \alpha$$

ó bien poniéndolo en otra forma equivalente para la sucesiva transformación será

$$\rho = \frac{b}{a}\,\omega\,P\left(\alpha + \frac{a}{b}\,\frac{O''\,\omega}{\omega\,P}\right).$$

Cambiando de eje polar y haciendo

$$\alpha + \frac{a}{b}\,\frac{O''\,\omega}{\omega\,P} = \alpha'$$

será

$$\rho = \frac{b}{a}\,\omega\,P\,\alpha'.$$

Cuya expresión nos dice que será la curva una espiral de Arquímedes.

56. Tangente á las curvas de arista.—Para el mejor trazado de estas curvas nos proponemos aquí la construcción de la tangente en un punto cualquiera que en ellas se escoja; por ejemplo, el punto h.

Esta recta será producida por la intersección de los planos tangentes en este punto á las dos superficies. En la superficie tórica no hay más que concebir la tangente $H\,P'$ á la sección meridiana, y ésta, al pasar por h, vendrá proyectada en $h\,H^{VI}$, siendo precisamente su traza horizontal el punto H^{VI}, luego trazando por este último la $H^{VI}\,R'$ perpendicular á $H^{VI}\,\omega$, ésta será la traza horizontal del plano tangente, pues es bien sa-

bido que en una superficie de revolución el plano tangente es perpendicular al meridiano que pasa por el punto de contacto.

En cuanto á la superficie en conoide, siendo del género de las alabeadas, precisará recurrir á un paraboloide hiperbólico que sea de acuerdo con la primera á lo largo de la generatriz que pasa por el punto escogido h, para así poder sustituir con ventaja una superficie por la otra.

A este efecto, empecemos sustituyendo á la directriz desarrollada, por su tangente $H'' Q'$, la cual, cuando vaya á tomar la posición que le corresponda en el espacio, se proyectará en $H^{IV} Q$, resultado de tomar la distancia $H''' Q'$ en $H^{IV} Q$.

Escójase ahora como á directriz esta recta, como á segunda directriz la misma de antes, esto es, la vertical ω, y como á plano director el horizontal: entonces, haciendo resbalar la $H^{IV} \omega$ sobre estas dos rectas, conservándose en sus posiciones siempre horizontal nos engendrará el paraboloide de acuerdo. La construcción del plano tangente á esta superficie es ahora sumamente fácil, pues dos directrices de sistemas distintos que pasen por el punto h nos lo determinarán. Una es precisamente la $H^{IV} \omega$, y la otra se obtendrá cortando al paraboloide por el plano vertical $h R$ paralelo á las directrices $H^{IV} \omega$, ω (pues así es paralelo á la dirección del segundo plano director).

Hemos de considerar ahora una segunda posición de la generatiz $H^{IV} \omega$; sea ésta cuando resbalando aquélla pasa por la traza Q de la directriz $H^{IV} Q$, entonces la generatriz móvil vendrá á colocarse en el mismo plano horizontal, situándose ωQ; ésta viene á ser cortada por el plano secante en R, y por lo tanto $h R$ es la segunda recta ó sea la generatriz del segundo sistema. Infiérese de aquí que trazando por dicho punto R una paralela á la $H^{IV} \omega$, la recta así obtenida será la traza horizontal del plano tangente al paraboloide, ó lo que es lo mismo, al conoide.

Ahora esta traza horizontal corta á la del plano tangente al toro en el punto R', infiriendo de aquí, finalmente ser, $h R'$, la tangente á la curva en cuestión.

Si quisiéramos tener expresado verticalmente el segundo plano tangente, lo lograríamos con facilidad, escogiendo una línea de tierra $L' T'$ (Fig. 57'') y perpendicular á la recta $H^{IV} \omega$; entonces siendo el plano de proyección vertical perpendicular á la propia recta, ésta se proyectaría en S á la altura $S' S = H''' H''$; mas la traza horizontal $R R'$ del plano tangente

también se proyecta en un punto de la línea de tierra, tal como R''; luego de aquí concluimos que $S R'' R'$ es la expresión en el espacio del plano tangente buscado.

57. Tangente á la curva de arista en el punto múltiplo O.—Por el procedimiento anterior no podríamos llegar por cierto á la determinación de la tangente á las curvas si escogiéramos precisamente el punto múltiplo O donde se cortan, en atención á que en él, los planos tangentes á las dos superficies son horizontales á la vez que se confunden; es necesario, pues, recurrir á otro medio que sea aún más amplio y general que el últimamente mentado, y al objeto de hacer las operaciones más claras no confundiéndose las construcciones especiales para este caso con las que se refieren directamente con el problema estereotómico, recurramos á otra figura explicativa (Fig. 57'), en la cual, el punto a' representa aquel en que se ha trazado la tangente $a' n$ con el auxilio del procedimiento anterior.

Al mismo tiempo, téngase en cuenta que en este caso, al objeto de relacionar los resultados á datos fijos y principales, se adopta como á directriz del conoide la línea de doble curvatura arrollada en el cilindro $E O F$ y desarrollada según la elipse $E' G F'$.

Mediante estos precedentes, claro está que si fuese dable encontrar el ángulo $Q a' n$ que forma la tangente que se busca con el radio vector $Q a'$, relacionado ó en función de cantidades del mismo dato, entonces dicho ángulo se inferiría, fuese cualquiera el punto escogido.

Al efecto empezaremos observando que en las construcciones que en el caso anterior se han practicado se formaba el triángulo $Q a' n$, del cual inferimos

$$Q n = Q a' \text{ tg. } Q a' n$$

$$\text{tg. } Q a' n = \text{tg. } \varphi = \frac{Q n}{Q a'} = \frac{a' N}{a'' J} \qquad (1)$$

habiendo así llamado φ para abreviar el ángulo en cuestión.

Teniendo en cuenta ahora que en dos elipses que tienen un eje común, si se toma un punto en cada una de ellas tal como a, a''' que correspondan á una ordenada igual, se verifica que las subtangentes en estos puntos, tomadas sobre las ejes desiguales, son proporcionales á dichos ejes, tendremos

$$\frac{a'' J}{a^{\text{IV}} m} = \frac{o'' I}{O' F'}, \quad \frac{a'' J}{\alpha M} = \frac{O\, l}{O\, F}, \quad a'' J = \alpha\, M \frac{O\, l}{O\, F}$$

sustituyendo el valor de $a'' J$ en la expresión (1) tendremos

$$\text{tang.}\ \varphi = \frac{a' N}{\dfrac{\alpha\, M \times O\, l}{O\, F}} = \frac{a' N}{\alpha\, M} \times \frac{O\, F}{O\, l};$$

pero en virtud de los triángulos semejantes $a' N \omega$, $\alpha\, M\, \omega$ se tiene la siguiente proporción:

$$\frac{a' N}{\alpha\, M} = \frac{\omega\, a'}{\omega\, \alpha}$$

y de ella podrá inferirse haciendo la sustitución en la última igualdad

$$\text{tg.}\ \varphi = \frac{\omega\, a'}{\omega\, \alpha} \times \frac{O\, F}{O\, l}. \qquad (2)$$

En esta expresión, si bien se observa, no más existe una sola cantidad variable, cual es el término $\omega\, a'$, el cual varía con arreglo á la disposición del punto escogido a'.

Si, pues, este punto se escoge precisamente en el encuentro O de las dos ramas, entonces tendremos que en la expresión (2), el quebrado $\frac{\omega\, a'}{\omega\, \alpha}$ será tal, que el numerador y denominador serán iguales, viniendo, por lo tanto, convertida dicha relación por tang. $\varphi' = \frac{O\, F}{O\, l} = \frac{O\, f}{O\, l}$, lo cual demuestra que la tangente tal como $O\, g$, es precisamente la diagonal del rectángulo construído sobre $O\, l$ y $O\, f$, esta última rectificación del arco $O\, F$ dado por la generatriz de arranque $\omega\, B$.

58. Tangente á las mismas curvas de arista en los puntos de arranque.—Tampoco en los puntos de arranque es posible emplear el primer procedimiento para el trazado de la tangente, toda vez que en ellos su situación es tan especial que los planos tangentes á las dos superficies resultan verticales, siendo, por lo tanto, su intersección una vertical proyectada en cada uno de los precitados puntos de arranque; vertical que si bien será tangente á la curva del espacio, no nos resolverá el problema para con respecto á la curva pla-

na, proyección horizontal de la de doble curvatura que existe en el espacio.

Sin embargo, si invocamos aquí como en el párrafo anterior la expresión general (2), ésta aplicándola para el punto de arranque B, nos dará tang. $\varphi'' = \frac{\omega\, B}{\omega\, F} \times \frac{O\, F}{O\, l}$ (3). Mas como los arcos $O\, F$, $B\, l$ son respectivamente proporcionales con los radios $F\omega$, $B\,\omega$, se podrá establecer la siguiente relación

$$\frac{O\, F}{B\, l} = \frac{F\,\omega}{B\,\omega}, \quad \text{ó bien} \quad B\, l = O\, F \frac{B\,\omega}{F\,\omega};$$

sustituyendo este último valor en la ecuación (3) será

$$\text{tag.}\ \varphi'' = \frac{B\, l}{B\, F}.$$

Así pues, la tangente en el punto B será la diagonal del rectángulo construído sobre $B\, F$ y el arco $B\, l$ rectificado.

Las construcciones anteriores indicadas para esta tangente, se han llevado á cabo para el punto de arranque A, punto en donde salen más despejadas las operaciones.

59. Este procedimiento lleva ventaja al empleado en la combinación de los dos planos tangentes, puesto que con él las consecuencias son más generales, pudiendo aplicarse cualquiera que sea el punto que se escoja.

Así, si por ejemplo lo tratamos de aplicar al punto a' la fórmula (2) se convertirá en

$$\text{tag.}\ \varphi = \frac{\omega\, a'}{\omega\, \alpha} \times \frac{O\, \alpha}{O\, k} = \frac{\dfrac{\omega\, a'}{\omega\, \alpha} \times O\, \alpha}{O\, k} = \frac{a'\, k}{O\, k} = \frac{a'\, k}{a'\, \alpha}.$$

Lo cual demuestra que la tangente en un punto cualquiera tal como a' de la curva plana de la proyección horizontal de la arista, se puede obtener construyendo el rectángulo con la parte de radio vector $a'\, \alpha$, comprendido entre el punto y la sección intermedia $E\, F$, y la abcisa curvilínea rectificada $k\, a'$, siendo la diagonal del rectángulo que resulte, la tangente pedida.

Estas operaciones se han efectuado en el punto b, siendo $b\, Y$ la tangente, $b\, X\, Y\, Z$ el rectángulo correspondiente.

60. Juntas continuas. Primero. Juntas cilíndricas.— En el desarrollo del arco de cabeza imaginemos las normales á la curva elíptica, fijándonos por ejemplo en el punto H_1, la normal será $H_1\ V'''$, arrollemos ahora la curva elíptica junto con la normal trazada en $H_1\ V'''$, así es que cuando tome la posición que la corresponda, dicha normal dependerá de la disposición $h_2\ U'$, confundida con la traza del cilindro de base.

En este concepto tómese esta curva así dispuesta en el espacio como á directriz de un cilindro horizontal paralelo á la dirección de la generatriz de intradós $H_2\ \omega$, y ésta será la junta del conoide.

En cuanto á la correspondiente del toro, sabido es que está formada por un cono de revolución invertido, y cuya generatriz de partida es la rebatida en $O''\ H$, aprovechándose de ella nada más el trecho $H\ H^{v}$.

La combinación ahora de estas dos juntas es fácil y breve dándonos en su intersección la curva $U\ V\ h_1$, la cual es fácil de encontrar en sus varios puntos, valiéndonos de planos secantes horizontales como los $P_1\ P_2$, los que en el cilindro de junta darán rectas generatrices $U'\ U$, $V'\ V$, mientras que en el cono de la junta del toro lo harán según los paralelos $U\ U^{v}$, $V\ V^{v}$ y éstos, encontrando á aquéllas en los puntos U, V..., etc., darán, finalmente, la junta que se busca.

61. Segundo. Juntas alabeadas.—La junta cilíndrica anterior no cumple la importante condición de ser normal al intradós del conoide, y es bien sabido que si quisiéramos formarla de modo que satisficiera á este importante requisito, obtendríamos para ella otra superficie alabeada, un paraboloide hiperbólico, cuya determinación es también bastante fácil. Siendo cada una de sus generatrices normal á la superficie, claro está que lo será al plano tangente á la misma en el punto considerado. Bastará, pues, trazar en distintos puntos de la generatriz $H^{IV}\ \omega$ planos tangentes, y luego dirigir las normales perpendiculares á éstos.

Mas ya hemos visto más arriba y recordado de la Geometría descriptiva el trazado de planos tangentes, cuando lo hemos encontrado en el punto h, cuyo plano ha venido á representarse en $S\ R''\ R'$; si pues hacemos iguales operaciones para los puntos tales como Z, intermedios entre $H^{-IV}\ h$ vendremos á inferir el plano $S\ X'\ X$ y de él obtener inmediatamente la normal $S\ n''$, la que al cortar en el punto n', n al plano horizontal superior que pasa por el punto H^{v}, que tiene su representación según el plano horizontal $H^{6}\ H'$, en el nuevo plano de operaciones definirá completamente dicha normal dentro los puntos límites de la junta.

Repitiendo iguales operaciones para los demás puntos intermedios entre h y H^{IV} obtendremos la curva $\gamma\ n\ \beta$ intersección del paraboloide de lecho con el plano de asiento superior. Esta es una hipérbola equilátera que tiene por asíntotas las rectas $h\ \omega$ y la $\omega\ \delta$ que le es perpendicular (*).

Ahora esta hipérbola cortará en β el paralelo $h^{v}\ \beta$ de la junta cónica de la bóveda anular, paralelo que parte del punto h^{v} á la misma altura que el plano de asiento referido. El punto β pertenecerá, pues, á la intersección de ambas juntas. Un punto intermedio entre β y h tal como φ se encontrará echando mano de otro plano auxiliar horizontal secante $f_1\ f_2$, el que nos cortará á la junta cónica según el paralelo que parte del punto φ'', y á la alabeada según una hipérbola más baja que la precedente, como demuestran las operaciones; y la combinación de estas dos líneas dará el punto φ y así las

---

(*) En la Fig. 57'' se han formado los triángulos $S\ S'\ Q_1$, $S\ S'\ X'$, $S\ S''\ \gamma'''$, $S\ S''\ n''$, que en sus lados están representadas las subtangentes y subnormales de dos puntos H^{IV}, z del intradós, puntos que pueden escogerse cualesquiera de la generatriz $H^{IV}\ \omega$, de que se trata.

En estos triángulos son tales las mencionadas líneas, que en los productos respectivos que se forman multiplicando cada subtangente por la subnormal correspondiente, son todos constantes; así para dichos puntos se verificará

$$S'\ Q_1 \times S''\ \gamma''' = S'\ X' \times S''\ n''$$

$$H^{IV}\ Q \times H^{IV}\ \gamma = Z\ X \times Z\ n.$$

Mas en virtud de los triángulos semejantes $H^{IV}\ Q\ \omega$, $Z\ X\ \omega$, en donde los lados $H^{IV}\ Q$, $Z\ X$ son entre sí como los radios $H^{IV}\ \omega$, $Z\ \omega$, tendremos

$$H^{IV}\ \omega \times H^{IV}\ \gamma = Z\ \omega \times Z\ n.$$

De modo, que llamando $H^{IV}\ \omega = y'$, $H^{IV}\ \gamma = x'$, $Z\ \omega = x$, $Z\ n = y$, como coordenadas rectangulares de una curva cuyos ejes sean $H^{IV}\ \omega$. $\omega\ \delta$, tendremos la ecuación abreviada en $x\ y = x'\ y'$, y así la ecuación de la curva tendrá la forma de $x\ y = k^2$, en donde k representa una constante ó magnitud común de dos coordenadas asintóticas del vértice. Por lo tanto, el vértice $\triangle$ de esta hipérbola podrá encontrarse directamente buscando una media proporcional entre las dos coordenadas asintóticas 1ζ, 1ω de uno de los puntos, tal como ζ de la curva.

Esta media proporcional hallada en $1 - 3$ se trasladará paralelamente á sí misma hasta que coincida en $\triangle\ \triangle_1$, esto es, hasta pasar por el punto $\triangle$ de la bisectriz $\omega\ \triangle$ del ángulo de los ejes, y en la cual ha de encontrarse el vértice en cuestión correspondiente en este punto al mismo valor encontrado de $1 - 3$.

demás hasta obtener la línea total de intersección $h\ \varphi\ \beta$. Esta junta quedará ahora limitada al cortar hacia la parte anterior la superficie cilíndrica del muro de sostenimiento, dándonos la curva $H^{IV}\ \gamma$, que se transformaría en la curva plana $H''\ \gamma''$ al proceder al desarrollo del cilindro.

62. Tercero. Juntas planas.—Siempre con tendencia á simplificar las labras y ser más expedito para el obrero el trabajo, así como realizar con mejor éxito la puesta en junta, se ha tratado de cambiar las juntas alabeadas por juntas planas, pues aunque si bien éstas no cumplen las condiciones de normalidad, sin embargo, su discrepancia en la dirección de aquéllas no es mucha dentro los límites del grueso de la bóveda.

Así es como el plano de la junta se determina de modo que esté sujeto á pasar por la generatriz $H^{IV}\ h$ y por la normal á la bóveda en el punto medio Z entre los dos extremos. Así es que encontrando esta normal por los procedimientos anteriores en $Z\ n$, y siendo el punto n el de la intersección con el plano de asiento exterior, nada más expedito ahora que trazar por n una horizontal paralela á la $H^{IV}\ h$ y ésta será la intersección de la junta plana con el asiento horizontal del extradós.

Ahora es cuando procede encontrar la intersección del plano de junta con la junta cónica. Desde luego la intersección de la anterior horizontal trazada, con el paralelo externo que parte del punto H^{V} nos dará un punto, que sustituirá al β; un plano secante intermedio entre las alturas de los puntos H y H^{V}, nos cortará al plano de junta del conoide según una recta y á la junta cónica del toro según el paralelo que parte del punto φ''; estas dos líneas cortándose en un punto que sustituirá al φ nos proporcionará otro punto de la curva. Así iríamos encontrando los demás y todos ellos unidos con el h formarán la curva total de intersección.

Mas esta junta plana, por la parte opuesta de la curva encontrada corta al cilindro del muro de paramento según una porción de elipse que media desde H^{IV} hasta el punto que sustituye al γ, producido por el encuentro, en su proyección de la traza $D\ A$, con la recta horizontal que más antes habíamos trazado por el punto n, quedando así determinada la junta plana en el cuadrilátero mixtilíneo $H^{IV}\ h\ \beta\ \gamma$. Con

igual procedimiento se ha determinado la junta plana inferior $\mu\ \mu'\ \psi'\ \psi$ con el auxilio de la Fig. 57'''.

63. Cuarto. Juntas en resalto.—Cuando la extensión del conoide sea mucha, entonces quizá al adoptar una sola junta plana que interesara la generatriz $h\ H^{IV}$ discreparía demasiado de la normalidad teórica hacia los puntos extremos, admitido como se supone el caso de escoger este plano pasando por la normal intermedia según anteriormente se ha sentado. Al objeto, pues, de evitar este inconveniente sin renunciar por esto á las juntas planas, puede tomarse el recurso de dividir la recta generatriz $h\ H^{IV}$ en varias porciones ó segmentos, haciendo pasar los planos de las juntas por cada segmento y la normal á la bóveda al punto intermedio del segmento escogido.

Así todos estos planos pasarán por la generatriz de intradós formando entre sí unos resaltos ó redientes, al desviarse levemente unos de otros al tomar la normalidad que les corresponde con arreglo á la situación en que se encuentren para con respecto al intradós de la bóveda.

Con respecto á las operaciones pertinentes para su determinación, ellas serán fiel reproducción, pero en mayor número para cada junta que las expuestas últimamente en el caso anterior.

64. Juntas discontinuas.—En la superficie tórica serán los distintos planos meridianos $l\ l'$, $\nu\ \nu'$, mientras que en el conoide las constituirán los cilindros concéntricos al de paramento, tales como $\theta\ \theta'$, $f\ f'$, $\tau\ \tau'$, etc., y téngase en cuenta que estos cilindros cortarán al intradós del conoide según curvas, que desarrolladas, serán elipses.

En efecto observando la figura puede verse que por construcción se verifica:

$$\frac{O'''f}{O'''v} = \frac{\Omega\ h_2}{\Omega\ D} = \frac{O'\ H_2}{O'\ D'},$$

pero

$$O'''f = O'f'',\ O'''v = O'v',$$

luego tendremos

$$\frac{O'f''}{O'v'} = \frac{O'\ H_2}{O'\ D'},$$

ó bien

$$\frac{O' f''}{O' H_2} = \frac{O' v'}{O' D'},$$

luego las ordenadas relativas á $O' F'$ del desarrollo, siendo las ordenadas de la elipse primitiva reducidas á una relación constante, el desarrollo de la línea será una elipse.

65. Plantillas.—Fijándonos en la segunda pieza de la derecha que se encuentra encima del salmer; tendremos que desde luego la forma meridiana pentagonal Θ ya será una plantilla colocada en su verdadera posición en el plano vertical $\nu \nu'$.

La otra cabeza de esta piedra de ángulo estará en el cilindro vertical $H^{IV} \psi'$ el cual tendrá que desarrollarse, y al efecto valiéndonos de los distintos elementos de la curva $H^{IV} \psi'$, los continuaremos unos en pos de otros rectificándolos sobre $H''' \psi'''$, levantando ordenadas y limitándolas á las alturas de los puntos que contornean los extremos y algunos intermedios de la cabeza de la piedra, las cuales podrán deducirse de las secciones meridianas del toro; así tomaremos $H''' H'' = H H'$, $\mu'' \mu''' = \mu_2 \mu_1$, $\gamma' \gamma'' = h^V H^V$, $\psi'' t = t_3 t_2$, $\psi''' \psi'' = t_1 t_3$, además ya se ha dicho que es necesario ordenadas intermedias correspondientes á las curvas $H'' \gamma''$, $H'' \mu''$, $\mu'' \psi''$, y así llegaremos á obtener la plantilla de desarrollo que designaremos por Σ.

66. También existe otro desarrollo, es el que concierne á la junta cónica del toro, tal como, por ejemplo, la que se proyecta en $h \beta \nu'' \nu$. Se concibe ya de momento que este desarrollo ha da afectar la figura de un trapecio de bases curvilíneas, y por lo tanto será necesario conocer los radios de las circunferencias de bases concéntricas. Estos radios no son otros que las partes de generatrices del cono de junta comprendidas entre el vértice y los puntos extremos en donde se aprovecha el anulo de la junta. Para encontrar, pues, estos radios observaremos que al rebatirse la sección meridiana del toro en la semicircunfarencia $E F G$, el eje de la revolución se rebatirá en $\omega \omega_1$, perpendicular á la charnela ωP, por lo que, prolongando la línea de junta $H H^V$ hasta cortar en ω_1 á dicho eje rebatido, las distancias radiales $\omega_1 H$, $\omega_1 H^V$ serán las porciones de la generatriz á que nos

referimos, pudiendo desde luego trazar $H h'''$, $\varphi'' \varphi'''$, $H^V \beta^{IV}$, desde el centro ω_1, haciendo que cada uno de ellos sea igual en magnitud absoluta á los de la proyección horizontal expresados en $h \nu$, $\varphi \varphi_1$, $\beta \nu''$, de este modo tendremos otro patrón en Ξ.

67. Si la junta superior de lecho es plana, recordaríamos que para definirla nos hemos visto obligados á disponer de un plano auxiliar vertical como el de la Fig. 57'', en el que toda la junta se proyecta según la recta $S n''$, traza vertical del plano; por lo tanto, nada más fácil que hacer girar este plano hasta colocarlo paralelo al horizontal. Para esto y hacer más claras las operaciones se ha trasladado esta junta paralelamente á sí misma en la Fig 57^V, allí se ha hecho el giro á que nos hemos referido, y finalmente ha venido á deducirse la plantilla en el contorno señalado en δ.

68. Si la junta fuera cilíndrica, como la hemos considerado á la izquierda en $U' U V h_1 h_2 V'$, en este caso habría de acudirse á su desarrollo, valiéndonos del plano de la sección recta que en este caso sería vertical, teniendo su traza horizontal en dirección perpendicular á las generatrices $U' U$, $V' V$..... etc., cuyas operaciones, por lo elementales y efectuadas en otros casos análogos, se omiten aquí, no insistiendo sobre este particular.

69. Si la junta es alabeada, entonces, auxiliados de la plantilla de asiento horizontal superior $\gamma n \delta \nu'' K \psi \psi'$, de la arista $h \varphi \beta$ y de la generatriz del conoide $h H^V$ podríamos ir determinando puntos de marca en las líneas para que así dos á dos nos vayan determinando generatrices de la junta al apoyarse ó resbalar sobre las mencionadas curvas.

Es necesario también un patrón de desarrollo referente al cilindro cóncavo vertical, cuya traza es $h \nu$ y el cual se considera momentáneamente con el solo objeto de encontrar su intersección con la superficie de intradós del conoide suficientemente prolongado hasta $h l'$. Desarróllese, pues, en Φ este cilindro colocando la curva $h \nu$ en $h_2 H_4$ Fig. 57^{IV}, levantando ordenadas que tengan la altura de la piedra en cuestión, así tendremos el rectángulo $h_2 H_4 H_3 h_1$ y en su interior alojaremos la curva $h\, 2_1\, \mu_2$, habida cuenta que el punto h está á la altura $h_2 h$ que corresponde á la generatriz $H^{IV} h$, el punto 2_2

está á la altura 2-2_1, concerniente á la generatriz del mismo nombre de la proyección horizontal, y finalmente el punto μ_2 está en la misma base del desarrollo en la situación que indica la generatriz más baja del intradós, indicada en $\mu'\ l'$ en la proyección horizontal; así se llegará á ultimar el desarrollo auxiliar Φ.

También en él podría representarse una pequeña curva $h\ \pi$ (Fig. 58) de intersección del cilindro vertical auxiliar $h_1\ h_2\ H_4\ H_3$ con la prolongación de la parte alabeada $H^{IV}\ h\ \beta\ \gamma''$, insiguiendo un procedimiento análogo que con la $h\ \mu_2$, con sólo tener en cuenta en la proyección horizontal la intersección de las distintas generatrices de la junta con el cilindro referido, ó bien, si mejor se prefiere la combinación del propio cilindro con las distintas curvas hiperbólicas, como por ejemplo la $\gamma\ n\ \beta$ producidas por diversos planos secantes y horizontales dispuestos á distintas alturas.

70. Labra.—Escogiendo la misma dovela de ángulo Σ, empezaremos preparando un prisma auxiliar envolvente, de bases; la máxima proyección horizontal de la piedra, y la altura, el desnivel que existe entre el plano horizontal $H^{V}\ t_2$ y el punto μ_1 en este prisma estará representado en la Fig 58. Colocaremos desde luego el desarrollo Σ en el cilindro vertical que tiene por bases $H_1\ x'$, de modo que el punto H^{IV} caiga en la arista vertical $H_1\ H_2$ al mismo tiempo que el arco $\gamma''\ t$ coincida ó se superponga sobre el arco $H_1\ x'$ y el punto μ' esté en la arista inferior $H_2\ x_1$.

En el plano vertical meridiano $x_1\ H_4\ H_3\ x'$ se dispondrá la plantilla Θ haciendo que μ_3 caiga en la arista inferior; H en la vertical $H_3\ H_4$ y $t_2\ H^{V}$ se superponga con la recta $x'\ H_3$.

En el plano de asiento superior la plantilla deducida de la proyección horizontal y así vendrá dispuesta en $\gamma''\ t\ \psi''\ t_2\ H^{V}\ \beta\ \gamma''$ con la superposición de las líneas $\gamma''\ t$, $t_2\ H^{V}$ con las de igual nombre en los anteriores patrones ya obtenidos.

En la parte cóncava $h_1\ h_2\ H_4\ H_3$ se colocará primero el paralelo $h\ H$ con el auxilio de una regla flexible que se doblegará hasta que pueda adaptarse á la de dicho cilindro, apoyándose en los puntos de nivel h, H, señalando luego sobre el bisel de la línea así encorvada una curva $h\ H$.

Asimismo sobre este cilindro cóncavo, se colocará la curva $h\ \mu_2$ con el auxilio del desarrollo Φ, orillando la figura en los puntos extremos $h_1\ \mu_2$.

Ahora con las curvas $H^{IV}\ \mu'$ y $h\ \mu_2$, auxiliando la operación los puntos gemelos 1_2-1_1, 2_2-2_1, 3_2-3_1 ..... etc., la superficie conoide dada así por sus generatrices que expresan los indicados números, mas tomando sobre ellas á partir de 1_1, 2_1, 3_1, etc. ..... las distancias 1_1-1, 2_1-2, 3_1-3 ..... etc., tomadas en el plano horizontal y así uniéndolos se obtendrá ya la arista $h\ \mu$ intersección del conoide y del toro.

Valiéndonos de las curvas $\beta\ H^{V}$, $h\ H$ se procederá al labrado de la junta cónica superior, puesto que estas líneas serán directrices en donde podrán apoyarse las generatrices del cono por medio de puntos de marca que dos á dos será fácil señalar sobre las mismas; trabajada que ella sea la limitaremos por medio del desarrollo Ξ y así obtener la curva $\beta\ h$, intersección de las dos juntas superiores.

Si suponemos que la junta inferior de lecho es plana, entonces este plano quedará determinado para el desvaste que hay que hacer, por medio de la recta $\mu'\ \mu$ (que habremos colocado en la parte inferior en la misma disposición relativa que en nuestra proyección horizontal, con sólo unir μ' con μ_2) y la curva $\mu'\ \psi'$ y con más la recta $\psi'\ \psi$ si antes se ha tomado la precaución de colocar la plantilla $t\ \psi'\ \psi\ \psi''$ fácil de encontrar, devastando la piedra cortando el plano que pasa por las rectas $\psi\ \psi'$, $\psi\ \psi''$.

Córtese luego el cilindro vertical $\psi''\ \psi\ t_3\ t_2$, colocando el desarrollo de este cilindro en el justo límite ψt_3 que le conviene. Ahora es cuando se podrá trabajar la junta cónica inferior, valiéndonos de las directrices curvilíneas $\psi\ t_3$, $\mu\ \mu_3$; (esta $\mu\ \mu_3$ se colocará fácilmente en la base inferior del prisma auxiliar, orientándonos con los puntos ya colocados μ, μ_3 y valiéndonos de una cercha cortada según la forma que nos proporcionará el plano horizontal.

Con la curva $\gamma''\ \beta$, la $H^{IV}\ \gamma''$ y la generatriz $H^{IV}\ h$ podráse proceder al labrado de la junta alabeada superior, terminándola luego en su justo límite $h\ \beta$.

Finalmente, es fácil ahora concebir el labrado del intradós de la superficie tórica $h\ \mu\ \mu_3\ H$ valiéndonos de los paralelos distintos que se apoyan sobre las curvas $h\ \mu$, $H\ \mu_3$, ó de meridianos constantes de forma que se apoyen sobre los paralelos límites $h\ H$, $\mu\ \mu_3$.

Si como en la Fig. 59 se adoptase para las juntas de lecho distintos planos en faceta combinados á lo largo de una misma generatriz, conforme hemos indicado en el número 63, enton-

ces nos valdríamos de la plantilla de asiento superior π que nos acusa los resaltos de las facetas parciales próximamente normales al intradós y cada una de ellas quedará determinada por la generatriz de intradós *C D* y cada normal 1-1, 2-2, 3-3 ..... etc., intermedia de cada faceta. Dicho se está con esto, que la plantilla π debe llevar consigo señalados los puntos 1, 2, 3 ..... etc. Así como también la generatriz de intradós *C D*. Determinados estos pequeños planos parciales de la junta compuesta, se imponen en seguida los resaltos, pues quedan ya determinados, el primero por el punto *g* y la recta *h c*, el segundo por el punto *a* y la recta *e f*, el resto como la figura anterior.

71. En el caso que se quisiera evitar la construcción de los conoides y de las aristas, sin renunciar por esto á los pasajes radiales que penetran dentro de la galería anular, Fig. *L*, podría disponerse de tal modo la construcción, que el punto ó puntos culminantes de los arcos de los paramentos cilíndricos exteriores fuesen mucho más bajos que la línea de arranque de la bóveda anular, la cual queda así completamente simple é independiente, aparejándose tal como se verificó en el núm. 481, en la parte primera de esta obra.

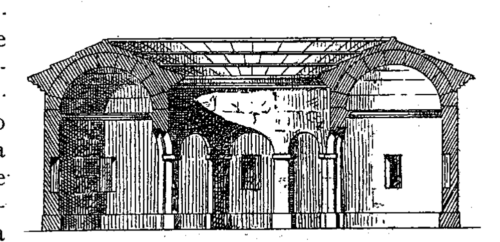


Fig. L

72. Otras veces el espacio circular interior que queda en el anulo de la bóveda anular, se aprovecha cubriéndola por medio de una bóveda esférica, como muestra la Fig. *M*, pero en este caso, para no complicar el problema, se escoge siempre el arranque de la bóveda esférica mucho más alto que los puntos culminantes de las bases del conoide, pues de no tomar esta precaución sería posible que dicho conoide penetrara en la esfera, produciéndose así una línea de doble curvatura, originándose con esto un luneto, cuestión que más adelante veremos.

La bóveda anular por arista puede reforzarse estableciendo arcos torales en las líneas radiales que la dividen en varios tramos convergentes, y entonces toma la disposición que muestra la Fig. *N*.

La introducción de estos arcos de refuerzo aumenta la solidez y trabazón que conviene exista al pasar un tramo trapecial al inmediato, pues que así las dovelas de la bóveda quedan más prietas al encontrarse completamente encajonadas en el recinto formado por dos torales y los muros cilíndricos del recinto. Si el género de estos arcos supletorios lo permiten, conviene que las dovelas de la bóveda adjuntas á ellos formen parte de los mismos.

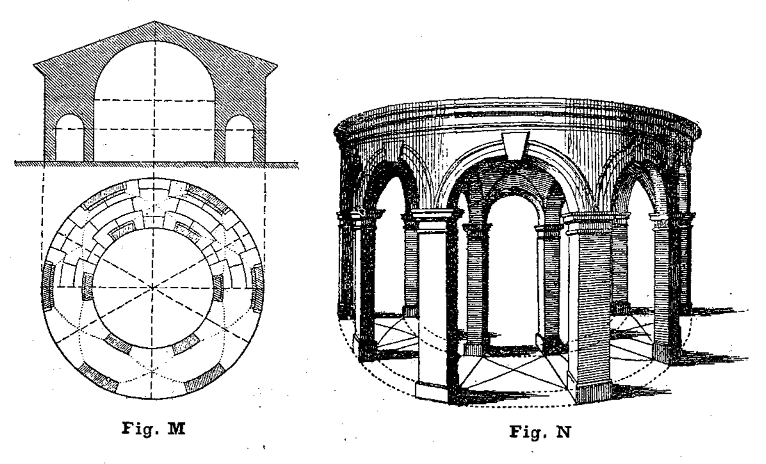


Fig. M Fig. N

Finalmente, si el conoide tuviera una altura menor que la de la bóveda anular, la intersección de los intradós de ambas dejarían de pertenecer á curvas de arista, dándonos en su lugar dos ramas separadas y completamente independientes, originando un luneto. Las bóvedas en luneto y sus distintas variaciones, serán las que irán á ocupar nuestra atención en el capítulo siguiente.





CAPÍTULO QUINTO

LUNETOS

73. Se llaman **lunetos** (*) la penetración de dos bóvedas que tienen distinta altura ó montea. Algunos constructores dan esencial y particularmente esta denominación cuando las bóvedas que se penetran son cañones seguidos, y aun si cabe

(*) Antiguamente se llamaba luneta, conforme lo comprueban y se desprende de las citas siguientes.

1.° El nombre de luneta la tiene con propiedad y razón, porque en la bóveda da lugar á que se esparza más luz, y todas las veces que por una ventana entre luz y da en alguna bóveda, forma la misma luz la luneta Es muy semejante en todo á la capilla por arista, de que tratamos en el capitulo pasado, y así cuando llamamos á la capilla por arista lunetas agregadas ó capillas de lunetas no sería con impropiedad. (*Arte y uso de la Arquitectura*, por Fr. Lorenzo de San Nicolás, 1793.)

2.° Habiendo, pues, observado que eran doce las lunetas de dicha bóveda..... (*Teoria y práctica de la Pintura*, Palomino).

3.° Y formados de tantos témpanos ó lunetas como el polígono que cubren. (*Arqueología Sagrada*, Villamil).

4.° Según Bails, luneto es lo mismo que luneta. Luneto, especie de bóveda que atraviesa los costados de un cañón seguido, donde forma una como media luna, para que le entre la luz, ó minorar su empuje.

También Bails llama *luneto:* A cualquiera de los témpanos de una bóveda por arista comprendidos entre dos aristas. Cuando una recta tirada desde el arco del luneto á su punta pasa por debajo de su concavidad, se llama *luneto empinado:* cuando dicha línea está toda en el luneto, se llama *luneto llano*.

concretan más este nombre al cañón menor, conociendo por **aristón** á la arista en donde se cortan los intradós.

Mas nosotros la ampliaremos mucho más, acordes con el criterio establecido en los principales textos, extendiendo el nombre de luneto, sean cuales fuesen la clase de bóvedas que se combinen, tengan ó no el mismo arranque, con tal que cumplan el requisito de tener desiguales peraltes.

Así el luneto tendrá distintas variantes y cada una de ellas recibirá el nombre combinado de las superficies de intradós de las bóvedas que se penetran; así habrá luneto producido por el encuentro de dos cilindros, luneto cilíndrico, cónico, cónico-cilíndrico, cilíndrico-esférico, cónico-esférico..... etc.; anteponiendo en cada dos de estos nombres el que corresponda á la bóveda menor.

Empecemos, pues, el estudio de tan importante problema estereotómico; escogiendo el caso más fácil y usual que pueda presentarse en la práctica, cual es el

LUNETO
cilíndrico en esbiaje

74. Los lunetos producidos por la intersección de dos cilindros horizontales dados en las condiciones antedichas, pueden también subdividirse en dos agrupaciones, que son:

Rectos y **oblicuos** ó **en esbiaje**; los primeros son tales, que los ejes de los cilindros se cortan ó cruzan en ángulo recto, y cuando este requisito deja de cumplirse, teniendo lugar el encuentro bajo un ángulo cualquiera agudo ú obtuso, reciben la segunda denominación.

Como quiera que el primer caso con respecto á las construcciones entra en el segundo, diferenciándose no más en insignificantes detalles de operaciones, de aquí que, al objeto de evitar pesadas repeticiones, prescindamos del luneto recto y entremos directamente á ocuparnos del oblicuo.

75. La Fig. *O* muestra una perspectiva convencional de un luneto cilíndrico, análogo al que vamos á estudiar, demostrando la combinación de las juntas respectivas en el intradós

del cañón mayor, siendo muy conveniente que el lector se haga cargo de la misma antes de emprender el estudio de semejante cuestión, orillando con ello y de momento gran número de dificultades que quizás surgirían durante el curso de su trabajo al deslindar las operaciones en el espacio.

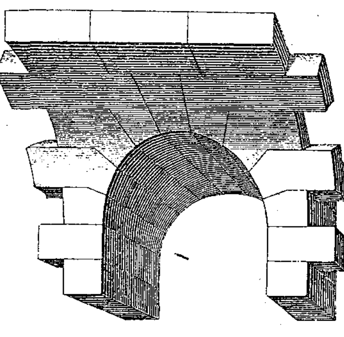


Fig. O

76. Sean dos pasajes cilíndricos horizontales, que tienen un mismo arranque, y de ejes $O\ O_3$, $O\ O'''$ (Lám. 8, Fig. 62), cortándose según un ángulo cualquiera. La base del cilindro menor la suponemos establecida en el plano vertical $a'\ b'$ y rebatida según la semicircunferencia $b'\ z'\ a'$, extradosándose por otro cilindro de eje más bajo que el primero (Fig. 60), tal como aparece de X á Z, en donde termina en el correspondiente plano de asiento. En cuanto á la base del otro cilindro la concebiremos en el plano vertical $A_1\ O_2$ y como confundida con la sección recta del mismo, pero interinamente la giraremos alrededor del eje o hasta colocarla en $o\ O'_2$ paralela al plano vertical, en donde se nos proyectará en verdadera magnitud mediante la semicircunferencia $A''\ Z''$ (Fig. 61), extradosándolo con las mismas condiciones que el anterior, y aquí en esta situación interina nos será más fácil y cómodo hacer las comparaciones respectivas en las alturas ó distintos desniveles que median entre los puntos de un cañón para con respecto á los del otro. Ultimados ya los datos, con los gruesos que han de tener los muros de arranque expresados por toda la parte subrayada y escogiendo, como á plano de proyección horizontal de operaciones el mismo que pasa por el arranque, empecemos buscando la intersección de los intradós cilíndricos, la cual aparecerá en el espacio según una línea de doble curvatura, aunque si bien proyectada horizontalmente será una rama de hipérbola (N.° 275, Parte 1.ª) (*).

(*) En el núm. 275 de la primera parte de esta obra se ha demostrado que la intersección de los dos cilindros era tal, que reunía la propiedad de proyectarse horizontalmente según una rama de hipérbola equilátera, en virtud de cortarse en ángulo recto los ejes de los dos cañones; mas aquí que los ejes se cortan bajo un ángulo cualquiera, si bien continuará proyectándose según una hipérbola, esta será escalena.

En efecto, tomemos por ejes coordenados los mismos ejes de los dos cañones, el origen siendo el punto de encuentro O, así como la vertical que se levanta en O, el eje coordenado z de alturas.

El eje $O\ O_2$ será el de las x, el eje $O\ O'''$ el de las y, el radio de la base del cañón menor le llamaremos r, mientras que del cañón mayor será conocido por R.

La ecuación del cilindro menor será $x^2 + z^2 = r^2$ (1).

La ecuación del cilindro mayor será $\overline{AO_2}^2 + z^2 = R^2$.

Pero como precisa introducir el dato que expresa el ángulo ζ de los ejes de los cilindros, tendremos observando que $\overline{AO_2}^2 = \overline{AO_3}^2 \cdot \text{sen}^2 \zeta = y^2 \text{sen}^2 \zeta$.

Por lo tanto la ecuación del cañón mayor será sustituyendo:

$$y^2 \text{sen}^2 \zeta + z^2 = R^2. \quad (2)$$

Con las ecuaciones (1) y (2) queda, pues, la curva determinada en el espacio; así es que si ahora queremos averiguar su proyección horizontal quedará reducido á eliminar la z entre las dos ecuaciones de los dos cilindros.

De la (1) se infiere $z^2 = r^2 - x^2$, cuyo valor sustituído en la (2) dará

$$y^2 \text{sen}^2 \zeta + r^2 - x^2 = R^2$$

$$\frac{y^2}{\dfrac{R^2 - r^2}{\text{sen}^2 \zeta}} - \frac{x^2}{R^2 - r^2} = 1.$$

Ecuación de una hipérbola cuyo centro es el mismo origen de coordenadas, y como las expresiones $R^2 - r^2$, $\dfrac{R^2 - r^2}{\text{sen}^2 \zeta}$, se han de tomar en la dirección de los ejes de los dos cilindros que se cortan oblicuamente, de aquí se infiere que dichas expresiones representarán, no ya ejes de la hipérbola, y sí diámetros conjugados, que podríamos definir construyendo geométricamente dichas expresiones; construyéndolas, pues, y colocándolas sobre la $O\ O_3$ á partir del punto O el valor de $\sqrt{R^2 - r^2}$ y sobre la $O\ O'''$ el valor $\sqrt{\dfrac{R^2 - r^2}{\text{sen}^2 \zeta}}$ tendremos establecidos estos diámetros conjugados, de los que podremos inferir su paralelógramo correspondiente, indicando sus diagonales, cuales serán las asíntotas de la curva, y finalmente las bisectrices de los ángulos de estas asíntotas serán la dirección de los ejes de dicha hipérbola.

Si el ángulo ζ con el cual se cortan los dos cilindros fuera recto entonces sen $\zeta = 1$ y la ecuación se convertiría en

$$\frac{y^2}{R^2 - r^2} - \frac{x^2}{R^2 - r^2} = 1.$$

En este caso la hipérbola es equilátera y los ejes de la misma coinciden en su dirección con los mismos ejes de los cilindros, conforme vimos en el núm. 275 de la primera parte de esta obra, en donde el luneto era recto.

Al efecto echemos mano de una serie de planos horizontales secantes. El que pasa, por ejemplo, á la altura del punto m'

cortará al cilindro menor según la generatriz m_1 *m*, y al mayor según la generatriz que está á la altura del punto *m''* y que, colocada en su posición verdadera, vendrá en *m* m_2, de modo que combinando estas dos generatrices en el mismo plano secante que las ha producido, obtendremos así en su intersección un punto de la curva que se desea, de modo que repitiendo las operaciones para otros planos secantes que median desde los arranques hasta la altura del punto *z'*, llegaremos, finalmente, á obtener la curva que partirá del arranque *A B*, pasando por el punto *z*, intersección de la generatriz culminante del cilindro menor con el cilindro mayor, punto en el cual la curva será tangente á la generatriz *z* z_1, siendo en definitiva dicha curva la *B z A*.

77. Para el despiezo dividamos la base *b' z' a'* en siete partes iguales, y á la base mayor *A'' L'' Z''* en nueve partes iguales, combinando, empero, de modo que la altura de cada uno de los puntos del arco menor se halle más bajos que sus correspondientes del arco mayor, siendo esta condición imprescindible, si es que se quiere regularidad y buen efecto en las intersecciones que se verifiquen de los planos de junta con los intradós. Más adelante insistiremos sobre este particular, aclarando más el concepto, continuando ahora el problema para que así no quede interrumpido con extrañas digresiones.

Trácense, desde luego, las juntas normales á los cilindros; todas con evidencia serán planos que pasarán respectivamente por cada uno de los ejes de las superficies, apareciendo sus trazas en las curvas de base mediante los radios de estas mismas; queda reducida, pues, ahora la cuestión á estudiar junta por junta, analizándola según el modo como va cortando á las superficies que encuentra á su paso, pues así el conjunto de líneas que aparezcan en el corte constituirán la forma que haya de tener la plantilla de junta.

Estos planos de junta á que nos referimos, se concretan no más, según después se dirá, á los que conciernen al cañón menor.

78. **Análisis de juntas.**—Sea, por ejemplo, la *m' q'*. Este plano empieza cortando al intradós del cilindro menor, según la generatriz m_1 *m*; mas al llegar en *m*, esto es, al aristón, empieza cortando al intradós del cilindro mayor, según una curva elíptica *m M*, la cual se extiende hasta encontrar á la

generatriz que pasa á la altura del punto *M''* (y así ha de ser, porque en problemas de esta índole, se enlazan las hiladas de 1.º, 2.º, 3.º, orden, etc....., de uno de los cañones con las del mismo nombre del otro). El procedimiento para encontrar puntos de esta curva es bien sencillo. El plano horizontal que pasa por el punto *M''* nos corta al cilindro mayor, según una generatriz, que es la *M* M_1''; mientras que por otra parte corta á la junta *m' q'* según una recta de traza vertical *M'* y expresada en proyección horizontal por M_1' *M*, ahora ésta y la otra generatriz ya encontrada vienen á cortarse en *M*, y éste con evidencia es un punto de la curva. Así encontraríamos otros intermedios entre *M* y *m*.

De esta curva existe un punto muy notable y digno de llamar la atención, es aquel en que el eje del cañón menor corta al cilindro del mayor, esto es, el punto ω, y se comprende que es de alguna importancia este punto, toda vez que por él han de pasar todas las curvas de intersección de los planos de junta que consideramos, con el cilindro mayor.

Téngase, pues, en cuenta este punto para todas estas curvas y hágase servir de auxiliar para el trazado de ellas. Así nuestra curva vendrá á dibujarse en ω *m M*, aunque si bien quedará aprovechable no más la porción *m M*.

Después de haber cortado la junta al cilindro mayor, encuentra á su paso, cortándola, á la junta de este *M'' Q''*, de modo que es cuestión de obtener la recta intersección de estos dos planos de junta. Bastará encontrar no más un punto *Q* de la intersección, ya que en *M* ha de partir de hecho la recta. A este efecto, trácese un plano horizontal secante, á la altura de *Q''*, éste cortará á la junta *m' Q'*, según la horizontal Q_1' *Q* y al plano *Q'' M''*, según la otra horizontal Q_2'' *Q*; ahora estas dos horizontales se cortan en *Q*; es el que deseábamos y unido con *M* será el resultado de intersección de las dos juntas. Obsérvese ahora que esta recta *M Q* ha de pasar precisamente, lo mismo que todas las rectas análogas á ella, por el punto *O*, en donde se cortan los ejes de los dos cilindros, pues con evidencia dicho punto *O* pertenece de hecho á todos los planos de junta de uno y otro cañón.

Pero ya á partir del punto *Q*, la junta que estamos considerando, empieza cortando al cilindro de extradós del cañón mayor, y lo hace según la curva elíptica *Q q*, la cual se hallará con el auxilio de planos secantes horizontales, y para esto hase de tener buen cuidado de observar, que si bien el

plano $m' q'$ concluye precisamente en la generatriz que parte de q', este, sin embargo, está obligado á extenderse á más altura, para poder cortar hasta el punto Q'' al cilindro de extradós del cañón mayor; hé aquí por qué el plano horizontal que pasa por Q'' nos corta al plano $m' q'$ prolongado en una recta horizontal, cuya traza vertical está en Q', indicando con esto que entre $Q' q'$ han de ensayarse los planos de sección horizontal á que antes habíamos aludido. Hagamos uso, pues, de uno de ellos el que pasa, por ejemplo, por el punto q' y éste cortará ahora al extradós del cañón mayor en una generatriz proyectada verticalmente en el punto q'', la que llevada á la posición que le corresponde en el plano horizontal será la $q''' q$, la cual viene á ser cortada en q, por la generatriz $q_1' q$ del extradós del cañón menor, siendo, por lo tanto, q, el que buscábamos; de modo, que buscando por el mismo medio puntos comprendidos entre q y Q, llegaremos á obtener la curva $q Q$.

79. También podríamos encontrar en esta curva un punto auxiliar X''', cuyo es la intersección del eje $O''' O$ con el extradós del gran cañón. Está proyectado, con su generatriz correspondiente en X' y llevada esta generatriz á la posición que le corresponde en el plano horizontal en $X''' X^{IV}$ y, por lo tanto, al encontrar á esta el eje $O''' O$ nos da el punto X''' de referencia. Este punto podrá servir ahora también como auxiliar para las demás curvas análogas, pues se comprende fácilmente que todas han de pasar por él.

De todo lo dicho se infiere, que concluyendo el camino que sigue en el corte de las superficies que atraviesa el plano $m' q'$, con la generatriz de extradós $q_1' q$; el contorno que limitará en definitiva este plano de junta será el expresado por las letras $m_1\ m\ M\ Q\ q\ q_1'$, aunque después no sea de una extensión tan considerable cuando se recurra al despiezo de juntas discontinuas.

80. Más adelante se ha dicho que al dividir en un número impar de partes iguales las bases de los dos cilindros, esta división se haría de tal modo, que la primera división correspondiente al punto l' del cañón menor, se hallara más bajo que el punto L'' del cilindro mayor, así resultaba que los demás puntos m', n' se encontraban más bajos de nivel que los M'', N'', así obrando ha sido como las juntas del cañón menor aparecían cortando al intradós cilíndrico del otro cañón, según las curvas $l\ L$, $m\ M$, $n\ N$; esto es, todas hacia un mismo lado, pues los planos habían de salvar la diferencia de nivel de las generatrices de un mismo orden. Veamos, pues, qué es lo que hubiera sucedido de escoger el punto l' más alto que el L'' y que se escoja por ejemplo en l_1, y á este efecto tengamos á la vista la Fig. auxiliar número 65. Aquí la generatriz que parte de β proyectada horizontalmente en $b'\ b$, suponemos que resulta en el espacio en situación más alta que la del mismo orden $a\ a'$ del otro cañón. Como la piedra de que se trate, ha de contener dos ramales cada uno, correspondiente á uno de los cilindros, forzosamente ha de suceder, que al combinar el plano de junta que pasa por $a\ a'$ con el que pasa por la generatriz $b\ b'$, el primero viene obligado á extenderse por la parte superior para que, cortando al cilindro menor según la curva $a\ b$, ésta llegue á alcanzar en su altura la generatriz $b'\ b$. Se acusan, pues, las juntas del cañón mayor en el intradós del menor. Mas como quiera que la base del primero es mayor y más alta que la base del segundo, llegará un momento siempre en que, á pesar de escogerse los primeros puntos l', m', más altos que los $L''\ M''$, nos encontramos con las divisiones siguientes, tales como la que corresponde á n', que será más baja que la de N', y entonces se verificará lo inverso de lo que antes sucedía, y es que las juntas del cañón menor aparezcan sobre el intradós del mayor, como pasa con las generatrices $d\ d'$, $c\ c'$ y la curva $c\ d$ (Fig. 65).

Resumiendo, inferimos que no guardando rigurosamente la prescripción que antes hemos fijado, existirá una irregularidad completa en el aparejo, pues mientras unas curvas tales como $n\ m$, $a\ b$, aparezcan en un intradós y hacia un sentido, existirán otras tales como $c\ d$, acusándose en el otro intradós y en sentido contrario de las primeras.

Definidas ya todas las juntas, tal como hemos hecho con la escogida en $m' q'$, analizándola en todos sus detalles, se procederá á limitar las piedras del luneto por medio de las juntas discontinuas, tal, como por ejemplo, la $e\ g$ por una parte y $R\ S$ por otra.

81. Plantillas.—Para obtenerlas procederemos á determinar la sección recta del cañón mayor. Al efecto concíbase el plano vertical que se levanta sobre su traza $\alpha\,\beta$ (Fig. 63)

perpendicular al eje $O\ O'''$, rebatiéndolo en seguida en el plano horizontal, tomando como á charnela la misma $\alpha\ \beta$; al efectuar este rebatimiento el punto μ del intradós se colocará en μ' á una altura $\mu\ \mu' = m_1\ m'$, y así los demás puntos del intrados, y éste se obtendrá en su sección recta, según la elipse $\beta\ \alpha'\ \mu'$. La que corresponde al extradós se obtendrá del mismo modo, y trazando en seguida los radios $v'\pi'$, $\mu'X'$.... etc, éstas representarán las proyecciones de los planos de junta sobre el plano de la sección recta, la cual se completará con los planos de asiento conducidos á las alturas que indica la figura correspondiente.

82. La Fig. 64 expresa el desarrollo del cilindro de intradós en la parte que concierne al luneto, obteniéndola colocando sobre la recta $\beta_2\ \alpha_2$ y unas en pos de otras las partes rectificadas $\alpha_2\ \lambda_2 = \alpha\lambda'$, $\lambda_2\ \mu_2 = l'\ \mu'$,..... etc., bajando luego las ordenadas $\alpha_2\ B_3 = \alpha'\ B$, $\lambda_2\ l_3 = \lambda\ l$, $\mu_2\ m_3 = \mu\ m$..... etc, y uniendo en seguida los puntos que así resulten, llegaremos á obtener la sinuosoide que pasa por los mismos y con ella el total desarrollo expresado en el contorno $A_3\ n_3\ m_3\ l_3\ B_3\ \alpha_2\ \beta_2$.

Para con respecto á las plantillas, si se trata del plano de junta que tiene por traza vertical la $m'\ q'$, recuérdese que siendo este plano perpendicular al de la sección recta, aquél con todo lo que contenga, como es la plantilla, vendrá á proyectarse en el radio $\mu'\ X'$, y por lo tanto, bastará proyectar todos los puntos que contornean la plantilla sobre el mencionado radio, cual viene á ser en definitiva la sección recta de la misma, y se extenderá desde μ' hasta X'', puesto que X'' es la proyección vertical del punto más saliente Q. Hecha esta previa operación, se concibe ahora que la plantilla se podrá obtener por medio de abcisas y ordenadas en la figura, trazando la recta $\mu_2\ x_2$ igual á la $\mu'\ x''$ de la figura de la sección recta, tomando á la vez entre estos dos puntos las distancias parciales que acusan las proyecciones de los puntos más notables de la plantilla sobre su sección recta. Trácense ordenadas por estos puntos, así obtenidos tomando sobre ellas las distancias correspondientes que median entre el plano $\mu_3\ K$ á los extremos $m\ M\ Q\ q$, y otros intermedios al tratarse de las curvas $m\ M$, $q\ Q$, así se llegará á obtener el patrón Σ. Del mismo modo se obtendrá el Φ que corresponde á la junta inferior que pasa por l', así como también se determinarán todas las restantes.

83. **Labra.**—Se escoge como á ejemplo la piedra proyectada en el intradós, por la figura ó contorno $\mu_3\ m\ M\ M_1''\ l'''\ L\ l\ K$. A este efecto, constrúyase (Fig. 66) un prisma recto auxiliar, cuyas bases sean la máxima proyección horizontal $\mu_3\ m\ M\ M_1''\ \theta\ \tau\ \varphi$ por altura la diferencia de nivel que existe entre los puntos más alto y bajo de la piedra. El más alto Q'' de la Fig. 61, el más bajo el l' de la Fig. 60, ambas de la proyección vertical.

Preparado así este prisma, colócase en él en las caras verticales que representan las juntas discontinuas las plantillas Δ y Θ, las que son las respectivas secciones rectas de cada una de las hiladas del orden á que pertenece la dovela de que se trata.

Para la debida colocación se fijará el punto μ, tomando sobre la arista $\mu_3\ \mu_3'$ una distancia $\mu_3\ \mu$ igual á la ordenada $\mu'\ \lambda''$ de la Fig. 63, después se tomará la distancia $\mu_3'\ Q$ igual á la separación $r\ x''$; entonces, uniendo μ con Q puede hacerse la coincidencia de la $\mu'\ X''$ de la Fig. 63 con la $\mu\ Q$ de la Fig. 66, tomando la plantilla la disposición $\lambda\ \mu\ x\ z\ h$; para la colocación de la segunda plantilla, tomaremos en la arista correspondiente el punto M_2''' á la altura que tiene el punto M'' con respecto al plano de comparación que pasa por $l'\ l''$ en las figs. 60 y 61, así como la distancia horizontal superior $M_2''\ k$ que sea igual á la separación de los puntos Q'', M''', haciendo, pues, la coincidencia con la recta $M_2'''\ k$, la plantilla Θ tomará la disposición $L\ M_2'''\ k\ k'\ t$.

Ya desde luego puede trazarse la horizontal $\mu\ m$, y entonces ésta, junto con $\mu\ x$, determinarán el plano de junta del cañón menor, el cual lo limitaremos echando mano de la plantilla Σ, haciendo la coincidencia con los mentados lados, y una vez situada ésta, podremos cortar el plano de junta del otro cañón, pues que sus lados quedan completamente terminados, el uno en $M\ Q''$, el otro en $k\ M_2'''$, y los otros dos restantes en $M\ M_2'''$ y $Q''\ k$ por la unión respectiva dos á dos de los mismos. Es evidente que al colocar estas plantillas hay lugar á operaciones previas que aseguren de una manera exacta su verdadera posición relativa; así, por ejemplo, la curva $M\ m$ que representa la intersección de un plano de junta con el intradós del cañón mayor, puede trazarse inmediatamente por medio de una cercha encorvada, de manera que se adapte su convexidad á la parte cóncava del cilindro vertical auxiliar que la proyecta, fijando esta cercha de modo que

pase por los puntos extremos M, m, y entonces, al colocar la plantilla de junta, la curva de intradós ha de efectuar la coincidencia con la trazada anteriormente, echando mano de la referida cercha.

En cuanto á la junta inferior que pasa por $\lambda\, l$ (esta última recta trazada por el punto λ en la base inferior del prisma auxiliar y paralela á la dirección $\mu_3\, m$) quedará determinada en el desvaste por la misma recta y la $\lambda\, s$, limitando así el plano labrado colocando la plantilla $\lambda\, l\, L\, g\, s$. En esta situación el plano de la junta del cañón mayor queda también definido por las rectas ya trazadas $L\, g$, $g\, s''$, $s''\, L$ y la que cierra esta plantilla uniendo L con L.

Puédese en seguida labrar los cilindros de intradós, empezando por el del cañón menor, cuya base es la curva $\mu\, \lambda$, llevando el labrado y desvaste en dirección perpendicular al plano de la sección recta que pasa por $s\, \lambda\, \mu\, x\, z\, h$, limitando la superficie por el desarrollo de la Fig. 64 en la parte que concierne á nuestra piedra y que, colocado en ella, vendrá á tomar la posición $\lambda\, \mu\, m\, l$.

Teniendo en cuenta las operaciones que hemos hecho, no será difícil observar que todas las líneas que limitan el contorno del segundo cilindro están ya colocadas en $m\, l$, $m\, M$, $M\, M_2'''$, $M_2'''\, L$, $L\, L$, $L\, l$, $l\, m$, y que, por lo tanto, una serie de puntos de marca pareados, puestos en evidencia en estas líneas y deducidos de la proyección horizontal de la figura, serán bastantes para que en el desvaste vayan apareciendo las generatrices 1-1′, 2-2′, 3-3′..... etc., que unidos constituyen el cilindro á que nos referimos.

Conviene ahora labrar los planos de asiento que pasan á la altura de $z\, h\, t\, k'$, lo cual será fácil conduciendo por h la horizontal $h\, \delta$ y uniendo luego t con δ. Hágase, pues, pasar por todas estas líneas un plano horizontal, limitándolo con la plantilla $z\, h\, \delta\, t\, k'\, \varepsilon\, z$, y en este estado será muy fácil el labrado de los cilindros de extradós, $x\, z\, \varepsilon\, m'$, $k\, k'\, \varepsilon\, m'$, que sus límites están completamente determinados con los trabajos anteriores y sus respectivas direcciones conocidas, pues tienen por bases las curvas $x\, z$, $k\, k'$ y perpendiculares cada uno á las testas de los ramales, pues que ellas coinciden con las secciones rectas correspondientes.

El plano horizontal de asiento inferior se determinará del propio modo, y éste limitado, se podrá dar la última mano á la piedra, labrando los planos verticales que pasan por $h\, \delta$, $\delta\, t$.

84. Se ha resuelto este problema combinando los cañones cilíndricos, tal como se presentaban, sin hacer en ellos ninguna modificación, dando con esto motivo á que las plantillas de junta salgan algo complicadas en virtud de las diferencias de nivel que existen en los puntos correspondientes de un cilindro con respecto al otro. Esto es causa que en muchas ocasiones se trate de escoger los datos de tal modo que la elección de ellos facilite el contorno de las plantillas.

Así, por ejemplo, hemos visto en el problema anterior que las juntas del primer cañón cortaban el extradós del segundo, según la curva elíptica $m'\, Q''$ (Fig. 66); se trata, pues, ahora de simplificar la plantilla de modo que no aparezca esta curva. Se comprende desde luego que esto se logrará modificando el extradós de la Fig. 60, terminándolo con un cilindro cuya traza ó base pase por los puntos $\theta'\, \theta\, Q'$ que estén á igual nivel ó altura que los $v\, Q''$..... etc., de la Fig. 61; operación que puede llevarse á cabo sin ningún reparo, toda vez que la forma de los extradós es indiferente y no tiene ninguna importancia. Así los planos de junta, teniendo la misma altura, vienen á cortarse en sus límites á las generatrices de igual nivel, quedando la junta formada (Fig. 67) por $\mu\, m\, M\, Q''\, x$, modificándose la piedra de la Fig. 66 en la que representa la Fig 67.

85. También hemos visto que siendo de distintos radios las bases de estos dos cilindros, las generatrices del menor resultan más bajas que las del mayor, (hecha comparación dos á dos de generatrices del mismo orden), dando con esto lugar á que las juntas del cilindro menor aparezcan vistas en el intradós del mayor por medio de las curvas (Fig. 62) $m\, M$, $l\, L$..... etc.; si, pues, quisiéramos que estas curvas no se acusaran en el cañón menor, quedando no más visto el aristón $A\, z\, B$ en donde se irían cortando dos á dos las generatrices, todo quedaría reducido á conducir las juntas del cilindro mayor por los puntos (Fig. 61) l'', m''... etc., que obedecen á la misma altura que los puntos de división l', m'... etc., de la Fig. 60. En cuanto al restante despiezo en la parte superior del arco de base en la Fig. 61, se tomarían partes iguales á la de la última división obtenida, obrando del modo como hemos indicado. La desigualdad de las partes en que ha quedado dividida la región inferior no llamaría mucho la atención, puesto que éstas no decrecen con demasiada rapi-

dez, considerándolas próximas al arranque, máxime si es poca la diferencia que existe en las monteas de los dos cilindros.

86. Suponiendo aún que hubiese bastante desigualdad en dichas monteas, puede recurrirse á un breve y expedito artificio que consiste en elevar el arranque del cañón menor á una altura tal que resulte el punto culminante z' unos 30 centímetros más bajo que el punto culminante z'' del cañón mayor, cuyo recurso es por cierto uno de los procedimientos empleados cuando en un cilindro de grandes dimensiones se quiere perforarlo de trecho en trecho para la formación de aberturas luminares, como sucede en las naves de las grandes iglesias, y entonces la intersección se compone de dos partes, la primera la línea de doble curvatura que forma el aristón propiamente dicho, y la segunda de dos arcos de circunferencia producidos por la intersección del mismo cilindro mayor con los paramentos laterales de los pies derechos que limitan la ventana por la parte inferior, y en este caso la primera curva viene á ser tangente á los dos mentados arcos de circunferencia.

LUNETO
en bajada cilíndrico recto

87. Este luneto está producido por el encuentro de dos cañones cilíndricos, uno horizontal y otro inclinado al horizonte, pero de tal modo situados que las proyecciones horizontales de sus ejes se cortan en ángulo recto.

Al objeto de presentar los datos del problema, en las mejores condiciones, para luego poder llevar á cabo la combinación de juntas, análisis de las mismas é intersecciones de los intradós y extradós, escogeremos nuestro plano de proyección vertical $L\ T$ (Lám. 9, Fig. 71), de modo que sea perpendicular al cañón horizontal, cuyo eje es $O\ O'$ y que aquí se supone que es el mayor de los dos cilindros, así es que éste vendrá expresado por el arco circular (Fig. 70), cuyo radio es $O\ a$, limitando su extradós por las líneas $l\ s'$, $s'\ h$ y

el plano vertical $l\ l'$. Con esta disposición el cilindro en bajada, cuyo eje es $O''\ O'$, $O'''\ a$, será paralelo al plano vertical y su base prozectada en el plano vertical $O''\ \alpha$ se podrá hacer girar hasta colocarla en $O''\ \alpha'$ para que así se proyecte en el plano de proyección en su verdadera magnitud, dibujándola, (Fig. 68) con esto por medio de la circunferencia $E\ A\ B\ C\ D$, que aquí está representada no más según un cuarto de circunferencia por suponer cortado al cilindro inclinado por el plano vertical $O''\ O'$ que pasa por el eje, y así poder apreciar el aparejo en el interior del cilindro. En cuanto á la superficie de extradós, se limitará en su base análogamente como hemos hecho en el cilindro anterior y tal como es de ver en la Fig. 68.

Los muros de sostenimiento de ambos cañones están expresados en el plano horizontal en la parte que indica el rayado correspondiente.

88. Procédase luego al despiezo de los dos cañones, dividiendo sus bases en un número impar de partes iguales, trazando en seguida las juntas continuas que pasan por sus respectivos ejes; con esto podemos ya completar las proyecciones de los datos, toda vez que en la bajada, cuando su base vaya á colocarse á su verdadera posición, los puntos tales como E, A, B... etc, se situarán en O''', A''', B'''... etc., desde los cuales se trazarán rectas paralelas al eje $O'''\ a$, refiriendo luego estas líneas en el plano horizontal, conforme indican las construcciones de la figura de su referencia, teniendo en cuenta que éstas han de extenderse á todos los puntos que constituyen las líneas que contornean la bajada, tanto en el intradós, extradós y juntas.

La parte que aparece subrayada en el plano de proyección vertical, indica el corte producido en el grueso de las dos bóvedas por el plano vertical cuya traza es $O''\ O'$.

Si bien ahora se observa se verá que todas las generatrices de intradós de la bajada, cortan al cilindro horizontal en los punto a, A^{IV}, B^{IV}, C^{IV}... etc., que precisamente vienen confundidos en la sección recta. (Precisamente por la especial elección que hemos hecho de los planos de proyección) y así se nos presenta muy expedita la averiguación de sus proyecciones horizontales en a', A^{V}, B^{V}... etc., de modo que estos unidos nos dan ya en definitiva la curva de intersección $a'\ A^{V}\ B^{V}$... etc.

89. El análisis de juntas podrá hacerse con mucha facilidad, teniendo en cuenta la disposición con que hemos colocado al cañón mayor, por encontrarse todas las superficies que lo forman perpendiculares al plano de proyección vertical, puesto que así en sus proyecciones respectivas en dicho plano irán confundiéndose las intersecciones que sobre las mentadas superficies producirán las que provengan de los distintos elementos de la bajada.

Escojamos para esto la junta señalada en $A\,z''$ (Fig. 68), considerándola auxiliarmente prolongada hacia b'' y teniendo en cuenta al mismo tiempo ahora para siempre que en todas las consideraciones que hagamos, la traza $A\,b''$ se ha de suponer situada en su verdadera posición $A'''\,b$, esto es, en el plano de perfil $O'''\,b$ en donde se halla colocada la base de la bajada.

Es evidente ahora que este plano de junta empieza cortando al cilindro de la bajada según la generatriz $A'''\,A^{IV}$, $A''\,A^{V}$, concluyendo en A^{IV}, A^{V}, en donde encuentra al cilindro horizontal; mas á partir del mismo, la junta corta al intradós de este cilindro según la curva elíptica $A^{IV}\,b'$, $A^{V}\,b'''$, la que se extenderá hasta encontrar en el punto b''', b' á la generatriz b', $b'''\,b_1$, del mismo orden de la correspondiente á la junta de que se trata. Un punto cualquiera de esta curva se encontrará fácilmente con el auxilio de un plano secante $b\,b'$ paralelo á la vez á la dirección de cilindro y junta. Claro está que este plano en dichas condiciones nos cortará á la junta según la recta $b\,b'$, $b'''\,b^{V}$ y al cilindro según la generatriz b', $b_1\,b'''$, y cortándose luego estas dos rectas en b''', éste será el punto buscado de la curva, de modo que repitiendo esta operación para un punto intermedio entre $A^{IV}\,b'$ llegaremos á obtener un punto intermedio de la curva, y así tantos como deseemos.

Mas desde el punto b''', b' deja la junta de cortar al cilindro y empieza cortando la otra junta $b'\,u$ que corresponde á la primera hilada del cañón horizontal, y es evidente que en este caso la recta de intersección de las dos juntas viene proyectada y confundida con la misma recta $b'\,u$, la cual es fácil deducir su proyección horizontal $b'''\,u'$, con sólo imaginar una recta, tal como $u\,u_2$ contenida en la junta inclinada, proyectándola horizontalmente en $u_3\,u'$ y refiriendo en seguida en ella el punto u en u'.

Mas al objeto de precisar mejor esta recta $b'''\,u'$, determinada aquí por dos puntos muy próximos, podremos buscar un tercer punto de ella que esté más lejano. A este efecto aprovecharemos la disposición del plano $u\,b'\,O$, que es perpendicular al de proyección vertical, viniendo á encontrar directamente su intersección q', q con la generatriz $A'''\,A^{IV}$ y es evidente que este punto q', q corresponderá á la recta $b'\,u$, $b'''\,u'$, y, por lo tanto, estos dos y el encontrado q', q han de estar situados en una misma línea recta de haber efectuado bien las operaciones, método que se puede también emplear como á comprobación.

A partir del punto u, u' la junta inclinada empieza cortando al plano de asiento horizontal según la recta $u\,z$, $u'\,z'$, la que se encontrará con iguales condiciones que la anterior.

Finalmente, ya á partir del punto z, z', sigue la junta inclinada según la recta $z\,z_2$ con que está limitada en el dato de la bajada.

Con esto resulta que la proyección vertical del contorno de esta junta, es la figura $A'''\,A^{IV}\,b'\,u\,z\,z_2$, y su proyección horizontal $A'''\,A^{V}\,b'''\,u'\,z'\,z_3$.

Pasemos ahora á la segunda junta $B\,r''$ (Fig. 68), ésta cortará al cilindro de la bajada según la generatriz $B'''\,B^{IV}$, $B''\,B^{V}$, en seguida lo hará con el cilindro horizontal en la curva $B^{IV}\,c'$, $B^{V}\,c$. (Encontrada esta curva con operaciones análogas á las que hemos hecho con la curva $A^{V}\,b'''$), en seguida cortará al segundo plano de junta según la recta $c\,v$, $c'\,v'$ (también encontrada como anteriormente), empezará cortando luego al cilindro de extradós del cañón horizontal según la curva $v\,s$, $v'\,s'$, en pos de ésta, vendrá cortando al plano de asiento horizontal de la segunda hilada en la recta $r\,s$, $r'\,s'$, para concluir, finalmente, cerrando la junta con la recta $r\,r_2$, $r'\,r_3$ con que el plano de junta inclinado termina naturalmente en el dato.

Con esto resulta que las proyecciones de esta segunda junta vienen demarcadas; la vertical, según el contorno $B'''\,B^{IV}\,c'\,v'\,s'\,r'\,r_3$ y la horizontal por $B''\,B^{V}\,c\,v\,s\,r\,r_2$.

Se comprende ahora, pues, que las demás juntas se determinarán del propio modo.

Téngase en cuenta, que aquí como en la junta anterior, se amplía también la operación para obtener la recta $v\,c$, encontrando otro punto auxiliar en línea recta con aquellos dos y producido por la intersección del plano $v'\,O$, con la generatriz $B'''\,B^{IV}$.

90. Verdadera magnitud de estas juntas, las que constituirán plantillas. Desarrollo del intradós.—Para este dato es necesario acudir á la sección recta, la cual está expresada por la traza vertical de su plano $O''' p''$, cuyo plano aquí facilita la operación por presentarse perpendicular al de proyección vertical. Imaginemos, pues, la intersección de este plano con toda la bóveda en bajada, intradós, extradós y juntas, así como también con todas las rectas paralelas á la bajada que bordean el contorno de las juntas, como son, por ejemplo, las que pasan por r' s' v' c' b'..... etc., y obtenidas estas intersecciones que se confunden con la misma recta $O''' p''$, hagamos girar este plano alrededor del eje horizontal que se proyecta en O''', hasta que venga á colocarse en $O''' p^{IV}$ paralelo al plano horizontal. Téngase en cuenta ahora los movimientos de cada uno de estos puntos y las construcciones que muestran las Figs. 70 y 71, y vendremos á obtener en toda la parte rayada, la sección recta referente á la bajada, y en las rectas A_1 b^{VI}, B_1 v^{V}..... etc., las secciones rectas de las plantillas.

Tómense ahora en pequeños elementos los arcos α A_1, A_1 B_1..... etc., colóquense unos en pos de otros sobre una línea recta, tal como muestra la Fig. 72, y trazando perpendiculares á la misma por cada uno de los puntos de división, sobre ellas se tomarán por la parte inferior las distancias que separan los puntos a, A^{IV}, B^{IV}..... etc., al plano $O^{IV} p'$ (aquí hemos supuestos que el plano $O''' p''$ se ha trasladado en $O^{IV} p'$, esto es, más próximo á la curva del luneto, porque así concretaremos solamente el desarrollo del intradós que corresponde á las piedras que llevan la curva de intersección de los dos cilindros y que son, por lo tanto, las que corresponde estudiar), y uniendo los puntos extremos que así resulten llegaremos á obtener el desarrollo α a A^{IV} B^{IV} C^{IV} a' α' en los límites que nos hemos fijado.

Para la primera plantilla de junta se considerará su sección recta expresada en A_1 b^{IV}, expresando los puntos intermedios z^{IV}, u^{VI} producidos por las intersecciones (Fig. 70) de las rectas paralelas á la bajada que parten de los puntos límites z, u, con el plano $O^{IV} p'$. Colóquese dicha sección recta con todos estos puntos intermedios en la Fig. 72. Bajando en seguida por ellos perpendiculares, sobre las cuales se tomarán las distancias que están proyectadas en verdadera magnitud en la proyección vertical y comprendidas entre la junta

discontinua, colocada en y x y los puntos de que se trata, z, u, b' y algunos intermedios entre b' y A^{IV}, así con la unión de estos puntos extremos resultará la plantilla que se desea y que se expresará con la letra φ.

Si análogas operaciones hacemos con la junta, cuya sección recta es B_1 v^{V} y que limitamos por el plano de junta discontinua señalado en su despiezo por M N, encontraremos el patrón ψ. Así operaremos con las demás juntas.

Como se comprende, todas estas plantillas se han obtenido por el sistema de abcisas y ordenadas que fijan cada uno de sus puntos, siendo el eje de abcisas su sección recta correspondiente, mientras que las ordenadas se han deducido de las distancias que median entre los puntos que contornean la plantilla, al plano de la sección recta, considerando esta, siempre colocada en donde se haya dispuesto en el despiezo la junta discontinua correspondiente.

91. Labra.—Sea la piedra que se escoge la de arranque del luneto, proyectada verticalmente en Θ. Escójase un prisma, cuya base sea todo el contorno aparente de la piedra, completando, sin embargo, éste con el plano a f perpendicular á la dirección de la bajada, de modo que esta base nos dará una plantilla auxiliar que afectará la forma que indica la Fig. 73 y que constituirá el patrón que llamaremos Θ. En cuanto á la profundidad de este prisma, será la distancia que exista de la generatriz A'' A^{V} al plano b_1 l', cuya última recta, suponemos que es el plano de junta discontinua que limita el ramal correspondiente al cañón horizontal. El prisma auxiliar, ya trabajado, se demuestra en la Fig. 73, dibujado de trazos en g y' x f a a' f' x'. Empiécese colocando en él la plantilla γ de la sección recta, correspondiente á la bajada, que vendrá señalada en α A_1 z^{IV} J K, en la parte que se presenta oculta, fijándonos bien para su orientación en los puntos A_1, α, el primero tomando la distancia x A_1, sobre la línea y' x dada en el plano vertical, y el segundo tomando la distancia y' α en el plano horizontal. Sobre el plano auxiliar f' a' a f se dibujará la curva a_1 A_2, cuya curva es igual á la α A_1; con esas dos curvas como á directrices, puédese ya labrar el cilindro de la bajada α A_1 A_2 a, limitándolo en seguida en su justo perímetro en la curva A^{V} a_1, valiéndonos para ello del desarrollo de la superficie de intradós, así el cilindro en bajada, vendrá concretado dentro del contorno α A_1 A^{V} a_1. En

esta situación trácese la vertical $\alpha\, g'''$, uniendo luego g''' con a_1, con estas dos rectas puédese ya labrar el plano vertical $\alpha\, g'''\, a_1$ que representa el paramento interior del muro cuyo plano es tangente al cilindro.

Con la recta $A_1\, z^{IV}$ y la generatriz $A_1\, A^{V}$ se puede desbastar la piedra para obtener el plano que pase por ella y en él colocar la plantilla de junta φ.

Conviene ahora, antes de pasar adelante, situar en el plano posterior $a'\, f'\, x'$ la plantilla Θ que representa la sección recta del ramal que corresponde al cañón horizontal, esta plantilla, según esto, viene dispuesta en $a'\, b_1\, u'\, l'\, l''$ orientándonos con la distancia $b_1\, f'$ por una parte y el a' que es fijo. Así las rectas $u\, b_1$, $u\, b$, fijan el plano de junta del cañón mayor, puédese ya labrar este plano, uniendo u con u'; b_1 con b' desbastando todo lo excedente.

Puntos de marca, colocados en la curva $b_1\, a'$ y luego otros al mismo nivel en las curvas $b'\, A^{V}$, $A^{V}\, a_1$, servirán para fijar una serie de generatrices horizontales que determinen el cilindro de intradós del cañón mayor. Observemos ahora que las rectas $z\, u$, $u\, u'$, $u'\, l'$ están todas situadas en un plano horizontal de asiento, y que por lo tanto, éste se puede labrar sin ninguna dificultad, hasta que en él sea dable la colocación de la plantilla $z\, u\, u'\, l\, l'\, z'$, plantilla que está en verdadera magnitud en el plano horizontal; entonces la recta obtenida en $z\, z'$ junto con las $z\, z^{IV}$, $z^{IV}\, J$ determinan el plano inclinado de asiento del ramal de la bajada y nos dará un guía para el modo como hemos de producir el desvaste superior.

El resto de la labra se comprende ahora que queda sólo reducido á una serie de planos verticales, indicados por las líneas ocultas y que no detallamos por ser de suma facilidad y saltando á la vista el procedimiento. En la Fig. 74 se dibuja en perspectiva la piedra que corresponde á la segunda hilada.

LUNETO
cilíndrico en bajada y en esbiaje

92. Aquí el luneto en bajada es en esbiaje por ser la proyección horizontal de su eje $O\, O'$ (Lám. 10, Figs. 74 y 75),

oblicuo con respecto á la dirección del gran cañón horizontal que ha de recibir el cilindro inclinado. Mas con el fin de facilitar operaciones, puede escogerse inmediatamente un plano de proyección vertical $L\ T$ que sea perpendicular al cilindro horizontal, y así en este plano dicho cilindro se proyectará según su sección recta $A\, B\, C\, D$, en donde podremos disponer su despiezo, juntas, planos de asiento, extradós, muro de sostenimiento, etc., etc., tal como aparece en la mencionada figura, expresándolo así el rayado que acompaña.

Obsérvese ahora que con la elección de este plano y el esbiaje del cilindro inclinado, éste no se presenta ahora paralelo al plano vertical, como así se expresa en el caso anterior, en donde esta disposición facilitaba el trazado de la sección recta, pues claro está entonces que el plano de ésta, siendo perpendicular al plano de proyección vertical, se proyectaba en éste, según una recta confundida con la misma traza vertical de la citada sección; así era cómoda la manera de operar, pues que de momento se averiguaba la verdadera magnitud de toda la sección recta echando mano de un simple y sencillo rebatimiento.

Si, pues, en nuestro caso actual persistiéramos en análogo procedimiento, llevando las operaciones y como refiriendo este caso al anterior, nos veríamos precisados á emplear un segundo plano auxiliar vertical de proyección, que fuese paralelo á la dirección de la bajada, no sin que antes se hubiese ya resuelto el problema relativo á la combinación de juntas é intersecciones correspondientes de las superficies que entre sí se enlazan para formar las piedras que constituyan el luneto, resultando que todo lo obtenido sería necesario encontrar su referencia en el segundo plano de proyección y resolver en estas condiciones el asunto del problema, reproduciendo todos los detalles y consideraciones expuestas cuando se trataba del luneto recto.

Se comprenderá perfectamente que obrando así, todas las operaciones, si bien son fáciles y sencillas, no dejan por otra parte de ser largas y penosas, por el tiempo considerable que invierten con el empleo de dos planos distintos de proyección vertical y el esbiaje que tiende á complicar la proyección ortogonal, pues de todos modos, si bien el segundo plano de proyección sería paralelo á la bajada, en cambio se presentaría oblicuo el cañón horizontal, el que forzosamente se habría también de proyectar en él.

Como quiera, pues, que llevada la resolución del problema en este sentido tendría mucha analogía con el resuelto en la cuestión anterior, á la par que habríamos de recurrir á una serie de datos reproducidos en los dos planos, encontrando el resultado recorriendo quizás un camino algo tortuoso, creemos más conveniente sustituir dicho método por otro que descubra el resultado de una manera más directa á la vez que lo suficiente exacta, si el operador lleva las nuevas construcciones con la exactitud y cuidado que así exigen las propiedades que entre sí ligan los datos del problema.

93. En primer lugar podemos valernos directamente del plano de la sección recta, conduciéndolo en V^P H^P de modo que sus trazas sean respectivamente perpendiculares á la dirección del cilindro en bajada, y ya desde luego se podrá rebatir este plano con la sección que produzca, sobre el plano horizontal, tomando como á charnela la traza horizontal H^P.

Mas para hacer breves las operaciones, encontraremos ante todo y en el rebatimiento la intersección de dicho plano, con el de arranque, inclinado de la bajada. A este objeto, consideremos el plano vertical que se levanta sobre la recta $M\,N$, rebatiéndolo en el plano horizontal; si ahora en este plano imaginamos el corte que en él produce el plano de arranque indicado, es evidente que dicha recta de intersección vendrá rebatida en $M'\,N$, con sólo tomar la altura $M\,M'$ igual á $M''\,a'$, y como N es fijo, porqué está en la charnela la unión de M' con N, nos dará la referencia del arranque para con respecto al plano vertical $M\,N$. Si hacemos lo mismo para con respecto al plano vertical $Q\,S$, obtendremos también rebatida en $Q'\,S$ la línea de intersección del plano vertical $Q\,S$ con el propio plano de arranque indicado. Mas estos dos planos verticales vienen á su vez cortados por el plano P según las rectas $m\,n$, $p\,q$, respectivamente en dirección perpendicular á las $M'\,N$ y $Q\;S$, cortándoles en los puntos n, q, siendo ellos á la vez pertenecientes á la recta intersección del plano de arranque y el de la sección recta. En este estado es cuando giraremos el plano P, describiendo en este giro los arcos $n\,n'$, $q\,q'$ los puntos n, q, y por lo tanto, colocándose en $n'\,q'$ la unión por medio de una recta, nos dará en definitiva la $n'\,q'$ para la intersección del plano de arranque con el de la sección recta.

94. Si concebimos luego una serie de planos todos paralelos que pasen por las generatrices $b'\,b'''$ $c'\,c'''$..... etc., y á la vez paralelos al plano de arranque, cada uno de ellos contendrá dos generatrices pareadas de la bajada, habiendo de cortar precisamente al plano P, según rectas todas paralelas á la encontrada en $n'\,q'$.

Continuando, pues, con nuestro rebatimiento se comprenderá ahora como los puntos e, f, g, h, son las trazas verticales de las rectas á que nos referimos, y como estos puntos en el rebatimiento vienen á colocarse sobre la recta $\omega\,V^{P'}$ en $e'\,f'$, g', h' no habrá más que conducir por ellos rectas paralelas á la $n'\,q'$, y en éstas con toda evidencia vendrán á situarse los puntos definitivos de la curva de sección recta en A', B', C'..... etc. Se comprende, por otra parte, que cada uno de estos puntos vendrá dado por el encuentro de cada una de aquellas paralelas con las proyecciones horizontales de las generatrices del cilindro que parten de los puntos a'', b'', c''..... etc, puesto que al girar los puntos incógnitos del espacio lo hacen en planos perpendiculares á la charnela $\omega\,H^P$.

Así como se ha obtenido, insiguiendo este método directo, la curva de intradós, se podrá obtener con análogas construcciones la curva de extradós, asientos y juntas, todo conforme manifiesta el rayado encerrado dentro la figura $A'\,n'\,X\,Y\,Z\,U\,q'$ en la proyección horizontal en donde se ha hecho el rebatimiento.

Ahora bien; con este nuevo dato y el ángulo α ó β que hemos encontrado en la (Fig. 75) producido por las dos direcciones, una del cilindro horizontal y la otra del cilindro en bajada (ángulo de los dos ejes) es que se puede llegar al labrado de una piedra, no sin que antes, empero, se proyecten en este mismo plano de la sección recta las dimensiones máximas de las piezas que forman el luneto, concretándonos á los ramales del cañón horizontal, toda vez que los que corresponden al cilindro inclinado los tenemos ya proyectados en dicho plano P, en virtud de las construcciones anteriores, y claro es que obtenidas todas estas proyecciones en dicho plano, referentes á los puntos más salientes, se podrá inferir desde luego un rectángulo capaz que podrá servir de elemento de partida para las operaciones de la labra.

95. Fijémonos, para concretarnos á la cuestión, con la piedra del luneto que está representada por Δ, y observemos que los puntos más salientes de la misma son los θ y φ en el caso que por ellos pasen dos líneas paralelas á la dirección de la bajada, mientras que los puntos C y ρ serán los más salientes, cuando de trazar se trate por ellos rectas paralelas á la sección recta de la bajada; si, pues, imaginamos estas cuatro rectas, pasando por los cuatro puntos citados, llegaremos á obtener un rectángulo marcado por los vértices 1-2-3-4 circunscrito á la testa Δ del ramal horizontal del cañón mayor. Mas por otra parte, si proyectamos ahora los puntos θ, φ en θ' y μ sobre el plano de la sección recta, ésta, cuando gire para colocarse la traza vertical en $\omega\ V^{p\prime}$, vendrán á situarse en θ'', μ' desde los cuales se podrán trazar las paralelas $\theta''\ \theta'''$, $\mu''\ \mu'''$, que visiblemente representarán rebatidas con el plano de la sección recta las intersecciones de ésta con los planos paralelos á la dirección de la bajada, y que pasan por los puntos salientes indicados θ, φ; así es, que el rectángulo $\mu'''\ \theta'''$, $\theta''\ \mu''$ tendrá igual altura que el 1-2-3-4, alcanzando los dos los puntos más separados de cada uno de los ramales y con su auxilio puédese labrar inmediatamente la piedra.

96. Labrado. —Lábrese ante todo (Fig. 76), un plano $\theta^{IV}\ \tau\ 3$, éste representará un plano auxiliar interinamente ilimitado; será el que en la Fig. 74 es el inclinado 3-4 perpendicular al plano vertical, en él márquense las líneas $\theta^{IV}\ \tau$, $\tau\ 3$ que forme el ángulo cuyo vértice es τ con el auxilio del baivel α ó β, según que se trate de la hilada de la derecha ó de la izquierda del eje *O O'*; en nuestro caso, será el β. Lábrense en seguida los planos $\mu'''\ \theta^{IV}\ \tau$, τ 3-2 perpendiculares al primero y en una extensión medida por la altura $\mu'''\ \theta^{IV}$ igual á la altura de los rectángulos capaces que circunscriben las testas de la piedra, en Δ y Σ. Hecho esto, pueden cortarse ya inmediatamente otros dos planos que pasen el uno por $\mu'''\ \theta^{IV}$, $\theta^{V}\ \theta'''$, y el otro por 3-4 y 3 2 y con ellos colóquense junto con las plantillas de testa que encierran los rectángulos auxiliares $\mu'''\ \theta^{IV}\ \theta'''\ \mu''$, 4-3-2-1. Es de advertir que las distancias $\tau\ \theta^{IV}$, τ 3 son arbitrarias y dependen de la longitud más ó menos considerable que se quiera dar á los ramales de las hiladas de los dos cañones.

Todo consiste ahora en el buen tino y práctica del obrero, en conducir el desvaste y labrado de tal modo que, bordeando las líneas, ya sean rectas ó curvas que contornean las plantillas Δ y Σ vaya trazando planos y superficies cilíndricas respectivamente perpendiculares á los planos de los rectángulos citados, y aquéllas, al encontrarse, irán produciendo las intersecciones que muestra la Fig. 76.

LUNETO
cónico cilíndrico en esbiaje

97. Trátase en esta cuestión de un pasaje cilíndrico horizontal, en el que conviene establecer un acceso por medio de otro pasaje cónico, penetrando de tal modo que sus ejes horizontales se corten según un ángulo cualquiera, lo cual produce el esbiaje en la intersección.

No es indiferente la elección de los planos de proyección, pues que, según ellos, se facilita más ó menos el problema. Dos son los planos de proyección verticales de que haremos uso, el uno será el *L T* (Lám. 11, Fig. 77) y contendrá la base de la superficie cónica verdaderamente útil y que á su tiempo encontraremos en su verdadera magnitud, toda vez que la que en primer lugar se use como auxiliar de operaciones, se considerará situada interinamente en el plano vertical *m' n'* perpendicular al eje horizontal del cono, todo con el objeto de que este cono sea de revolución y determinándole del siguiente modo.

Al efecto, *A a*, *B b* las generatrices de arranque de la superficie cónica comprendida en el muro Σ, generatrices que prolongadas nos darían en *s'* el vértice de la superficie; tomando ahora sobre una de ellas una distancia *s' m'* y trasladándola sobre la otra en *s' n'*, obtendremos el triángulo isósceles *s' m' n'*, y con él, el plano vertical que se levante sobre la recta *m' n'*, en el que podremos concebir una semicircunferencia de centro ω y de radio ω *m'*, la cual, para facilitar claridad en las operaciones, la trasladaremos paralelamente á sí misma en *L'' T''* y rebatida en seguida en *m h n*.

En cuanto al cilindro, tiene su base á la par que sección recta en el arco circular *b' x''*, y dada en el plano vertical

$L' T'$, siendo su generatriz de arranque la $b' b$, este cilindro se extradosará como de costumbre, así como también se señalarán los planos de junta y asientos correspondientes, conforme hemos hecho otras veces; y con todo lo que hemos indicado ya puede deducirse que con respecto al plano de proyección horizontal ha de ser el mismo plano de arranque de las dos bóvedas.

98. Intersección de intradós.—Divídase la base *m h n* circular del cono en un número impar de partes iguales (Fig. 80) 1, 2, 3... etc., refiriendo en seguida las proyecciones horizontales de los mismos en la verdadera situación *m' n'* en donde se encuentra aquella base colocada; la reunión de todos estos puntos en el vértice dará las proyecciones horizontales de las generatrices, por las cuales pasarán muy en breve los planos de junta. Encontremos ahora en la proyección vertical (Fig. 79) la que corresponde en este plano de dicho arco de base, y la obtendremos en $n'' 1'' 2'' 3'' h''$... etc., con sólo colocar sobre la línea de tierra $L' T'$ alturas iguales á las que nos indican en la Fig. 80 cada uno de los citados puntos de división; también se proyectará el vértice *s'* en *s*, por lo que unido éste con $1''$, $2''$, $3''$... etc , las rectas que así obtengamos concurrentes, indicarán las proyecciones verticales de las citadas generatrices. Ahora todas ellas vienen á cortar al cilindro en puntos tales como $C'' D'' x''$, precisamente proyectados en el arco de sección recta $b' x''$ y por lo que nada más fácil que proyectarlos horizontalmente en $C' D' x'$... etc., y unidos todos ellos con un trazo continuo nos darán la curva del luneto.

99. Líneas de cabeza y proyección vertical.—Las generatrices de la superficie cónica vienen á cortar al plano vertical en los puntos *c*, *d*, *x*... etc., (Fig. 78) y como las alturas de los mismos se encuentran en la Fig. 79, en C''', D''', x'''... etc., todo queda reducido á tomar estas distancias y colocarlas en las verticales $c\,c''$, $d\,d''$, $x\,x^{v}$... etc., haciendo pasar luego la curva por ellos, y así resultará la línea de cabeza $B\,c''\,d''\,x^{v} A$, siendo ω' la intersección del eje del cono con el plano de paramento anterior, será evidente que uniéndole con cada uno de los puntos indicados se obtendrán las rectas $c''\,N'''\,d''\,Q^{IV}$, $x^{v} z$... etc., cuales rectas quedarán limitadas al encontrar los planos horizontales $N'''\,N''$, $Q^{IV}\,Q''$,

$z\,H'_1$ que obedecen á las mismas alturas de los planos de asiento de la bóveda cilíndrica, los cuales vienen expresados en la Fig. 79.

También, para la mejor relación y enlace de las construcciones, se proyecta en el plano vertical la curva del luneto $b''\,C^{IV}\,D^{IV}$... etc., obtenidos por las proyectantes que pasan por los puntos C', D', x', y tomando sobre ellas á partir de la línea de tierra *L T* las alturas en la Fig. 79, de los puntos C'', D'', x'' con relación á la línea $L' T'$. Infiérese ahora que al unir el punto c'' con C^{IV}, d'' con D^{IV}, x^{v} con X^{VI}... etc., éstas representarán la proyección vertical de las generatrices del cono cuya operación, de estar bien efectuada, será tal que dichas generatrices concurrirán al punto S'', proyección vertical del vértice del cono.

100. Análisis de juntas.—Escojamos una de ellas como ejemplo, que lo que se haga con ella hará comprender las operaciones para todas las demás; y sea la segunda, que es la que pasa por la generatriz *D' d*. Esta junta, á partir del punto *D'*, nos cortará al cilindro según la curva elíptica *D' P*, cuya se extenderá hasta el punto *P* en donde corta á la generatriz $P\,P'''$-P' que corresponde á la hilada que tiene el mismo orden en el cilindro. Los puntos de esta curva son fáciles de encontrar con sólo tener en cuenta que toda ella se proyecta en la Fig. 79, en la misma sección recta $D''\,x''\,P'$; así es, que si nos proponemos encontrar la proyección horizontal del punto *P'* podremos imaginar fácilmente la recta que une el punto *P'* con el vértice *s* del cono, pues que esta recta se encuentra en dicho plano de junta; luego prolongándola cortará en *q* al plano de paramento, y, trasladado en altura dicho punto *q* en *q'* por este ultimo, se hará pasar la horizontal $q''\,q'''$, la que cortando en q''' á la traza del plano de junta sobre el paramento $d''\,Q^{IV}$, éste nos indicará la traza vertical de la recta que hemos empleado como auxiliar y que ahora se nos proyecta horizontalmente en $q^{IV}\,s'$; mas como viene á cortar en *P* á la generatriz $P\,P''$ del cilindro, infiérese que el punto *P* es el que buscábamos. Se concibe ahora que si se ensayan distintas rectas auxiliares, análogas á la anterior partiendo de los distintos puntos comprendidos entre los $D''\,P'$ de la Fig. 79, llegaremos á obtener tantos puntos como se quieran de la curva *D' P* de la proyección horizontal, cuya curva como á comprobación ha de pasar

prolongándola, por el punto J, intersección del eje del cono con la generatriz de arranque del cilindro.

Mas á partir del punto P, el plano de junta del cono corta al plano de junta del cilindro y lo hace según la recta $P\,Q$, la cual pasará necesariamente por el punto O en donde se cortan las trazas de estos dos planos (puesto que hemos escogido nuestro plano horizontal de modo fuera el mismo que el de arranque de las dos bóvedas) y terminará en el punto Q por donde pasa la generatriz $Q\,Q^{VI}$-Q' que limita superiormente el plano de junta del cilindro. Corta luego al plano de asiento horizontal $Q'\,Q''$ según la recta $Q\,Q^{V}$ paralela al eje del cono, y finalmente cierra la plantilla la línea $d\,Q^{V}$ cuando el referido plano corta al de paramento en $d''\,Q^{IV}$, recta cuya proyección horizontal es la indicada $d\,Q^{V}$, resultando así toda la junta proyectada horizontalmente en el polígono $d\,D'\,P\,Q\,Q^{V}$.

Con iguales operaciones obtendríamos la configuración de las demás juntas, apareciendo tan solo algo más complicada la que corresponde á la clave, junta que viene indicada horizontalmente por $x\,x'\,Y\,F\,G\,H$, cuya complicación, sin embargo, no es mucha, pues queda reducida á la aparición de una nueva línea curva $G\,F$ que proviene de la intersección del plano con el extradós cilíndrico del cañón. Esta línea se encontrará repitiendo operaciones análogas á la que hemos hecho cuando se ha tratado de trazar la línea de intradós $D'\,P$.

101. Datos para la labra.—En primer lugar conviene deducir las plantillas que sean la verdadera magnitud de las juntas encontradas en proyección. Para ello todo quedará reducido á hacerlas girar alrededor del eje del cono hasta rebatirlas en el plano horizontal y obtenerlas en donde indican las letras π, δ, Φ. Así, si queremos ver las operaciones que han presidido para ello y nos concretamos con las concernientes á la clave, podremos observar que todos los puntos describen arcos de circunferencia situados en planos verticales perpendiculares al eje, colocándose los puntos x, x' en x_4, x_3, la generatriz $x\,x'$, se superpondrá según esto en la de arranque $x_3\,x_4$ (puesto que adrede se ha escogido el cono de revolución); el punto H se colocará en z_3 encontrando este último con sólo cruzar por un arco de circunferencia de radio $\omega'\,z$, y desde el centro ω', la línea $H\,z_3$, que es el camino

recorrido por H, uniendo x_4 con z_3, ésta será el rebatimiento de $x\,H$. Trácese luego por z_3, la $z_3\,G_1$ igual y paralela á la $H\,G$. Luego la curva $G\,F$ se rebatirá en $G_1\,F_1$, con sólo tomar desde la charnela las mínimas distancias á que de ella están separados los puntos G y F, á partir del punto F_1 vendrá el rebatimiento $F_1\,Y_3$, que concurrirá al punto O de la charnela, pues á él concurría también la recta del espacio $Y\,F$, y finalmente cerrará la plantilla en el rebatimiento el arco elíptico $Y_3\,x_3$, que dimana del arco $x'\,Y$; estos arcos, es bien sabido, que, prolongados, habrán de concurrir en el punto J de la charnela. El rebatimiento de los distintos puntos de la curva $Y_3\,x_3$ se encontrará también colocando sobre los caminos recorridos y á partir de la charnela las mínimas distancias que existan desde los puntos escogidos á la misma.

Con el fin, pues, de tener á mano todas estas mínimas distancias á que nos hemos referido y poderlas aplicar rápidamente y con facilidad á cada una de las plantillas de que se trata, será conveniente echar mano de la proyección de la bóveda cónica sobre el plano perpendicular á su eje, proyección á que ya hemos aludido al principo al emplearla en la Fig. 80. En ella la curva $a_1\,x_1\,D_1\,B_1$, representa la proyección de la línea del luneto, (las alturas de sus puntos deducidas de la Fig. 79). La curva $A_1\,x_2\,d_1\,B_1$, es la proyección del arco de cabeza ó paramento (sus alturas deducidas de la Fig. 77). Las rectas radiales $x_1\,b_2\,D_1\,Q_1$, $C_1\,N_1$... etc., indican las trazas verticales de los planos de junta en donde cada una de ellas viene proyectada y confundida al mismo tiempo; las horizontales que pasan por los puntos N_1', Q_1, b_1 representan los planos de asiento, y finalmente la horizontal $b_2\,\theta_3$ indica la proyección de la generatriz del cilindro de extradós, la cual es la que viene proyectada en la Fig. 79 en el punto F', situada en la parte más alta de la piedra ó ramal que va á formar parte de la clave del luneto. Así dispuesta la Fig. 80, se comprenderá perfectamente como en ella se proyectarán en verdadera magnitud los arcos de circunferencia descritos por cada uno de los puntos de las plantillas al girar alrededor de la charnela, y, por lo tanto, en dicho plano también estarán en su verdadera magnitud las mínimas distancias á que nos referíamos.

102. En la Fig. 81 se expresa el desarrollo de la superficie cilíndrica de intradós en la parte que concierne á la pene-

tración que forma el luneto: así la curva a^v x^v D^v C^v b^v es la transformada de la curva del espacio, arista del luneto, así como las distintas líneas C^v k^v, D^v P^v..... etc., representan las transformadas de las curvas elípticas producidas por la intersección de los planos de junta del cono con la bóveda cilíndrica. El modo de obtener este desarrollo es bien fácil y sabido, pues no hay más que imaginar la rectificación de la sección recta del cilindro, la cual viene expresada en la Fig. 79 en b' C'' D'' x'' P' y la que dividiéndola en elementos éstos pueden trasladarse sobre la recta ω''' ω^v en la Fig. 81, trazando luego por los puntos de división perpendiculares por una y otra parte que servirán de otras tantas ordenadas para colocar en ellas las distancias deducidas de la Fig. 78 que allí estarán en su verdadera magnitud.

También para completar los datos, será conveniente el desarrollo de la superficie cónica de intradós, la cual omitimos por ser sumamente fácil al mismo tiempo que análogas las construcciones á lo expresado en la cuestión que se desarrolló en la parte primera de este tratado, Cap. 14, párrafo 423.

103. Labrado.—Varios son los medios de que puede echarse mano para llevar á cabo esta operación, éstos son, el de la proyección horizontal, el de la proyección vertical y el que proyecta la piedra sobre un plano vertical perpendicular al eje del cono. Prescindiremos del segundo, atención hecha al mucho desvaste que necesita y superflua mano de obra que exige.

Con respecto al primero se empezará labrando un prisma cuya base sea el contorno aparente de la máxima proyección horizontal y dando por sentado que se escoge la piedra Ω' que aquí suponemos forma montacaballo, expresado en el contorno z x^v d'' Q^{IV} Q''' H', el prisma á que aludimos vendrá expresado en la Fig. 82, en x_2 X' Y' $y_2 y_1$ H' x_1, siendo su altura el desnivel que exista entre los puntos más alto y más bajo de la piedra en el espacio, estos puntos son los D'', F' de la Fig. 79.

Colóquese desde luego (Fig. 82) y en el plano vertical que pase por H' y_1 y_2 la plantilla H G F y P'' Q' Q''', la cual se tiene á mano en el montacaballo de la Fig. 79, para completa orientación de la plantilla, se fijarán antes los puntos H en la arista Q''' H', F en la arista H' y_1 el punto y en la aris-

ta y_1 y_2 con el auxilio de las distancias ó datos suministrados por las proyecciones.

En el plano vertical x_2 x_1 h'' dispóngase la plantilla H Z x d Q^{IV} Q''', que es la correspondiente señalada en Ω en el plano de paramento (Fig. 77). Fíjense en seguida los puntos x x', ésta será la generatriz del cono, ahora con el auxilio de las rectas x Z, x x', lábrese el plano de junta superior, limitándolo en seguida por medio de la plantilla Φ. Si se une ahora Y con y obtendremos desvastando el plano de junta del cilindro en F f Y y F.

Con el auxilio de las curvas g f, G F tomándolos como á directrices, lábrese el cilindro de extradós g f F G y con esto se puede ya descargar la parte superior de la piedra para obtener el plano de asiento horizontal que tiene sus límites colocados en g Z H G; falta solamente la parte inferior de la piedra, y para esto, auxiliados de las rectas Q^{IV} Q''', Q''' Q' lábrese el plano horizontal del asiento inferior, que lo limitaremos en Q''' Q^{IV} Q^v Q' infiriendo sus dimensiones de la proyección horizontal, ahora es evidente que las rectas d q^{IV}, q^{IV} q^v nos determinan el plano de junta inferior, y en él colóquese la plantilla representada en δ, procediendo en seguida al labrado de la junta Q^v P P'' Q' correspondiente al cilindro.

Si ahora nos fijamos en las curvas P'' y, x' Y, D' P, éstas podrán venir acompañadas de los correspondientes puntos de marca por donde pasen dos á dos las generatrices que á ellos correspondan, desvastando en la dirección que ellas indiquen toda la piedra excedente, hasta obtener la concavidad que afecte la verdadera curvatura cilíndrica y en ella colocar el desarrollo Θ deducido de la Fig. 81. Finalmente las curvas x' D', x d serán ya las directrices por medio de las cuales podremos obtener el labrado y generación de la superficie cónica de intradós.

104. *Segundo método de labra.*—Escogiendo como á base del prisma auxiliar la proyección de la piedra sobre un plano perpendicular al eje del cono. Esta proyección la tenemos dispuesta en la Fig. 80, según el contorno x_1 D_1 Q_1 θ_1 θ_3 b_2. Constrúyase, pues, un prisma recto que tenga por base el contorno mencionado y por altura la separación de los puntos más distantes de la piedra considerada en su proyección horizontal y en el sentido del eje del cono; esta altura ó lon-

gitud podrá inferirse si circunscribimos á dicha proyección horizontal el rectángulo $\alpha \beta \gamma \mu$ de modo que los lados $\alpha \beta$, $\gamma \mu$ sean perpendiculares á la dirección del eje del cono, mientras que paralelos á él los otros dos lados $\alpha \mu \beta \gamma$, y con esto, claro está que la distancia $\alpha \beta$ será la altura del prisma auxiliar que tenemos ya labrado en la Fig. 83 en $\theta_1 Q_1 D'_1 x'_1 b_2 \theta_2 \theta_3 b'_2 x_1 D_1$ en la base anterior colóquese ahora la plantilla ψ, expresada en el contorno $\theta_1 Q_1 d'_1 x_2 b_2 \theta_2$, uniendo ahora los puntos x_2 con x_1, y d'_1 con D_1 se podrá desvastando, labrar la superficie cónica de intradós expresada en el contorno d'_1 D_1 x_1 x_2; mas esta ahora se ha de limitar echando mano del desarrollo del trozo de superficie cónica que se aprovecha, y así vendrá expresado su justo límite en d_1 D' x x_2.

Conviene ya desde este momento colocar las plantillas de junta de las cuales la superior vendrá expresada por Φ y la inferior según Q_1 d_1 D', en la cual se presentan no más las líneas vistas que aparecen en perspectiva; ya con esto las rectas b_2 x_2, Q_1 d_1 y la curva d_1 x_2 nos determinan el plano de paramento anterior, hágase, pues, pasar éste por ellas y colóquese la plantilla Ω'. Mas si tenemos en cuenta que las rectas l b_2, b_2 g están situadas en el plano de asiento horizontal, claro está que este quedará determinado por ellas, y por lo tanto se podrá labrar limitándolo con la plantilla angular G g b_2 l..... etc., deducida del plano horizontal.

Antes de pasar adelante, conviene fijar la posición del punto F, el que está á una cierta distancia de θ_3, distancia que podrá deducirse del plano horizontal y fijado que sea dicho punto F imagínese la recta F F_1, que colocada en la parte superior del prisma auxiliar nos representaría la traza de la junta discontinua de la bóveda cilíndrica sobre el referido plano horizontal. La dirección de la recta F F_1 se obtendrá con el auxilio del ángulo θ_3 F F_1 deducido del plano horizontal; hecho esto, hágase pasar el plano vertical de corte, cuya traza es la F F'_1 y una vez obtenido dicho plano, dispóngase en él la plantilla Ψ que está dispuesta en la Fig 79; con esto se podrá labrar la superficie cilíndrica de extradós F G g f, auxiliándonos para ello las curvas G F, g f. El resto del labrado se comprende ya fácilmente por ser aproximadamente igual al anterior y que en este caso no se expresa por habernos concretado solamente á la perspectiva de la parte vista de la piedra.

105. Hemos tan sólo de hacer notar que aunque se haya escogido en este labrado la misma piedra que en el anterior, sin embargo, la hemos alterado adrede algún tanto, suponiendo que el cilindro llevaba consigo un ramal formando ángulo con el que correspondía á la bóveda cónica, apareciendo, por lo tanto, en la Fig. 83, un ángulo ó recodo en la parte lateral, el que no aparece en la Fig. 82, en atención á que cono y cilindro alcanza su plano de asiento, en el plano vertical levantado por L' T' lo, que hace que dicho plano de asiento forme un cuadrilátero. A esto también se debe que en la Fig. 82 la cara de paramento afecte la forma de montacaballo, expresado por Ω en la Fig. 77 mientras que en la Figura 83 el montacaballo se convierte en dovela pentagonal Ω' deducida también de la Fig. 77, en la cual la vertical l Q^{IV} hace el deslinde del montacaballo y la forma pentagonal.

LUNETO
Cilíndrico-Cónico

106. Si en un pasaje convergente cubierto por una bóveda cónica recta cuyo eje es la horizontal O O' (Lám. 12, Figura 85) se desea ponerlo en comunicación con otro pasaje cilíndrico cuyo eje horizontal es ω ω' y cuya luz de la bóveda cilíndrica sea mucho menor que la que corresponde á la bóveda cónica en las inmediaciones de la penetración, entonces será cuando tendrá lugar la formación del luneto cuyo nombre encabeza este artículo. Este luneto podrá ser recto ú oblicuo según, que sus ejes respectivos se corten ó no en ángulo recto. Por lo regular estos dos ejes están situados en un mismo plano horizontal, mas este requisito no excluye el caso á que los ejes estuvieran en planos distintos y aún también que alguno de ellos estuviera inclinado al horizonte. Se ha presentado muy raras veces en la práctica por no motivar tamaña disposición las necesidades y exigencias de los datos; pero de todos modos el ejemplo que viene expresado á continuación podrá dar suficiente idea del modo de resolver semejantes cuestiones, cualesquiera que fueran las variaciones

sufridas á los primeros datos para que se asemejaran ó convirtieran en cada una de las soluciones que hemos apuntado.

107. Empiécese escogiendo el plano de proyección horizontal, el que precisamente pasa por los dos ejes $O\ O'$, $\omega\ \omega'$; esto es, el de arranque de las dos bóvedas, y en este concepto las generatrices de arranque del cilindro serán $a\ a'$, y las del cono las $A\ A'$ y su simétrica con respecto al eje $O\ O'$ (y que aquí no señalamos por no ser necesaria á nuestras operaciones no más que la mitad de esta superficie cónica. La base del cilindro será la semicircunferencia $a'\ b''\ c''\ d'$, con su extradós en $e''\ g\ h$ sus juntas y planos de asiento, todo tal como se manifiesta en el dato de la Fig. 84, plano de proyección vertical en el que se expresará la resolución del problema en el concepto de ver el intradós del cono, admitido el supuesto de haberlo cortado por un plano de simetría levantado verticalmente sobre el eje $O\ O'$.

El cono es de revolución, truncado en sus bases, situadas en los extremos del pasaje, la una, la semicircunferencia $A\ C\ D$ con sus juntas, extradós y asientos, todo rebatido en el plano de la Fig. 86, mientras que la base menor, situada en el plano vertical $J'\ O'$, está rebatida en la Fig. 87, según la semicircunferencia $A'\ C^{IV}\ D^{IV}\ G'$ acompañada también en sus juntas, extradós y plano de asiento. Téngase en cuenta que para relacionar mejor las operaciones será conveniente proyectar en el plano de la Fig. 86 la base menor del cono y así ésta vendrá expresada en $\alpha\ G$ con sólo proyectar el punto A' en α y describir en seguida la semicircunferencia con el radio $O\ \alpha$. El plano de asiento de esta superficie cónica lo suponemos horizontal y viene expresado por las rectas $E\ I$, $J\ K$, mientras que á la superficie de extradós se le supone cilíndrica, por lo que sus bases en las Figs. 86 y 87 vendrán expresadas por circunferencias de igual radio, contribuyendo esta disposición á fortalecer el grueso de la bóveda en el sitio más bajo, en donde, por lo tanto, viene obligada á recibir él peso y empuje inclinado de la parte superior. Termina el dato la expresión del grueso de los muros, los que están significados por toda la parte rayada, y así representan los gruesos de los muros en el arranque.

108. Intersección de los intradós.—Ya desde luego las generatrices de arranque del cilindro, encuentran á las del

cono en los puntos a, d, y éstos visiblemente ya son pertenecientes á la curva de intersección. Si ahora se trata, por ejemplo, de encontrar la intersección de la generatriz del cilindro que está proyectada verticalmente en el punto c'', podemos hacer pasar por ella el plano vertical que la proyecta horizontalmente en $c\ c'$, el cual cortará á la superficie cónica según una sección circular proyectada en el plano horizontal según el radio $q\ q'$ y verticalmente en su verdadera magnitud en el plano de la Fig. 86 en donde $Q\ Q'$ representa la proyección de la generatriz de que se hace mención en el cilindro; ahora esta recta y la línea circular se cortan en el punto q'' el cual, proyectado directamente sobre el plano horizontal en c representará en definitiva un punto de la curva del luneto. Esta operación, repetida para otros tantos puntos que escojamos, nos darán la total curva $a\ b\ c\ d$, representando así ella el límite en donde alcanza el cilindro al terminarse, encontrando á la superficie cónica.

109. Intersección de los extradós.—El plano de asiento expresado (Fig. 86) por $E\ I$ viene relacionado en altura en la Fig. 84 por la recta $M\ M'$, así es que inspeccionando esta última proyección vertical, se infiere que la intersección de los dos cilindros de extradós, no más quedará reducida interesando al segmento de superficie cilíndrica del cañón $g\ s\ h$, que está por encima dicho plano, cuya línea $g\ s\ h$ es á la vez proyección vertical de la del espacio. En cuanto á su proyección horizontal está expresada por la curva $g''\ s'\ h''$ con más las rectas $g''\ g'$, $h''\ h'$, que vienen producidas por el corte de dicho cilindro del cañón por el plano de asiento de la bóveda cónica. Es evidente que los puntos g'', h'' se obtienen en el momento que se combinan las rectas $g'\ g''$, $h'\ h''$ con la de arranque $E'\ K'$ que corresponde al cilindro de extradós del cono, y en cuanto á un punto tal como s' de la curva que se ha hecho mención, se puede encontrar fácilmente echando mano de un plano auxiliar, que es el que proyecta horizontalmente la genetriz s del cilindro del cañón; este plano cortará al otro cilindro según una sección circular igual y paralela á la base; recta y curva se encontrarán; y el punto que resulte será el que se busque. En la Fig. 86, la generatriz está expresada en $s''\ s'''$ la cual cortando en s'' al arco de circunferencia que le corresponda, nos facilitará con dicho punto su proyección horizontal referida en s'.

110. Análisis de juntas.—Escojamos la $c'' g$, ésta, después de cortar al cilindro según hemos dicho, en $c c'$ cortará al cono según la curva proyectada en $c D''$, el procedimiento para encontrar puntos de esa curva es simplemente igual á otro expuesto anteriormente, y sea, por ejemplo, encontrar puntos de esa curva, un punto de ella el φ'', por ejemplo, precisamente en donde queda terminada al encontrar la generatriz del cono que pertenece al mismo orden que la $c' c$ del cilindro, y téngase en cuenta para lo sucesivo, que todos los puntos de sección del plano de junta que se considera, con la bóveda cónica que se opone á su paso, vienen precisamente proyectados verticalmente en la traza vertical $c'' \varphi''$ de dicho plano, y he aquí por qué se puede escoger el punto que más convenga de dicha traza, para luego deducir su proyección horizontal. Volviendo, pues, al punto φ'', hágase pasar por él un plano de perfil, éste cortará á nuestro plano de junta según $\varphi'' D''$ proyectada en la Fig. 86, por $\varphi^{IV} D$, y al cono según una sección circular de radio $m \mu$ proyectada en su verdadera magnitud en la misma Fig. 86 en la cual se cortarán estas dos líneas en δ y de él deducir su proyección horizontal D' sobre la generatriz primitiva $\varphi'' D''$. Idénticas operaciones proporcionarán otros puntos intermedios de la curva. Es evidente que si se averigua el punto r de intersección del plano de junta con la generatriz de arranque del cono, este importante punto podrá servir como de auxiliar, no solamente para dicha línea, sino que también para las otras que corresponden á los demás planos de junta, pues es bien notorio que es común este punto r á todas ellas, por pasar los mencionados planos por el eje del cañón.

Mas á partir del punto D'' la junta del cilindro corta á la junta del cono, siendo el resultado de la intersección la parte $D'' F''$, la cual forzosamente concurrirá al punto ω' en donde se encuentran los ejes de los intradós, que aquí en este caso quedan dichos ejes confundidos con las trazas horizontales de los planos de que se trata; el límite de dicha recta hacia el interior de la bóveda, dará el punto F'', en donde corte á la generatriz del extradós $F' F'''$, obtenida proyectando F en F' y F^{IV} en F'''.

Corta luego la junta que se considera al extradós cilíndrico de la bóveda cónica según la curva $F'' \varphi x''$, pudiéndose obtener puntos de ella tal como el φ, echando también mano de un plano vertical paralelo á las bases del cono, y nos dará (Fig. 86), por una parte la recta $\varphi' \varphi^{IV}$ al cortar al plano de junta, y una sección circular al cortar al cilindro exterior, ambas á dos se cortarán ahora en φ' y de allí deducir definitivamente el φ.

Téngase en cuenta que para abreviar operaciones hemos escogido precisamente un punto tal como φ, el cual tiene la misma proyección vertical φ'' que el punto D''.

Finalmente, cierra el corte la línea $x' x''$. Queda, pues, limitada esta plantilla en su proyección horizontal por las rectas $c' c D'' F'' \varphi x'' x'$.

Teniendo en cuenta todas estas últimas operaciones, nos podemos también hacer cargo de la junta $e'' b''$ por ser análogas en ésta á las ya practicadas en aquélla, por lo tanto, evitando enojosas repeticiones y pasando definitivamente al contorno de esta última junta, veremos que se compone de la recta $b' b$ (generatriz de corte en el cilindro del luneto), de la curva elíptica $b C''$ (intersección con la bóveda cónica), de la recta $C'' E''$ (intersección de las dos juntas de primer orden de las dos bóvedas), de la recta horizontal $E'' E'''$ (intersección del plano de junta con el asiento en la bóveda cónica), finalmente de la recta $E''' e$, correspondiente al muro de apoyo, y de la $e e^{IV}$ (generatriz de estradós del cañón seguido).

111. Datos para el labrado.—Estos consisten:

1.° En el desarrollo del cilindro del cañón seguido, echando mano de la sección recta $a' b'' c'' d'$, que se supone dada por la sección del plano vertical $X Z$, desarrollándose, por lo tanto, hasta el límite a, b, c, d, por donde pasa la curva del luneto, la cual quedará transformada en otra distinta, representando este desarrollo con sus partes de hilada correspondientes en la Fig. 88.

2.° De las plantillas de junta del cañón seguido, las cuales podemos suponer que gira cada una de ellas alrededor de sus respectivas generatrices $y b$, $v c$, hasta venir á situarse rebatidas en el mismo plano (Fig. 88), en que hemos situado el desarrollo y así para su obtención, podremos considerarlas, formadas con el auxilio de una serie de abcisas y ordenadas, las abcisas contadas sobre la línea $X Z$ iguales respectivamente á las distancias que separen los puntos escogidos y que vendrán situados, tomándolos allí sobre las trazas verticales ó sus prolongaciones $b'' e''$, $c'' \varphi''$ de los planos de junta en donde éstos se sitúen y en cuanto á las ordenadas

estarán en verdadera magnitud en el plano horizontal, midiéndolas por las distancias que existan de cada uno de los puntos de la plantilla á la sección recta XZ.

3.° Podríamos también proceder al desarrollo de la superficie cónica de intradós, más bien como comprobación que por existir necesidad imperiosa.

4.° Las plantillas de testa, que constituyen los planos de junta discontinuos, de las que conciernen al cilindro del cañón seguido, por ser iguales todas las que corresponden á una misma hilada, las tendremos ya desde luego en su verdadera magnitud en la Fig. 84; mas no así las de la bóveda cónica, las cuales, á pesar de considerarlas cada agrupación de ellas en una sola hilada, serán distintas unas de otras, y tanto menores en su línea curva de intradós, cuanto más próximo se halle el plano de junta de la base menor $A'\ C^{IV}\ D^{IV}\ G'$ del cono, mas de todos modos cada una de ellas puede encontrarse con facilidad y en verdadera magnitud, ya sea en el plano (Fig. 86) ó ya en el de la Fig. 87, siendo tan sencilla su determinación que no la detallamos.

112. Labra.—Para esa operación escogemos el salmer señalado en $\Omega\ \Omega'$, y esta piedra, por estar situada en el arranque, viene á propósito para que se adopte el sistema de la proyección horizontal; escójase, pues, un prisma auxiliar (Fig. 89), $3\ f\ 2\ b_1\ C\ 3 - 3'\ C'_1\ b'_1\ 2'$..... etc., cuyas bases sean el contorno aparente de la piedra sobre el plano horizontal de proyección y cuya altura la que tenga el asiento de la bóveda cónica. Desde luego se colocarán las plantillas $\Omega_1\ \Omega'$ (que han de obedecer á los planos de junta transversales, $1 - y_1$, $3 - 4$, la primera en el plano vertical $1 - 2 - 2'$ y la segunda en el plano vertical $L - 3 - 3'$. Si ahora en el plano $b_1 - 2 - 2'$ se traza la línea $b - b'$, á la altura $b'\ b''$ de la Fig. 84, trazada que sea esta recta, ella junto con la $b'\ e''$ determinará un plano que podrá labrarse colocando en seguida en él la plantilla Φ, únase después C'' con C, C con E y así tendremos el segundo plano de junta $E\ C\ C'\ E'$, que corresponde á la bóveda cónica, con esto quedará también definido el plano horizontal de asiento $E\ E''\ E'''\ L$, así como el otro plano de asiento mucho más bajo $e\ e''\ J\ J'$ que corresponde á la bóveda cilíndrica. En el plano horizontal inferior que representa el de arranque, se dibujarán las líneas $A\ a$, $a\ a'$ para luego labrar el cilindro $b'\ a'\ a$ que tenga por directriz

la curva $a'\ b'$ y cuyas generatrices se conduzcan perpendicularmente al plano de dicha curva, prosiguiendo su labrado hasta que en la concavidad formada se pueda colocar el desarrollo correspondiente que lo tenemos situado en Δ en la Fig. 88. Finalmente, por las curvas $A\ C$, $a\ b$, $C'\ b$ se podrán señalar puntos de marca en donde pasarán las generatrices de la superficie cónica que auxiliarán su labrado.

La Fig. 90 es la representación de la piedra de la segunda hilada, siendo preferible en este caso labrarla por el sistema de baiveles, pues de adoptarse el anterior se incurriría en un gasto excesivo de material y mano de obra. Por lo demás están convenientemente indicadas las operaciones para que entremos con más detalles, explicando la mencionada figura.

LUNETO

cilíndrico-esférico en esbiaje

113. Aparece este luneto cuando una bóveda esférica viene á ser cortada por un cilindro horizontal. Puede ser recto y oblicuo ó en esbiaje, recibiendo la primera denominación, cuando el eje del cilindro pasa por el centro de la esfera y en todo otro caso recibirá el segundo nombre.

Resulta que el problema tendrá lugar cuando sea preciso disponer una abertura en dicha bóveda esférica, ya en forma de ventana para proporcionar luz á la sala ó estancia que constituye rotonda, ó ya establecer la abertura en forma de puerta para dar acceso y comunicación á la rotonda con las partes exteriores.

Planteemos el problema (Fig. 92, Lám. 13) y escojámos nuestro plano de proyección horizontal que se confunda con el de arranque de la bóveda esférica, en cuyo caso ésta vendrá dada por el círculo máximo representación de su ecuador en $M\ f'\ a'\ N$; en la parte sub-rayada, el grueso del muro cilíndrico que la sirve de apoyo, escojamos también un plano de proyección vertical $L\ T$, que sea perpendicular á la dirección del cilindro horizontal, pues así la proyección de este cañón,

será su misma sección recta y ella rebatida en la Fig. 91 en $a'' b\ c\ d\ e\ f$, con el extradós, planos de asiento, y las juntas que allí se expresan, simplificarán de un modo notable la cuestión, toda vez que las intersecciones que se busquen en la combinación del cañón y esfera, vendrán así proyectadas directamente en el plano vertical, según las trazas de las superficies que se consideren, ya sean cilindros de intradós, extradós ó planos de junta.

Convendrá también tener á la vista una sección meridiana de la bóveda esférica, trasladándola en la situación que demuestra la Fig. 93 en *A B C D*..... con su extradós, asientos y división en juntas.

Así las dos figuras están de tal modo colocadas, que pueden compararse inmediatamente, al querer apreciar la diferencia de alturas de los puntos de una bóveda, con los correspondientes de la otra, al entrar en el análisis del enlace, y combinación de juntas de un mismo orden.

Adviértase, en virtud de lo dicho en el núm. 80, que aquí como allí se hace preciso que al dividir respectivamente los arcos de base del cilindro y meridiano de la esfera en un número impar de partes iguales, se tenga bien en cuenta de que las primeras divisiones *b c* del cañón sean más bajas de nivel que las primeras divisiones *B C* de la esfera.

Así, dispuestos los datos, empiécese encontrando la curva de intersección de las superficies de los intradós, recurriendo al efecto á una serie de planos secantes horizontales; así el que pasa á la altura del punto *b* nos cortará al cilindro, según la generatriz $b'\ b''$, y á la esfera, según un paralelo, cuyo radio será la distancia del b''' al eje. Tomando, pues, esta distancia y haciendo centro en *O* trácese la circunferencia $e'\ b'$, la cual, cortando á la generatriz antedicha en el punto b', nos dará el punto que corresponde á la curva que buscamos. Mas si se observa que el mismo plano horizontal secante, nos corta, según otra generatriz ($e - e''\ e'$) al cilindro, esta cortará también en e' al paralelo antes trazado, suministrando otro punto de la curva, de modo que cada plano horizontal secante, nos facilitará dos puntos, excepción hecha del tangente al cilindro en la generatriz culminante *m*, el cual sólo nos proporcionará un punto tal como m'.

Obsérvese que el plano horizontal de arranque ya de por sí, y sin ninguna otra previa operación, nos dará los dos primeros puntos de la curva f', a'. Repitiendo la operación tantas cuantas veces se crea conveniente, y uniendo los puntos que así resulten, llegaráse á obtener la curva de intersección en $a'\ b'\ c'\ m'\ d'\ e'\ f'$. Esta curva, que es alabeada en el espacio, proyectada horizontalmente, es una parábola cuyo eje principal es la recta $O\ x$, según ya demostramos, así como la manera de determinar sus tangentes en la primera parte de la Estereotomía en el párrafo 280.

114. Análisis de plantillas.—Consideremos, por ejemplo, el plano de junta $b\ B''$ y observémosle en su prolongación, del modo como va cortando á las superficies que se oponen á su paso.

En primer lugar, ya hemos dicho que cortaba al cilindro de intradós, según la generatriz $b''\ b'$, mas al llegar al punto b' empieza cortando á la esfera y lo hará según un arco de circunferencia que está proyectado horizontalmente, según el trecho de curva $b'\ B'$ elíptica. Uno cualquiera de los puntos de esta curva, el B', por ejemplo, se obtendrá con el auxilio del plano horizontal, que pasa á la altura de *B*, que es en donde está situada la primera hilada de la esfera, este plano horizontal cortará al plano de junta, según la recta $B'''\ B'$ y á la esfera en el paralelo $B'\ S$, generatriz y paralelo se cortarán en el punto B', y éste corresponderá ya á la curva, la cual observaremos que, prolongada, habría de pasar por el punto ω (intersección del eje del cilindro con la esfera), lo propio que las otras curvas análogas que después hayan de encontrarse.

Claro está que otros puntos intermedios se hallarán repitiendo esta última operación, alcanzando no más la altura del punto B', por ser éste el encuentro de la misma con el paralelo que corresponde á la primera hilada del despiezo en la esfera, y tener, por lo tanto, que va unida esta hilada y de un modo invariable con la primera hilada del cañón.

A partir del punto B' el plano de juntas corta á la superficie cónica de la junta de la esfera, según la línea curva $B'\ 1'$, la cual es un arco de hipérbola, pudiendo encontrar cualquier punto de ella con el auxilio de un plano secante horizontal; así, si nos proponemos encontrar, por ejemplo, el punto extremo $1'$, se empleará el plano horizontal $1\text{-}1''$ el cual contiene el paralelo más alto de la junta cónica, y en donde está, por lo tanto, ésta limitada; mas este mismo plano corta al de junta del cilindro, según la recta proyectada vertical-

mente en 1″, y horizontalmente, según 1′-1‴; mas como se encuentra situada en el mismo plano de la circunferencia 1ᵛ-1′ (que es el corte del plano horizontal mentado, con la junta cónica descrita por la revolución de la generatriz *B*-1 alrededor del eje de la esfera), se cortarán en el punto 1′, y este es precisamente el extremo de la curva hipérbolica *B′* 1. Empezando, pues, ahora otros planos horizontales secantes, comprendidos entre las alturas de los puntos *B*, 1, se hallarán tantos puntos intermedios como se deseen de la propia curva.

Para el mejor trazado de ésta, podríamos también proponernos encontrar el vértice de la misma, cosa bien fácil si recordamos uno de los procedimientos de geometría descriptiva, en el cual se demuestra que se halla en la generatriz *O x* del cono de junta, que se encuentra precisamente su proyección horizontal de dicha recta, perpendicular á la traza horizontal *n″ N* del plano de junta que se considera en *b B′*. La proyección vertical de dicha generatriz visiblemente será la recta *O′* Ω′, que, pasando por el centro de la esfera, sea paralela á la dirección *B*-1, la intersección que ahora resulta en Ω′ del plano de junta del cilindro con dicha generatriz del cono, será el vértice que deseamos, proyectado horizontalmente en Ω, y con esto se puede rectificar, si se quiere, la parte aprovechable *B′*-1′ trazando la rama 1′ *B′* Ω.

Llega luego el corte de la junta, interesando al plano horizontal de asiento 1-1ᵛ, y lo hace cortándole según la recta 1′-2′ paralela al eje *n″ N* (pues dos planos paralelos cortados por un tercero nos dan secciones paralelas).

Luego corta la junta al cilindro vertical exterior que da apoyo á la bóveda, y en dicho corte aparece la curva elíptica proyectada horizontalmente según el pequeño arco de circunferencia 2′-3′, concluyendo, finalmente, su misión la junta que consideramos, en el pasaje cilíndrico, cortando al extradós del mismo, según la generatriz *B‴* 3′, con la cual se determina precisamente el punto 3′.

La junta siguiente *c K* se analizará del propio modo, únicamente teniendo en cuenta que se complica un poco más en atención á que aparecerá la curva *G′ H′*, resultado de la sección del plano con la zona esférica exterior, comprendida entre las alturas de los puntos *H* y *G*, curva encontrada con el mismo procedimiento de planos horizontales secantes, llegando, finalmente, á obtener la plantilla proyectada horizontalmente en *c″ c′ c‴ G′*, *H′* 6′ 7′ *K′*.

115. Desarrollo del cilindro y deducción de la verdadera magnitud de las plantillas.—Para la labra de la piedra, conviene tener de antemano el desarrollo del cilindro horizontal que contiene el luneto, constando en él la transformada de la línea curva de intersección del cilindro con la esfera, así como también las zonas parciales que corresponden á los intradós de cada piedra. A este fin, sobre la recta *a f* (Fig. 94) se irán colocando, unos á continuación de otros, los arcos rectificados correspondientes á las dovelas *a b*, *b c*, *c d*, *e f*, iguales cada uno de ellos á la longitud de los arcos denominados con las mismas letras en la Fig. 91.

Bájense por cada uno de estos puntos perpendiculares á la *a f*, tales como *a a′*, *b b′*, *c c′*, *d d′*, *e e′*, *f f′*, iguales á las análogas de la Fig. 92, que representa la proyección horizontal, y uniendo definitivamente los puntos encontrados en *a′*, *b′*, *c′*..... etc., se obtendrá la transformada de la arista del luneto y con ella el total desarrollo *a a′*, *f′ f* del cilindro en cuestión.

En cuanto á la verdadera magnitud de las plantillas, pueden obtenerse en este mismo desarrollo, suponiendo que sus planos giran respectivamente alrededor de las generatrices de intradós *b b′*, *c c′*, hasta colocarse en el plano general en donde se ha desarrollado el cilindro.

Fijémonos solamente en una junta, la *c K* de la Fig. 91, la totalidad de ella se proyecta verticalmente en *c G″*, de modo que si bien se observa, esta proyección vertical de la junta, y se compara con su proyección horizontal, se comprenderá como cada uno de los puntos de la misma pueden estar determinados por una serie de abcisas y ordenadas en donde las primeras se tienen en *c K*, *c H″*, *c C″*, *c G″*, y las segundas en las distancias respectivas de los puntos 7′, 6′, *H′*, *G′*, *c‴*, *c′*, á la línea *L T*, que representa el plano de la sección recta de la expresada junta.

Si, pues, estas abcisas las colocamos en la Fig. 94, de *c* á *G″* y bajamos por ellas perpendiculares á la *a f*, bastará tomar sobre ellas las ordenadas ya expresadas, y uniendo sucesivamente los puntos que así resulten, nos darán el contorno de la plantilla que podremos designar por △. Téngase presente que en el contorno de la misma, en donde se presentan líneas curvas tales como las *H′ G*, *G c‴*, *c‴ c′*, convendrá encontrar puntos intermedios para su buen trazado, insi-

guiendo exactamente las mismas operaciones que las verificadas en los demás.

Así también hemos encontrado la plantilla inferior, que para abreviar conoceremos con el nombre de Σ.

116. Labrado de una piedra.—Escogeremos la de la segunda hilada, cuyas testas respectivas ó juntas discontinuas se señalan por α la del cañón y β la de la esfera. Empiécese labrando un prisma recto (Fig.95) cuya base $B''' c'' c' c''' \mu \theta 3''$ sea el contorno aparente de la piedra sobre el plano horizontal, y cuya altura $B''' B_1'''$ sea la diferencia de nivel que existe entre los puntos *G*, *b*, más alto y más bajo conforme demuestran las figuras.

Empiécese colocando la plantilla α en el plano $B''' c'' c_1'' B_1'''$ que representa el plano de sección recta del cañón. Para la debida colocación de esta plantilla se marcarán en las aristas los puntos *b*, *c* los que servirán de guía para la coincidencia, el *b*, por medio de la distancia $b\ c_1''$, deducida de la Fig. 91, y el *c* por la altura $c\ c_1''$, deducida de la misma figura. Trácese luego por *c* la horizontal $c\ c_2$ paralela á $c_1''\ c_1'$, y ahora esta recta, junto con la $c\ k$, nos determinará el plano de junta superior; lábrase, pues, éste hasta que en él podamos colocar la plantilla de junta △. En el plano inferior del prisma auxiliar, trácese también la horizontal $b\ b'$ paralela á $c_1''\ c_1'$, y, trazada que sea, ella junto con la $b\ B''$ determinarán el plano de junta inferior; lábrase, pues, éste y en él colóquese la plantilla Σ, que vendrá á tomar la posición que indica en la figura $b\ b'\ B'\ 1'\ 2\ 3\ B''$.

Enseguida se labrará el cilindro de intradós $c\ b\ b'\ c_2$, valiéndonos de una cercha cortada según la curva *b c* y que vaya resbalando por las generatrices superior é inferior, y de modo que vaya pasando por sus distintas secciones rectas, colocando luego en la concavidad labrada el desarrollo de la figura Θ, el cual limitará el labrado en la curva $b'\ c_2$, intersección de dicho cilindro con la esfera.

En el plano de testa θ μ colóquese la plantilla β, pudiendo hacer la coincidencia con los puntos G', μ', auxiliándonos las distancias $\mu\ G'$, $\mu\ \mu'$ deducidas de la Fig 93, mientras que en el plano horizontal superior $\theta\ \mu\ c'''\ c'\ c''\ B'''\ 3'$ la cercha curvilínea que pasa por los puntos $G\ G'$, deducida de la proyección horizontal que allí está en verdadera magnitud. En el cilindro vertical $c'''\ \mu\ \mu_1\ c_1'''$ adáptase una regla flexible que

en su concavidad se conserve horizontal, pasando por los puntos ya marcados en *C* y μ'; esta curva, junto con la anterior descrita en $G\ G'$, servirán de directrices para engendrar la superficie cónica de junta superior de la esfera, colocando al efecto sobre ellas una serie de puntos de marca pareados, que unidos, dos á dos, nos darán las generatrices de dicha superficie cónica, guiándonos así ellas para dirigir el desvaste. Estos puntos de marca en su correspondencia tendrán que deducirse de la proyección horizontal, fijando allí algunas de las posiciones de dichas generatrices, trasladando luego los puntos indicadores junto con las cerchas sobre la piedra que se labra.

Téngase en cuenta ahora que por medio de las rectas $6'\ H''$, $6\ H'$ puédese labrar el plano horizontal superior del montacaballo β, y esto tanto más en cuanto puédese trazar la curva 6 6' situada en el cilindro convexo exterior de la esfera con sólo dibujarla en la parte superior del prisma auxiliar para hacerla servir de directriz primera para el labrado del cilindro vertical, tomando luego sobre él las diferencias de nivel que las separan real y verdaderamente de las 6-6' (tal como indican las distintas verticales indicadas por γ γ, γ' γ', γ'' γ'', etc.). Desvástese, pues, la parte de piedra hasta obtener el plano horizontal $H'\ b\ b'\ H''$ y colóquese en él la plantilla $H'\ b\ b'\ H''$ deducida de la proyección horizontal, y así quedará definido en la curva $H'\ H''$ que representa la intersección del plano de que se trata con la esfera exterior; pudiéndose esta última labrar desde luego, valiéndonos de distintas cerchas cóncavas que se apoyen sobre las curvas meridianas $G'\ H''$, $G\ H'$, deducidas del plano horizontal por las varias secciones horizontales que se hayan hecho á la esfera de extradós entre las alturas de los puntos *G* y *H* de la Fig. 93. Así es que la parte de esfera labrada y correspondiente á nuestra piedra estará circunscrita entre las líneas curvas $G'\ H''$, $H''\ H'$, $H'\ G$, $G\ G'$.

En esta disposición la piedra, se labrará el cilindro de extradós del cañón $B''\ K\ 7\ 3$, que tiene por directriz la curva $B''\ K$, conduciendo sus generatrices en sentido perpendicular al plano de la plantilla α, colocando sobre la superficie labrada el desarrollo de dicho cilindro, y así nos limitará en la curva 3-7, la cual es la intersección del mismo con el cilindro vertical que sostiene la esfera; con este medio hemos conseguido á la vez colocar todas las líneas que definen dicho ci-

lindro vertical pudiendo ya labrarlo, quedando así circunscrito en el contorno 6′ θ‴ 2 3 7 6.

Las rectas 1 θ‴, θ‴ 2, 2-1′ nos auxiliarán para obtener el plano de asiento inferior 1 θ‴ 2 1′ hasta poder colocar en él la plantilla limitada por dichos vértices, plantilla que se deducirá en el plano de proyección horizontal, puesto que allí se encuentra en su verdadera magnitud. Así tendremos ya colocada la curva 1 1′ y ahora ésta auxiliada de las otras líneas 1 *B*, 1′ *B′*, *B′ B*, servirán como á directrices de la junta cónica inferior de la esfera, echando mano como de costumbre, de puntos de marca, deducidos en las proyecciones y trasladados después en la misma piedra, y ellos dirigirán el desvaste para la completa terminación del labrado.

BÓVEDA

Esférica sostenida por cuatro arcos torales

117. En esta cuestión la bóveda esférica se encuentra atravesada por dos cilindros en cañón seguido cuyos ejes se cortan en ángulo recto, siendo tales dichas superficies que sus generatrices de arranque se cortan formando un cuadrado 1-2-3-4 (Lám. 14, Fig. 97). Escójase como á plano de proyección horizontal el de arranque de la esfera, que es el mismo que el del arranque de los cilindros; los ejes de estos dos últimos, se expresan en *A A′*, *B O′*, y dichas superficies son tales, que quedando interrumpidas cada una de ellas hacia los extremos opuestos de la esfera, quedan sus dos partes completamente separadas, dando lugar así á cuatro cilindros independientes, dos de ellos perpendiculares al plano vertical, siendo su sección recta en el intradós el semicírculo *C D E F G*, el extradós *r m s* con planos de asiento, tal como *r J* y muros de apoyo como el *J M*. Los otros dos, paralelos al plano de proyección vertical, vendrán determinados por la sección longitudinal producida en los mismos por el plano vertical que se levanta sobre el eje *A A′*, apareciendo en su pro-

yección vertical las líneas *K″ K′*, generatriz más alta del cilindro; la *K′ t*, proyección vertical de la base del mismo. Mas como quiera que se trata de reforzar estos cilindros por medio de arcos torales, se indicará en esta sección en el rectángulo *t K′ K‴ t′* el ancho que alcanza este refuerzo terminado por un cilindro concéntrico con el del cañón. Este cilindro, visto de frente, está expresado por *c d e f g k*, etc..., mientras que todo el refuerzo lo representa el ánulo *k g f e d c C D E F G K*.

Por lo dicho se infiere que las líneas de embocadura en la esfera, se obtendrán fácilmente imaginando prolongados los cuatro lados del cuadrado 1-2-3-4, los cuales cortarán al ecuador de la esfera en puntos tales que, unidos dos á dos, proporcionarán las cuatro rectas *C′ H″*, *C‴ H‴*, C_1 C_2, H_1 H_2, y (*) concibiendo por ellas planos verticales, éstos vendrán á cortar á la esfera según cuatro círculos menores, que son los de frente que hemos expresado en *C D E F G*, etc..., y los dos de perfil *t′ K‴*, K^{v} K^{iv}, que serán realmente las directrices de los cuatro cilindros. Suponiendo ahora que la distancia *C″ C′* es el grueso del toral, se podrán trazar inmediatamente los planos verticales, tal como *C′ H′*, dibujándose luego en el espacio comprendido entre los planos paralelos *C′ H′*, *C″ H″*, el resalto *C″ c″ c′ C′* que nos lo proporciona la diferencia de los radios de las circunferencias concéntricas que constituyen el refuerzo.

En cuanto á la esfera viene determinada por el corte meridiano *M N P Q* que nos da el intradós y el extradós en el arco circular *R S′ Q′* de centro más bajo que el de dicho intradós, terminando en el plano de asiento *S R*, limitado luego por el cilindro vertical producido por la revolución de la generatriz *S S′* alrededor del eje, y, por lo tanto, su base es la circunferencia *S″ T U Z*, de la cual se comprende queda no más aprovechables las partes tales como *T T′* comprendidas entre los muros de apoyo de los cañones contiguos.

Descritos así los datos se comprende fácilmente que se trata precisamente en este caso de una cuestión análoga al problema anterior, pues en definiva se producen cuatro lunetos rectos cilíndrico-esféricos, entrando, por lo tanto, en la misma resolución que la análogamente vista, aunque se presenta aquí aún más fácil que la del luneto cilíndrico-esférico en es

(*) Se supone aquí terminar el cuadrado.

biaje. Breves, pues, serán las consideraciones en que entraremos para el desarrollo de este asunto, ya que con lo que tenemos indicado nos podremos hacer perfecto cargo de la totalidad de la sección.

118. Dividamos al efecto las bases de los cilindros en un número impar de partes iguales, tales como $C D$, $D E$, $E F$... etc., haciendo otro tanto con el meridiano de la esfera en $M N$, $N P$... etc., haciendo siempre de modo (como así lo hemos indicado en todos los lunetos, Núm. 79) que las divisiones de la segunda se encuentren más altas que las de las primeras.

Háganse pasar por los puntos de división D, E, F... etc. los planos de junta concurrentes en O', prolongándose hasta encontrar á los distintos paralelos, ó sean líneas de junta de la esfera correspondientes á las alturas en que se encuentran los puntos N, P... etc., en que se ha dividido el meridiano antedicho y dispuestas así estas juntas se puede pasar ya directamente al análisis de las mismas. Tomemos, como á ejemplo, la que parte del punto e, encontrando sucesivamente las líneas de corte que ella produce con las superficies que encuentra á su paso; en primer lugar corta al cilindro de intradós según la generatriz E, $E' E''$, en el punto E'' empieza cortando al arco de refuerzo y lo hace según las rectas $E'' e'$, $e' e''$, $e'' E'''$ y todas estas tres líneas se proyectan verticalmente en $E e$, pero al llegar en el punto E, E''' corta á la esfera de intradós según el arco circular proyectado según la línea elíptica $p' E'''$; los puntos de esta curva se pueden deducir fácilmente; así, por ejemplo, el p' se halla directamente proyectando en el plano horizontal el punto p que ya antes se había obtenido por la intersección de la junta con el paralelo de la esfera, que obedecía al mismo orden; mas todo punto intermedio entre p' y E'' se inferirá echando mano de un plano secante horizontal á la altura intermedia que se desee, cual plano cortará á la esfera según un paralelo y al de junta según una recta horizontal, recta y paralelo, cortándose horizontalmente vendrán á darnos el punto que se desea. Pero es bien notorio que este arco elíptico se puede deducir directamente construyendo toda la curva elíptica por medio de sus ejes, cuales son $O \omega$, $O x'$, el primero definido por la intersección del eje común de juntas $O O'$ con el ecuador de la esfera, y el segundo tomando en consideración la intersección

x del plano de junta con el meridiano principal, el que, proyectado en x', nos limitará el eje menor $o x'$. En cuanto al punto ω se comprende fácilmente que ha de ser común á todas las demás elipses congéneres de la que se trata, mientras que los análogos de x' serán más ó menos aproximados al centro O, según la inclinación que tenga cada uno de los planos de junta que se vayan considerando.

En el punto p' el plano de junta corta á la superficie cónica que forma el lecho de la esfera según la normal $p' q''$, $p q$; mas al llegar al punto q'' se opone á su paso el plano horizontal de asiento $S R$, quedando cortado por aquélla según la recta $q'' r'$-r, prolongación de la generatriz de extradós del cilindro de intradós (por tener los mismos asientos exteriores cilindro y esfera) así toda la plantilla en proyección horizontal viene definida por las letras $E' E'' e' e'' E''' p' q'' r' E'$.

Con análogas consideraciones podríamos ir obteniendo las demás, las cuales en su contorno se comprende que serán más ó menos distintas según la posición que tenga en el espacio el plano que la contiene, así, si nos fijamos en la que pasa por el punto G, ésta, por su situación especial, no cortará á los planos de asiento pero en su lugar lo hará con la superficie esférica de extradós, apareciendo por ello la curva circular en el espacio pero elíptica en la proyección horizontal, que es la que está indicada por $l' m''$: el medio para obtenerla es el mismo que hemos empleado para la curva interna $P' E'''$ cuando nos hemos valido de una serie de planos horizontales auxiliares, diferenciándose solamente en que allí cortábamos la esfera de intradós y aquí se han de tomar en cuenta los paralelos del extradós; de modo que con esta salvedad la plantilla vendrá proyectada según $G' G'' g' g'' G''' n' l' m'' m'$.

119. En virtud de la simetría completa de la figura puédense ahora reproducir estas plantillas en proyección horizontal á la izquierda del eje $O O'$, tanto en la parte superior como en la embocadura inferior, así como también á derecha é izquierda del eje $A A'$ en las embocaduras C_1 C_2, H_1 H_2, y de estas dos últimas deducir las proyecciones verticales de todas las juntas en los cañones laterales expresados en el corte longitudinal, como demuestran las operaciones que detalladamente constan en la figura de su referencia.

Empleando ahora una serie de planos verticales meridianos, produciremos así las juntas discontinuas en la esfera, di-

vidiendo así cada una de las hiladas de ésta en las partes que creamos convenientes.

120. Plantillas en su verdadera magnitud.—Como aquí los planos de junta *g n*, *f F*, *e p*... etc., son perpendiculares al plano de proyección vertical, nada más fácil que hacerlas girar alrededor del eje de juntas *O O'*, operación que para hacerla más clara la hemos desarrollado en la Fig. 97', suponiendo que el eje se ha trasladado en *O O'* en esta figura, entonces la traza vertical del plano de junta que se considera se ha colocado en *O l*, y en ella los puntos *g*, *G*, *m*, *n*, *l*, desde los cuales se han bajado ordenadas iguales á las que obran en el plano de proyección horizontal y que representan las distancias de cada uno de los puntos correspondientes, vértices de la plantilla, al plano de proyección vertical, y así se ha obtenido la plantilla β; en ella téngase en cuenta para la mejor precisión de la figura, que las curvas *n' G'''*, *l'' m''* son dos arcos de circunferencia, y que, por lo tanto, pueden trazarse directamente conociendo sus centros *O'*, α' en el rebatimiento. En cuanto al primero *O'* se tiene ya directamente al trasladar el eje de giro, mas no así el α' para el arco de extradós, el cual se ha de buscar con anticipación. Para ello observaremos en la Fig. 96 que el plano *O' n*, nos cortará al extradós según una circunferencia cuyo centro se encontrará proyectando el centro α de la esfera exterior en α'; siendo, pues, con esto α' y el radio de dicha sección; colocando por la distancia *O* α en la Fig. 98, y bajando luego la ordenada α α' igual á *O O'*, el punto α' nos representará el centro situado en el rebatimiento, y con él, y auxiliados del radio que ya se conoce se podrá trazar el arco circular *l'' m''* con el que cerraremos la plantilla β. Con análogas operaciones vendríamos á deducir las demás plantillas, cuya forma y dimensiones dependerán del lugar en que se sitúen en la bóveda. Téngase, empero, en cuenta que cada una de estas plantillas encontradas puede servir para ocho juntas iguales, todo en virtud de la simetría é igualdad á que antes nos hemos referido.

121. Labra de una piedra.—Escogemos para la labra una contraclave, la expresada por Δ en la proyección vertical; viniendo expresada la proyección horizontal de esta pieza por un polígono mixtilíneo, algo complicado, por las muchas caras que contiene esta piedra, convendrá, para la

mejor exactitud, escoger un prisma cuyas bases sean el máximo contorno aparente de la proyección horizontal que al efecto se ha expresado por todo el rayado que bordea dicho contorno. La altura de este prisma recto será la diferencia de nivel de los puntos (Fig. 96) *l*, *f*, que son el primero el más alto, y el segundo el más bajo de la piedra; este prisma viene dibujado en perspectiva por medio de trazos en la Fig. 99; en ella desde luego colocaremos, 1.° la plantilla Θ en el plano δ' δ'' φ' que representa el plano meridiano; 2.° la plantilla Δ en el plano τ' ψ' ψ, que representa la testa en donde concluye el ramal del cañón seguido; 3.° trazando luego por el punto *G'* la horizontal *G' G''* en el plano vertical ψ'' ψ' ψ, ella junto con la *m G'* determinan el plano de junta superior. Colóquese, pues, éste, y en él sitúese la plantilla β; 4.° por el punto *F'* trácese en la base inferior del prisma, la *F' F''*, y ella, junto con la *f'* τ determinarán el plano de junta inferior, el que una vez definido servirá para que en él se coloque la plantilla del sobrelecho inferior; 5.° en la base superior se podrá establecer por medio de una cercha la curva horizontal π *l*; en el cilindro vertical cóncavo la cercha φ *n*; en el cilindro vertical convexo la cercha horizontal que pasa á la altura del punto, δ, y, finalmente como que los puntos γ, θ están ya determinados, puede irse desbastando la piedra por la parte anterior, hasta tanto que pueda alojarse con facilidad la cercha horizontal que pasa por ellos, cuya última operación se hace preciso que en ella presida un cuidado sumo, por lo muy posible que sería, á la menor distracción, de desbastar más piedra de la que realmente hay necesidad de desalojar. En cuanto á la forma de todas estas cerchas, las podemos deducir en la Fig. 97, en donde obran en su verdadera magnitud, y que no indicamos por ser su situación bastante explícita para que se descubran desde luego.

Con la colocación de todos los precitados detalles en la Fig. 99, tiénense ya la mayor parte de los límites que contornean la piedra.

En la Fig. 96, se tomará ahora la plantilla *F G g f*, colocándose en la Fig. 99 en los planos correspondientes del resalto que corresponde al arco toral y así vendrá dispuesta en una parte en θ' *f'' g''' G''*, y por otra en *G''' g' f'*, pudiéndose con esto labrar el cilindro comprendido en *f'' g''' g' f'*. La parte de esfera de intradós está ya completamente limitada, ahora en φ γ θ θ' *G''' n*, de modo, que por medio de cerchas

horizontales que se apoyen á distintas alturas en los límites indicados, se podrá labrar la concavidad de la misma. Con las mismas indicaciones se labrará la esfera de extradós. Finalmente con las curvas π l' φ n se labrará la superficie cónica superior y con la γ θ y la curva que pasa por el punto δ que aquí se presenta oculta, se procederá al labrado de la junta cónica inferior. En cuanto al resto del labrado se concibe fácilmente.

122. Es muy frecuente en esa clase de bóvedas construídas, por regla general, en el crucero de las dos naves de una iglesia, abrir un lucernario en la parte culminante, lo cual no introduce ninguna dificultad bajo el punto de vista de la resolución del problema que acabamos de detallar; y de ello damos un ejemplo en la Fig. 98, en la cual se emplean dos despiezos distintos para el sistema de juntas, el uno llevado como acabamos de ver, esto es, siendo las superficies de junta continuas, conos de eje vertical, y el otro teniendo esta clase de juntas cónicas también el eje horizontal. Mas en este último caso las líneas de junta continuas que han de servir de directrices á tales conos, son circunferencias tales, que cuatro á cuatro vienen proyectadas horizontalmente, según una serie de cuadrados concéntricos y paralelos al que resultaría inscrito en el ecuador de la esfera; en resumen, uno de los sistemas de despiezo que se empleó al tratar de la bóveda vaída en la primera parte de esta obra, párrafo número 472.

Sin embargo, aquí, empleando esta solución, se trata de evitar el ángulo excesivamente agudo, formado por dos de estas circunferencias contiguas, y entonces se echa mano de una superficie cónica auxiliar intermedia, de eje también horizontal, y de modo que las bases circulares de estos conos estén situadas en planos verticales, perpendiculares respectivamente á las diagonales de los cuadrados anteriormente descritos. Así se produce el aparejo **horquillado**, y si bien complica algún tanto la forma de las piedras y su labrado, no son, por otra parte, dificultosas dichas operaciones, comprendiéndose perfectamente una vez pasados en revista los casos anteriores.

Esto motiva que no nos detengamos en estas últimas operaciones, limitándonos no más al dibujo de las piedras en perspectiva, cuales vienen consignadas en las figuras 98', 98'', 98'''.

LUNETO
en bajada y en esbiaje
Cilíndrico-Esférico

123. (Lám 15, Figs. 101-103.)—El eje de la esfera está expresado en *O*, *O' O''*, el meridiano principal en *O A-A' B' C' D'* etc., etc., con su extradós correspondiente *E F G*... etc., el plano de asiento *E H* y el cilindro exterior de apoyo relacionado con la generatriz *H I*.

En cuanto á la base del cilindro se supone situada en el plano de perfil *P' J P*, aunque colocada interinamente en el plano vertical ω *K'*, después de haber girado el plano *P* alrededor de la vertical ω para colocarse en ω *K'*, paralelo al de proyección. Es en esta disposición que se podrá dibujar en verdadera magnitud la circunferencia *b'' c'' d'' e'*, dividiéndola en un número impar de partes iguales, trazando las juntas, planos de asiento y demás como de ordinario. Dando por sentado ahora que el plano de proyección vertical se haya de antemano escogido paralelo á la dirección de la bajada, y que esta dirección sea ω' *a'*, *b a*, y que al mismo tiempo ésta sea una de las generatrices de arranque, todo quedará reducido para las proyecciones correspondientes del cilindro inclinado á proyectar todos los puntos de la Fig. auxiliar 102 en el plano de perfil *P' P*, del modo como indican las operaciones de su referencia, trazando en seguida, por los puntos así obtenidos, líneas paralelas á la dirección general de la inclinación de dicha bóveda cilíndrica.

124. Las proyecciones de las dos bóvedas quedarán así terminadas, indicando con el rayado de los muros los límites á que ellas dos alcanzan, pudiendo ya entrar en la combinación de las mismas, principiando con esto á encontrar las intersecciones del intradós cilíndrico con el esférico. Al efecto todo queda reducido á deducir los puntos de encuentro de cada una de las generatrices del cilindro con dicha bóveda

esférica, operación fácil de por sí, y que, verificándola para una de ellas, bastará para que veamos la marcha para todas las demás, puesto que serán construcciones repetidas; por ejemplo, escojamos la generatriz $d'\ d'''$—$d\ d^{VI}$, haciendo pasar un plano vertical por ella, éste cortará á la bóveda esférica, según la circunferencia $\delta'\ d'''$ de radio $\delta\ 1$; ahora esta circunferencia viene á ser cortada en el punto d''', d^{VI}, por la generatriz escogida, siendo ya este punto perteneciente á la línea de doble curvatura, que constituirá la intersección que se busca; de modo que así operando inferiremos ser en proyección vertical la curva del luneto $a'\ c^{IV}\ d'''\ e^{IV}\ d^{V}\ c^{V}\ a''$, mientras que en proyección horizontal vendrá dibujada en $a\ c^{IV}\ d^{VI}\ f^{VI}\ e^{VI}\ g^{VI}\ h^{VI}$. Es de advertir que el resto ó trozo de curva $a''\ A'$ será un arco circular proyectado horizontalmente según una muy pequeña recta, producida dicha línea por el corte que produce en la esfera el plano vertical que se levanta por la línea de arranque $M\ a'''$.

125. Análisis de juntas.—Si escogemos la junta que pasa por la generatriz $d'\ d^{IV}$ ésta empezará cortando á la esfera de intradós, según el arco circular $d^{IV}\ q'$ (circular en el espacio y elíptico en la proyección), pudiendo encontrar los puntos del mismo, tal como el q, q', empleando el mismo procedimiento anterior. Así, pues, escogeremos un punto tal como y' en la traza del plano de junta (Fig. 102); con la altura de dicho punto deduciremos en seguida las proyecciones de la recta auxiliar contenida en dicho plano $y\ q'$, $y'''\ q$, y haciendo pasar un plano auxiliar por ella, paralelo al vertical, éste cortará á la esfera según una circunferencia, la que á su vez quedará cortada por aquella recta auxiliar en el punto q, q' y éste será el que se busca. Idénticas operaciones nos darán puntos intermedios entre d^{IV} y q', teniendo en cuenta para su buen trazado que si se la prolongara suficientemente habría de pasar lo propio que todas sus congéneres por el punto ω_1 intersección del eje del cilindro con la esfera.

Mas á partir del punto q' la junta del cilindro cortará á la junta cónica de la esfera, según una curva hiperbólica $q'\ r$, $q\ r'$, cuyos puntos vendrán producidos por las intersecciones de esta superficie cónica, con cada una de las generatrices del plano $d''\ t'$ suficientemente prolongado hasta y', traza rebatida de la generatriz de partida $y\ q'$. Una serie de planos proyectantes verticales de estas generatrices, cortarán al

cono, según curvas hiperbólicas, tales como $\gamma\ \gamma'$ (Fig. 105) la cual quedará cortada por la generatriz de que se trata en el punto θ y éste será uno de tantos de la curva $r\ q'$ definitiva, cuya operación hemos indicado aparte en la Fig. 105 para no hacerla en las proyecciones en obsequio á la claridad de las mismas, por presentarse dicha clase de líneas con muy pequeñas curvaturas y acumulándose gran número de construcciones y puntos de intersección alrededor de la curva $r\ q'$, la cual obrando así hubiera resultado algo confusa.

El plano de junta corta, luego al plano de asiento de la esfera, según la recta $r\ s$, $r'\ s'$, y finalmente cierra la junta la generatriz de extradós $t\ s$, $t'''\ s'$, viniendo, pues, así la figura de esta plantilla determinada por el contorno de la proyección vertical $d'\ d^{IV}\ q'\ r\ s\ t$ y en cuanto á la proyección horizontal por $d\ d^{VI}\ q\ r'\ s'\ t'''$.

126. Si pasamos ahora á la segunda junta expresada por su traza $c''\ p''$ en el plano (Fig. 102) del rebatimiento, podremos observar al llevar á cabo, como en el caso anterior, la intersección de dicho plano con la superficie esférica de intradós, se nos va á presentar notable contrariedad que ha de impedir la prosecución del problema á no acudir á recursos que á subsanar tiendan el inconveniente. Este sería que en virtud de estar muy poco inclinado el plano de junta de que se trata (como lo son todos los que están próximos al arranque) la curva de intersección que produce, se presenta en $c^{IV}\ k$, tendiendo hacia la parte inferior, y con esto no logra alcanzar á la primera hilada horizontal que pasa por el punto B' en la bóveda esférica, imposibilitando la combinación de la primera hilada de la bajada con la primera hilada de la esfera, requisito indispensable que sabemos hay que cumplir en los lunetos. Esta es la razón por que se abandona esta junta, forzando á la nueva que se adopte sustituyendo aquélla y de modo que cumpla tamaña condición *sine qua non*. Al efecto, escójase un punto l, l' sobre el primer paralelo de la esfera, adoptando como plano de junta al determinado por dicho punto l', por el c^{IV} y por el centro O'; este plano cortará al cono de junta según la normal $m\ l$, $m'\ l'$, y, á la esfera según una pequeña circunferencia proyectada en la elipse $c^{IV}\ \tau\ l'$. Un punto intermedio τ de la misma se halla del siguiente modo: únase c^{IV} con l', es evidente ahora que si se escoge un punto φ en la recta obtenida en $c^{IV}\ l'$, y se une

luego con el centro O', la recta $\varphi\ O'$ resultante estará contenida en la faceta de junta que pasa por los puntos c^{IV}, m', l', y entonces sólo bastará encontrar el punto de intersección τ de la recta $\varphi\ O'$ con la esfera. Hágase pasar á este efecto el plano vertical que la proyecta horizontalmente en $O\ \varphi'$, haciéndolo girar luego alrededor del eje O hasta que venga á confundirse con el meridiano principal, entonces el punto φ, φ' vendrá á situarse en φ'', φ''', y con él la recta de que tratamos se colocará en $O'\ \varphi''$, la cual prolongada cortará en τ'' á la circunferencia meridiana principal; este será el punto que buscamos, pero situado en el rebatimiento, llevándolo luego á la posición que le corresponde en el espacio se situará definitivamente en τ, τ'. Tenemos, pues, con esto la faceta plana definida en $m'\ l'\ c^{IV}$, $m\ l\ c^{VI}$.

127. Mas precisa ahora estudiar del modo cómo se puede pasar de esta faceta á la junta inclinada del cañón, consiguiendo esto echando mano de la prolongación del plano de asiento de la esfera, pues éste, al cortar á todas las superficies que atraviesa, las irá limitando en la misma masa que va á constituir nuestra pieza.

Este plano horizontal está expresado en $m'\ n$, y como que corta en n á la generatriz inclinada del cañón, infiérase aquí que aparecerá otra faceta de junta de forma triangular $n\ c^{IV}\ m'$, $m\ c^{VI}\ n'$, haciendo ésta el paso de la primera faceta á la junta inclinada del cañón. Mas la arista de extradós $d'\ p$ del asiento inclinado corta al plano horizontal antes aludido en $p\ p'$, de lo cual se infiere que la recta $p\ n$, $p'\ n'$ es en donde concluye la junta inclinada al cortar al plano de asiento de la bóveda, mientras que la recta p, $p'\ p''$ será la intersección de los dos asientos.

Con estas operaciones tenemos por completo limitado el plano de asiento horizontal que corresponde á la esfera en la piedra que consideramos, cuyo límite en verdadera magnitud en el plano de proyección horizontal es el contorno $n'\ m\ \psi\ z\ \rho\ p''\ p'$ y que nos servirá más adelante como una de las plantillas más principales que nos facilitarán los límites de la mayor parte de las superficies. Para abreviar la denominaremos por la letra Ω.

128. En cuanto á las juntas discontinuas, las dispondremos por medio de planos meridianos, tales como $v\ u$, $x\ z$..... etc, en la bóveda esférica, mientras que en el cañón cilíndrico en bajada, si éste tiene bastante extensión, nos valdremos, como siempre, de planos tales como $\lambda\ U$ paralelos á la sección recta que trazamos $A_2\ B_2$. Mas como será preciso obtener esta última en su verdadera magnitud, la trasladaremos toda entera paralela á sí misma en $O'\ B_3$, aquí es donde la haremos girar alrededor del eje O' como charnela, con lo que, examinando las construcciones que con este motivo se han practicado, llegaremos á obtener todo este dato que necesitamos para el labrado, indicándolo así en la Fig. 104, en donde se designa por Θ la plantilla de junta discontinua que corresponde á la dovela escogida.

Con el auxilio de esta figura es que podríamos también deducir la verdadera magnitud de las plantillas de junta que corresponden al cilindro de la bajada. Así se encontrarían las plantillas, valiéndonos de abcisas y ordenadas, las primeras, ó sean los anchos, es bien sabido que las tendremos en la sección recta (Fig. 104), mientras que las segundas, ó sean las longitudes, están en verdadera magnitud en la figura de la proyección vertical, cuyas operaciones no especificamos más, por no pecar en repeticiones enojosas desarrolladas un sinnúmero de veces en el transcurso de esta obra.

129. Labra.—Escojamos la piedra de la primera hilada, cuya junta es la que presenta más complicación y variedad al formarse con el auxilio de varias facetas, según las condiciones que hemos establecido. Adóptese con este motivo en la Fig. 106 un prisma auxiliar $\varepsilon_1\ c_1\ l_1\ u_1\ u_2\ l_2\ c_2\ \varepsilon_2\ \varepsilon_3\ \psi_2$, tenga por base el contorno aparente de la piedra en el plano de proyección horizontal, y por altura la distancia entre los puntos más alto y bajo de la piedra, cual es la que media desde U á la línea de tierra. En el plano vertical $\psi_2\ u_2\ u_1$ que representa el plano meridiano correspondiente á la junta discontinua de la esfera, colóquese la plantilla $\triangle$ de la Fig. 101, viniendo así á situarse su parte vista en $\psi\ z\ u\ v$. Colóquese luego en el cilindro vertical $u_2\ u_1\ l_1\ l_2$ la curva $l\ u$, valiéndose de una cercha flexible que permanezca horizontal. Hágase luego lo mismo con la curva inclinada $c^{IV}\ l$, pero colocada en el otro cilindro $c_2\ c_1\ l_1\ l_2$. También en el cilindro convexo vertical $\psi_2\ \psi\ \rho\ \rho_2$ se colocará por medio de una cercha la curva horizontal $\psi\ \rho_2$. Ahora lábrese un plano horizontal que pase por la curva $\rho_2\ \psi$ y la recta $\psi\ z$, y en él coló·

quese la plantilla $\rho_2\ \psi\ z\ m\ n\ p\ p_1\ \rho_2$ que hemos denominado por Ω en la proyección horizontal.

Dispóngase en seguida en la parte inferior del prisma auxiliar la plantilla cuya parte vista es $\nu\ a\ v$ que corresponde al lecho inferior de la piedra, que descansa directamente sobre el muro cilíndrico y cuya configuración deduciremos del plano de proyección horizontal.

Por el punto ν levántese la vertical $\nu\ \mu$ igual á la altura del arranque de la parte anterior de la piedra, concibiendo luego una horizontal que pase por el punto μ y situada en el plano vertical $\varepsilon_3\ \varepsilon_2\ \varepsilon_1$ y esta horizontal y la señalada en $\pi_2\ X$ en la base superior del prisma auxiliar, serán dos rectas paralelas que determinarán el plano de testa ó de junta discontinua del cañón en bajada, y en él colocaremos inmediatamente la plantilla Θ. (Es de advertir que la horizontal $\pi_2\ X$ se obtendrá con el auxilio de las distancias $\varepsilon_2\ \pi_2$, $\varepsilon_3\ X$ obtenidas en la Fig. 101).

Cortado, pues, el plano que pasa por estas dos rectas paralelas, la plantilla que hemos indicado una vez que sea colocada aparecerá en la parte vista en $X\ U\ \lambda\ \mu$. Unase con esto λ con c^{IV}, la recta que así se obtenga será la generatriz de intradós del cilindro; únase después U con p y X con p_1, desbastando empero toda la piedra excedente para efectuar dichas uniones, así tendremos ultimado el plano de junta $\lambda\ U\ p\ n$; y el asiento inclinado $U\ X\ p_1\ p$. Unase m con l, y valiéndonos de las curvas directrices $m\ Z$, $l\ u$, lábrese la junta cónica de la esfera. Uniendo m con c^{VI} tendremos así limitadas las juntas planas en faceta $m\ c^{IV}\ l$, $m\ c^{IV}\ n$. Valiéndonos en seguida de cerchas meridianas y considerando como á directrices de la zona esférica que se considera las curvas $u\ l$, $l\ c^{IV}$, $v\ a$ se procederá á labrar el intradós de la superficie esférica, la cual quedará limitada en la arista $a\ c^{IV}$. Finalmente, valiéndonos de las curvas directrices $\lambda\ \mu$, $c^{IV}\ a$ y haciendo resbalar por ellas rectas paralelas á $\lambda\ c^{IV}$, se podrá ultimar la superficie cilíndrica del intradós de la bajada y con ella el plano vertical que le es tangente $\mu\ \nu\ a$. El resto del labrado es ahora sumamente fácil y se comprende perfectamente.

LUNETO

Cónico-Esférico (ojo de buey)

130. Se echa mano de este problema cuando se trata de iluminar un recinto circular cubierto por una bóveda esférica, pues todo se reduce á practicar una abertura luminar en dicha bóveda para que así ella pueda comunicar la luz que se crea suficiente. Es precisamente la superficie cónica de base circular la que se presta mejor en semejantes circunstancias toda vez que se puede escoger por base del cono una circunferencia que sea al mismo tiempo un círculo menor de la esfera y entonces las generatrices del cono, siendo conveniente para el mejor cruce de las líneas que se presenten normales á la superficie esférica que atraviesan, pasarán todas por el centro de dicha esfera, confundiéndose, por lo tanto éste, con el vértice del citado cono.

(Fig. 108.—Lám. 16.) Para facilitar al mismo tiempo que abreviar las operaciones, se escogerá el plano de proyección horizontal de modo que se confunda con el ecuador de la esfera, siendo ésta de radio $O\ A$, viniendo expresado el ecuador, por lo tanto, por la circunferencia $A\ M$, la cual representamos solamente en una cuarta parte por residir en el cuarto de círculo las construcciones hacederas. En cuanto al plano de proyección vertical, se elige que pase por el centro de la esfera y por el eje del cono $O\ \omega$ y así la circunferencia base del cono vendrá de tal manera situada que su plano será perpendicular al de proyección vertical, teniendo su representación su base entera en la recta $D\ E$, que vendrá á ser como una cuerda del meridiano de la esfera señalado en el cuarto de circunferencia $A\ D\ E\ C$. Se supone que el extradós de la bóveda esférica es otra esfera concéntrica con la de intradós, siendo su ecuador $B\ N$ y su meridiano $B\ G\ F\ C$; así en estas condiciones el cono del luneto cortará igualmente á la esfera exterior según un círculo mínimo $G\ F$, paralelo al primero de intradós, y, por lo tanto, proyectado también en el plano vertical según la citada recta $G\ F$, cuyos

puntos G, F se encontrarán directamente haciendo pasar por los puntos D, E las generatrices correspondientes, cuales prolongadas cortarán al meridiano principal exterior en los citados puntos G, F, cuales podrán unirse desde luego.

131. El despiezo en la bóveda cónica ya se impone por sí mismo, toda vez que los planos de junta han de pasar por el eje de la superficie cónica, según tuvimos ocasión de estudiar al tratar en la primera parte de esta clase de bóvedas, y esto precisamente, hace que no encontrándose en disposición conveniente el plano de la base del cono, para que sea fácil de dividir la línea de base en partes iguales, esto hace que hagamos girar esta GF, de manera que venga á ser paralela al plano horizontal, trasladándola en HH' al girar alrededor de la charnela H perpendicular al plano vertical. En este movimiento, el centro ω pasa en ω', el punto F en F'', de modo, que trazando con el radio $\omega' F''$ la circunferencia F'' $7'$ $6'$..... G'' ésta será la representación genuina de la base á que nos referimos. En cuanto á la otra base DE todo se reduce á proyectarla sobre el mismo plano de la GF y una vez allí proyectada, hacerla girar con ella, hasta venirla á encontrar rebatida en E''-7-6..... D''. Téngase presente que en todas estas operaciones, se considera solamente la mitad del luneto, pues que cortado éste simétricamente por el plano de proyección vertical, todas las operaciones y líneas que resulten, serán en un todo iguales y simétricas con las correspondientes á la otra mitad, que aquí en nuestro caso caería comprendido detrás del plano vertical de proyección.

Ya en semejante estado, será fácil dividir una de las bases, la mayor, por ejemplo, en un número de partes iguales, $7'$-$6'$, $6'5'$, $5'$-d^{v}, $d^{iv}\,e^{iv}$, e^{iv}-$1'$, trazando en seguida los radios correspondientes por cada uno de estos puntos; es evidente así que todas las rectas que así resulten, serán la representación de los planos de junta, á la vez que trazas de los mismos sobre el plano de la base del cono, ya que el eje de éste se proyecta en dicho plano, en el solo punto ω'. Procédase luego á colocar dichas bases á la posición que les corresponda en el espacio, así el punto $7'$ vendrá en $7''$, el punto $6'$ en $6''$, $5'$ en $5''$, etc., y uniendo estos últimos con el centro de la esfera, ó vértice del cono, nos darán las generatrices del mismo, las que cortando en $7'''$, $6'''$, $5'''$... etc., á la base menor DE, quedarán allí limitadas, limitando de igual modo en su conjunto el tronco de cono, objeto del luneto de que se trata.

132. Procédase ahora al análisis de los planos de junta y á su debido enlace con las hiladas correspondientes de la esfera, no sin que antes se refiera á la proyección horizontal todo lo que ataña á las construcciones hechas con respecto al cono del luneto. Es evidente que las bases circulares DE, GF se proyectarán, según elipses, encontrándolas fácilmente relacionando en el plano horizontal los movimientos de giro, por los cuales el plano HH' ha venido á colocarse en HF; así los puntos 1 y 7 han descrito arcos verticales proyectados horizontalmente en una recta paralela á la línea de tierra y al colocarse definitivamente en $1'''$ y $7'''$, ahora éstos permitirán trazar las debidas proyectantes verticales y el cruce de éstas con la horizontal antes mencionada, nos darán definitivamente los puntos 1_1 7_1. Esta operación repetida en los demás puntos e, d, d_1, así como proyectando directamente los D y E en la línea de tierra en p y m nos proporcionarán la curva $p\ 1_1\ e\ d\ d_1\ 7_1\ m$ y ésta será la proyección horizontal de la arista de intradós del luneto esférico. Igual procedimiento seguido para la parte exterior, se obtendrá la curva elíptica $q\ e_2\ d_2\ 7_2\ n$. Únanse ahora los puntos correspondientes 1_2 con 1_1, e_2 con e, d_2 con d.... etc., y las rectas así resultantes, siendo generatrices de la superficie cónica, tendrán de concurrir como á comprobación hacia el centro de la bóveda esférica, en donde sitúa el vértice de dicho cono.

Fijémonos ahora en el plano de junta que pasa por la generatriz $d'\ d^{v}$; es evidente que este plano prolongado nos cortará á la superficie esférica, según una curva $d'\ c'$ circular en el espacio, curva que prolongaremos hasta que vaya á cortar á la línea de hilada que corresponde al mismo orden en la esfera, cual hilada es la $\gamma\,\gamma'$; y para encontrar puntos de dicha línea $d'\ c'$ podremos imaginar una serie de planos secantes en la esfera, tal como el ZZ', por ejemplo, viniendo luego á buscar la intersección de esta línea circular con el plano de junta á que nos referimos. Para ello tengamos en cuenta que dicho plano se proyecta, según su traza en la Fig. 109 del rebatimiento, y que en esta misma figura se proyectará, según una circunferencia, la sección á que hemos aludido: mas como quiera que esta sección ZZ' se ha escogido fuese precisamente igual á la GF y ésta viene á reba-

tirse, confundiéndose, por lo tanto, con la primera en F'' $7'$-$6'$-$5'$, d^{IV} e^{IV} $1'$ G', y el plano de junta está representado en ω' C_3, la intersección de estas dos líneas, circular la una y recta la otra, se cortarán en d^{IV}, y entonces éste, retornándolo á su verdadera posición en el espacio, vendrá primero sobre G F y de allí se proyectará ortogonalmente sobre Z Z' dándonos en definitiva el punto δ y de él deducir en seguida la proyección horizontal δ', así se hará con los demás puntos, hasta obtener la curva definitiva, d' c', d c. La curva e' f', e f del propio modo se determinará, así como todas las demás análogas á ellas y que muestra la figura, teniendo todas que pasar como comprobación por el punto θ, intersección del eje del cono, con la esfera.

133. Conviene ahora proceder al trazado de juntas discontinuas de la superficie esférica, tal como la a' b', a b, pues así tendremos limitadas las piedras en la parte que concierne al intradós, pudiendo continuar el análisis del resto de la piedra. La que consideramos es, pues, la que queda circunscrita en d' c' b' a' f' e'. Mas volviendo á nuestro plano de junta que pasa por d^{V} d, éste cortará al cono de junta, según la generatriz c' c''' obtenida uniendo c' con el centro O, limitándola en c''', que es en donde corta á la esfera exterior, este punto se encuentra fácilmente, pues no hay más que referir c' en γ sobre el meridiano principal, trazar la normal γ π hasta cortar el meridiano principal de la esfera mayor, π es el punto de intersección pedido, el que, retornándolo á su posición primitiva, vendrá á darnos el c''', c''. Y repitiendo esta operación para puntos intermedios es cuando llegaremos á obtener la curva d^{V} c''', d_2 c'' para la intersección del plano de junta considerado para con respecto la esfera exterior. El plano de juntas f' e' e^{V} f''' se ha limitado del propio modo.

En cuanto al plano meridiano a b, a' b', éste, suficientemente prolongado, nos cortará al extradós según la curva a''' b''', a'' b'', encontrada refiriendo todos los puntos de la línea de intradós al meridiano principal, y allí encontrando las intersecciones de sus normales con el extradós, retornando todos los puntos encontrados hacia la verdadera posición que ocupen en el espacio, así es como toda esta junta vertical meridiana vendrá proyectada en su justo límite en b a'', en el plano horizontal y según el cuadrilátero mixtilíneo a' b', a''' b'''

en el plano vertical. Falta solamente para que quede limitada por completo la piedra, tener en cuenta las juntas cónicas de los lechos respectivos de la superficie esférica, cuales lechos son el uno c' b' b''' c''' y el otro f' a' a''' f''', proyectados respectivamente en el plano horizontal en c b b'' c'', f a a'' f'', y ambas á dos quedarán determinadas, tal como vimos al tratar de la bóveda simplemente esférica.

Con esto queda completamente determinada la piedra que hemos escogido, quedando comprendida por las siguientes superficies: 1.° dos esféricas, esto es, intradós y extradós; 2.° tres cónicas, cuyas son una el intradós del luneto y dos las juntas continuas de la esfera, y 3.° tres planas, dos de ellas, las juntas del cono del luneto y la restante la discontinua, situada en un plano meridiano de la esfera, total ocho superficies, que forman la envoltura de la piedra, la cual afectará la forma piramidal en virtud de la concurrencia del centro O de seis de las citadas superficies.

134. Para el labrado de la piedra, echaremos mano de dos plantillas auxiliares; veamos cuáles serán éstas. Por el punto más saliente de la piedra, conduzcamos un plano I J paralelo al G F que contiene la base mayor del cono, concibiendo luego prolongadas las últimas seis superficies que hemos indicado concurren en el punto O, hasta que vengan á ser cortadas por estos dos planos; las secciones que así produzcamos, serán precisamente las que constituirán las bases fundamentales del labrado. Así, por ejemplo, el plano e^{V} e' f' f''' corta al I J en la recta f_1 e_1, f_4 e_4, el d^{V} c''' c' d' cortará al mismo plano I J según la recta c_1 d_1, c_4 d_4, el cono e^{V} e' d' d^{V} cortará al plano I J según la curva circular proyectada en e_1 d_1, e_4 d_4 y así las demás superficies nos irán dando sus respectivas intersecciones, hasta obtener en su conjunto el contorno en el plano horizontal a b_4 c_4 d_4 e_4 f_4, así como también la b_2 c_2 d_2 e_2 f_2 a_2. Falta ahora venir á buscar la verdadera magnitud de estas dos figuras; mas con el fin de lograr más brevedad y unificación en el resultado, proyectaremos ortogonalmente sobre el plano G F el contorno ó figura obtenida en el plano I J, y una vez hecho este previo requisito, volveremos á girar el plano G F alrededor del eje H, hasta colocarlo en H H' paralelo al plano horizontal. Síganse, pues, con cuidado las construcciones que muestra la Fig. 109, en donde tiene lugar este simple giro, y se encontra-

rán las plantillas á que al principio hemos aludido, y éstas las señalaremos con △′ y △ la segunda, y con esto pasemos á la Fig. 110, que indica el labrado de la pieza escogida. Tómese un bloque informe de las dimensiones aproximadas y con creces de nuestra piedra; éstas son la separación de los planos $G F$, $D E$ (proyección vertical) y las separaciones más distantes que existan en las plantillas △ y △′ tal como vienen colocadas en la figura del rebatimiento. En este bloque lábrese cuidadosamente un plano indefinido, tal como el $e_1 e' f' f''$, y en él trácese una línea tal como $x x'$ (ésta representará la separación de los planos auxiliares, y por lo tanto, se ha de tomar igual á la medida que representa). En seguida, por medio de escuadras, lábrense dos planos perpendiculares al labrado y al mismo tiempo paralelos, el uno á partir del punto x y el otro á partir del x' y labrados que sean, colóquese en el primero la plantilla △′ y en el segundo la plantilla △, pero de tal suerte que los ángulos e' y e_1 coincidan precisamente con los puntos extremos de la recta $e_1 e'$, que también se habrá colocado con antelación en el primer plano labrado, recta que no es más que la correspondiente generatriz del cono, empero prolongada hasta que llegue á cortar á los dos planos de base auxiliares. (Esta recta se ha de encontrar en verdadera magnitud, valiéndonos de las proyecciones horizontal y vertical.) Efectuada esta previa operación, únanse en seguida desvastando convenientemente la piedra, los vértices de la plantilla △ con los correspondientes de la plantilla △′, trabajando á la vez en el desvaste las superficies planas las unas y cónicas las otras, hasta llegar á la obtención de la piedra que afecta la forma piramidal, representada en $f' a b' c' d' e' e_1 f'' a'' b'' c'' d_1$. (Excusado es decir que para el labrado de las superficies de que acabamos de hacer mención, se tienen dos á dos para cada una de ellas, líneas directrices en las plantilas △ △′)

En este estado es cuando podremos limitar verdaderamente la piedra, y esto lo haremos del siguiente modo. Desarróllense las superficies cónicas, tanto la del intradós del luneto, como las que corresponden á las juntas continuas de la esfera, inmediatas á las dovelas del luneto.

Empiécese echando mano de la parte que concierne á nuestra piedra, del desarrollo del intradós del cono, y encogiéndolo se colocará en la concavidad marcada en $e_1 e' d' d_1$, haciendo de modo que la coincidencia de sus líneas se haga sobre las aristas $e_1 e'$, $d' d_1$, mientras que la curva de mayor

base, coincida con la ya trazada en $e_1 d_1$, y así el cono de intradós quedará limitado en $e_1 e d d_1$.

En el plano $e e_1 f''$, colóquese la plantilla $e_1 f_1 f e$, plano meridiano de la junta continua inferior del cono, haciendo la coincidencia de la misma, valiéndonos de la $e e_1$ fijada anteriormente. Hágase lo mismo con la junta superior, partiendo de la generatriz $d d_1$, así vendrá colocada en $d_1 c_1 c d$.

Échese mano luego de los desarrollos de las juntas continuas cónicas, que pertenecen á la esfera, colocándose una de ellas en $c_1 c b b_1$, partiendo en la coincidencia de la arista ya obtenida anteriormente en $c c_1$ y la otra vendrá expresada en $f_1 f a b_1$, orillándola ésta en su debida posición, partiendo de la arista $a b_1$, la cual habrá quedado de antemano fijada al colocar en el plano $b'' a'' a b'$, la plantilla $b'_1 b a b_1$, que es representación del plano de la junta discontinua que pertenece á la bóveda esférica.

Con estas operaciones quedan completamente limitadas en su contorno las superficies que envuelven lateral, inferior y superiormente la piedra, pasando inmediatamente á limitarla en su intradós y extradós esféricos, cuya operación se presenta expedita si se atiende que con la colocación de todos los elementos que hemos indicado, se han ido trazando las líneas de testa que encierran estas partes de esfera en $f e d c b a$ en el intradós y $f_1 e_1 d_1 c_1 b'_1 b_1$ en el extradós; si, pues, en cada uno de estos contornos nos valemos de una serie de cerchas meridianas que se apoyen sobre puntos de marca convenientemente fijados en las líneas de estos contornos, consideradas como directrices, vendremos finalmente en la obtención de los verdaderos intradós y extradós esféricos.

COLOCACIÓN Y RETOQUE
en las
Bóvedas Compuestas

135. Breves serán las consideraciones que hagamos con respecto á la colocación de las piedras en las bóvedas com-

puestas, toda vez que éstas, formadas por las simples de que hemos tratado en su lugar correspondiente, detallando en las mismas la colocación que á cada una atañe, tendríamos que repetir aquí aisladamente para cada una de las bóvedas de que se trate lo que allí dijimos al reseñar semejante operación; por lo tanto, lo único que concierne en este caso es la debida colocación de las piezas que enlazan las dos bóvedas que se combinan, operación que ha de estar, según esto, basada en el procedimiento exacto que hay que cumplir para que la arista de intersección de los intradós, ya sea simple arista ó ya arista de luneto, venga á tener la verdadera posición que le corresponde en el espacio. De todos modos siempre es conveniente la construcción de una cimbra especial que afecte la forma del aristón, colocándola en el mismo lugar en donde aparezca la intersección de los intradós, fijándola de tal modo que sus arranques coincidan lo mejor posible con los de la bóveda, afectando á la vez, siquiera sea lo más aproximadamente posible, la parte superior de esta cimbra las dos superficies de intradós que se combinan á cuyo efecto se compondrá de dos ramales el uno para una superficie y el otro para la otra. Váyanse colocando luego sobre la misma las dos primeras piezas de arranque, luego las dos subsiguientes, en pos de estas las dos de la hilada que inmediatamente siga y así sucesivamente hasta llegar á obtener el hueco superior destinado á la clave que cierra el aristón, y entonces todo queda reducido á tomar nota exacta de todas las dimensiones de este hueco para deducir de las mismas las que habrá de afectar la dovela definitiva que constituirá dicha clave.

En cuanto al retoque y rectificación, también nos concretaremos no más á la línea de arista, refiriéndonos para estas operaciones del resto de las bóvedas á las que en su lugar expusimos en la primera parte al tratar de cada una de ellas en particular.

Cualquiera que sea la arista de intersección, habráse de dibujar al tamaño natural su proyección horizontal en el plano horizontal de la localidad en donde se levantan las dos bóvedas, cuyo plano se comprende que el operador no ha de perdonar medio ninguno para asegurarse de su perfecta horizontalidad. En lugar de este plano, también podría escogerse, si el caso lo permite, el plano horizontal de arranque.

Cumplido ya este requisito, todo se reduce á escoger puntos sobre esta línea, referida al plano horizontal, levantar en

ellos verticales ó plomadas hasta que vayan á parar en los puntos de la línea de arista, midiendo en seguida estas verticales hasta cerciorarse de que estas distancias en altura son iguales á las ordenadas de la misma clase que se habrán trazado y medido escrupulosamente en el dibujo de estudio ó montea. Se comprende, pues, que de no cumplirse estos requisitos vendrá luego la operación del retoque combinado con el que corresponde á las dos superficies que se combinan.





CAPÍTULO QUINTO

BÓVEDAS GÓTICAS

INTRODUCCIÓN É IDEAS GENERALES

136. Período por demás notable en los anales de la construcción, fué aquél en que se desarrolló el ingenio, ciencia y pericia de los artistas constructores, levantando una nueva clase de bóvedas, allá por los siglos XII, XIII, XIV y XV, obedeciendo á principios y estructuras completamente distintas de las que hasta aquella época se conocían; fué un verdadero acontecimiento en el arte de la construcción y que no produjo de momento la resonancia que debía, precisamente por haber precedido en su desarrollo el criterio práctico y racional que lleva naturalmente consigo, cuando una etapa en los adelantos, sea una consecuencia lógica de la anterior, introduciendo paulatinamente reformas y mejoras cuando lo exigen los nuevos principios que se van sucediendo á medida que el tiempo alecciona á los constructores que sucesivamente aparecen en los distintos períodos parciales de la Edad Media.

137. Precisa pasar en revista, aunque sea muy brevemente las diversas fases con que ha pasado la simple bóveda por arista para hacerse cargo de cómo se originó en su tiem-

po la que el uso y la costumbre ha sancionado y convenido en llamar gótica, tan distinta, empero, de su modo de ser y estructura de la primera.

Aparece la bóveda por arista en la época romana, empleándola para cubrir plantas cuadradas. Dos son las superficies que la informan; esto es, dos cilindros iguales, cortándose en ángulo recto, de iguales bases semicirculares, igual arranque, igual peralte.

Los constructores, al echar mano de ella, tenían completo conocimiento de que así alcanzaban la ventaja de transmitir directamente las presiones y empujes hacia los solos cuatro puntos de apoyo que sustentaban los salmeres en los ángulos ó vértices del cuadrado. Dando, pues, á los cuatro pilares *A*, *A*..... etc., (Fig. α) el grueso suficiente, podían aligerarse, como así lo hacían, los gruesos de los muros corridos laterales *B*, *B*..... etc., los cuales con anterioridad construían en grandes masas para que resistir pudieran el empuje del cañón seguido destinado á cubrir el espacio ocupado por la galería correspondiente.

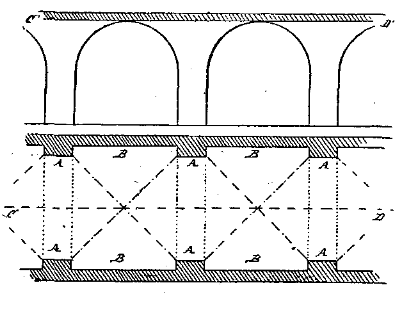


Fig. α

Fijémonos bien ahora como en virtud de los datos que se han supuesto á esta bóveda por arista, la sección en ella por el plano central, vertical y que corre en la longitud *C D* nos cortará á la parte culminante de nuestra bóveda, según la horizontal *C' D'*.

Fué, pues, debida la adopción de la misma, después que los constructores romanos observaron hasta el convencimiento que el cañón seguido ejercía un continuo y nocivo empuje hacia las partes más altas de los muros longitudinales de sostenimiento, obligándoles á recurrir á gruesos excesivos y aún á ingeniosos procedimientos que tender pudieran á contrarrestar semejante contratiempo, ó cuando menos á disminuir las fatales consecuencias que aparecer pudieran en virtud de movimientos extraños é imprevistos ó de no haber

dotado á los muros del espesor considerable, pero que á la fin y á la postre, requerían las dimensiones de la bóveda de cañón.

Sin embargo, atención hecha á los grandes recursos con que podían contar los romanos, les era dable atreverse, y se atrevían, con tamañas construcciones; á su alcance estaban inmejorables materiales, la mano de obra no pesaba en la balanza de los presupuestos, y finalmente, nunca se trataba de averiguar á lo que ascendería el coste al final de la partida, hecho mérito del apojeo y bienandanza de los medios pecuniarios.

Con esto resultaba siempre que sus construcciones se distinguieran en general, por sus grandes é imponentes masas, concretas á una estructura homogénea y de tal uniformidad constituídas, que bien podían considerarse, después de fraguado el material de enlace, como formando cada una de ellas, una sola masa, un solo volumen, un solo bloque, persistiendo en su naturaleza tal que se hacía difícil y refractaria á toda solución de continuidad, hecho reparo á la cohesión de todas sus partes debidamente trabajadas y bondad de los materiales; construcciones, por otra parte, que de no reunir semejantes requisitos hubiera sido fatal para ellas, la aparición de un movimiento de asiento que conducir pudiera á grietas ó dislocación de su conjunto, por el mero hecho de ser masas pasivas, formando un solo cuerpo refractario á deformarse.

138. Iguales inconvenientes notaron los constructores de la época románica; mas como éstos no contaban de mucho con los auxilios y grandes recursos de sus antecesores, de aquí, que en la factura de sus obras faltara esa uniformidad, careciera de aquella cohesión que reunían aquéllas, y que ha de existir en el enlace y combinación de los materiales que integran el conjunto, viniendo precisados á dar con los medios más convenientes, dentro de la hipotética y perenne estabilidad, que creían alcanzar y que el tiempo, este juez implacable, á la vez que justiciero y veraz, se encargaba de fallar no muy satisfactoriamente la causa incohada sobre las óptimas ó pésimas condiciones de tamaños sistemas constructivos.

Esto originó que, después de haber empleado por mucho tiempo el cañón seguido y á menudo reforzándolo con arcos

torales para cubrir galerías corridas, en especial de las naves centrales de las iglesias, así como los ámbitos claustrales, y obligándoles cada vez más á medida que se trataba de nuevas construcciones, á aumentar notablemente los gruesos de los muros de apoyo, en detrimento de la economía y del mayor espacio que se necesitaba, entrevieran la tabla de salvación, acudiendo á la bóveda de arista romana, para aligerar así las masas, ganar espacio y obtener pingüe economía, alcanzando á la vez formas más esbeltas y dirigiendo la transmisión de los esfuerzos hacia los cuatro puntos de apoyo, colocados en los vértices de la planta, ó de los distintos compartimentos si con aquéllos estaba subdividida.

139. Sin embargo, fuera porque ignoraran tal vez el conocimiento del trazado de las curvas elípticas, producidas por la intersección de los cilindros de las bóvedas de arista, fuera quizá porque en su interno sentían la necesidad de mejorar en su solidez aquella construcción, lo cierto es, que adoptaron en principio dicha bóveda de arista, pero modificada á tal extremo de aparecer, bien pudiéramos decir metamorfoseada, siendo otra muy distinta de la primera.

Las circunferencias (Fig. β) *a b*, *b d*, *d c*, *c a*, de los cuatro arcos del cuadrado se conservaron, mientras que, en los planos diagonales *a d*, *b c*, trazáronse en cada uno de ellos una semicircunferencia, teniendo por diámetros las referidas diagonales. Así, estas aristas quedaban trazadas inmediatamente y de un modo más fácil que las elipses á que nos hemos referido, pudiendo cortar desde luego con su auxilio unas cerchas ó cuchillos que, unidos con las de las curvas *a b*, *b d*, *c d*, *a c*, venían á constituir las piezas de apoyo del cimbraje de la bóveda.

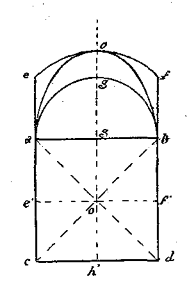


Fig. β.

Mas con esta disposición resulta que el punto ó cruce de los arcos diagonales, se encuentra más alto que los culminantes *e*, *f*, *g*, *h*, que corresponden á los semicírculos laterales del cuadrado, haciendo con esto surgir la imposibilidad de que sean cilíndricas las superficies de intradós de la bóveda, viniendo éstas sustituídas por otras especiales, obligadas á pasar por las curvas circulares diagonales, á la par de las que se levantan sobre los lados del cua-

drado. Estas nuevas superficies se imponen, pues, por sí mismas y su determinación es fácil. Los puntos *e*, *o*, *f*, son ahora los de partida de las operaciones, hágase pasar por ellos el arco circular *e o f*, impulsándole un movimiento tal que, conservándose paralelo á su plano, vaya resbalando sobre los arcos diagonales *a o*, *c o* y por el lateral *a c*, viniendo así á formar una superficie envolvente que cubrirá el lienzo triangular *a c o*, considerando cubiertos de una manera análoga los tres restantes compartimentos triangulares, resultando así el intradós de la bóveda, formando la apariencia de un esferoide en lugar de los cilindros del primer caso, apareciendo con esto por primera vez la bóveda con empino.

140. Una ventaja llevaba además consigo esta manera de obrar, admitido ya el pie forzado de ser semicirculares los arcos diagonales y los del lado del cuadrado, y es, que podía aplicarse á una planta rectangular, disposición tan necesaria para los varios compartimentos con que así se solían subdividir las naves centrales de las iglesias.

Sea el rectángulo (Fig. γ), *a b c d* la planta de un compartimento; descríbanse sobre *d c*, *b a*, *b d*, respectivamente como diámetros tres circunferencias que servirán para la construcción de otros tantos arcos el *d c* — *a' n' b'* será el arco toral que sustituye al de refuerzo que más antes se empleaba en los distintos trechos del cañón seguido, el *a d* proyectado en el plano de perfil *a' m* será el formero que inicia la forma de la nueva bóveda, el *b d* — *a' o b'* será el diagonal *o* de arista, más tarde llamado ojivo; esto es, el esencialmente fundamental que enlaza los compartimentos triangulares que van á constituir el intradós de la bóveda.

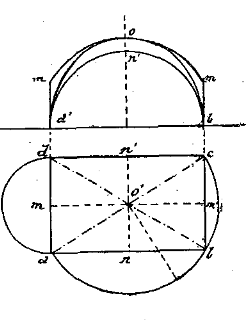


Fig. γ

El punto *o*, ahora está más alto de nivel que el culminante *n'* del toral, y éste á su vez está á mayor altura que el culminante *m'* del primero, resultando con esto acentuarse más la forma del empino para con respecto á los puntos *m*, *o*, y de tal suerte se presentan estas bóvedas transformadas comparándolas á las de la simple arista romana, que si nos hace-

mos cargo de una serie de compartimentos, unos en pos de otros, formando nave y suponemos un corte longitudinal en las condiciones que indica la Fig. δ, podremos observar que haciendo el paralelo de las dos bóvedas, las diferencias aparecerán de una manera más saliente y radical, pues al paso que la primera termina por una línea de nivel (la bóveda de simple arista) por su parte superior, en la segunda constituye el corte en dicha parte culminante una serie de líneas *A B C D E*, formando ondulaciones; además la bóveda romana, las aristas parten forzosamente de las verticales que se proyectan en el plano horizontal en *a*, *b*, *c*, *d*, pues que por dichos extremos pasan las generatrices de arranque de los cilindros; pero aquí en la Fig. δ son distintas las superficies de intradós que corresponden á los arcos *a b*, *c d* y á la bóveda en los espacios triangulares, tales como por ejemplo el *a b o*, deslindándose con más claridad las funciones de una y otra parte ó detalle, lo cual precisa y obliga ya que las aristas diagonales, resultado de la intersección de las superficies de intradós, partan de los extremos ó rincones *m*, *p* de los arranques del intradós.

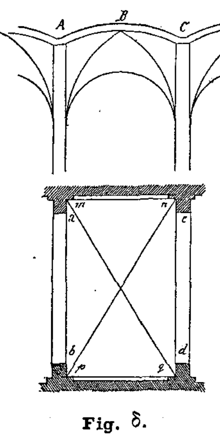


Fig. δ.

Se había, pues, emprendido un nuevo sistema de construcción que había de dar con evidencia los frutos deseados, que en sus ideales perseguían los constructores románicos, cuales eran: primero, reducir los gruesos de los muros no teniendo así necesidad de tanto cubo de material, y mano de obra; segundo, ganar espacio dentro del que naturalmente podían disponer, sacando de él todo el partido posible; tercero, disminuir empujes peraltando las distintas partes de la bóveda.

A pesar de todas estas ventajas, aun quedaba algo que resolver para el completo logro del problema y afianzamiento de las propiedades que se habían alcanzado y no quedasen malogradas al llevar á cabo la construcción con el nuevo rumbo que emprendían. La estructura de ésta, continuaba aún siendo homogénea sin reunir en su factura la superioridad á que llegaron las obras de romanos, las que reunían una co-

hesión á toda prueba; mas no siendo como éstas, claro está que la misma pasividad y rigidez de sus masas no se avenía con el movimiento que producir debía cualquier asiento de la otra.

La práctica y la experiencia les llevó, por fin, á que aguzaran su ingenio, trocando esta pasividad y rigidez por la ligereza y elasticidad de la estructura, construyendo con nervios independientes de la bóveda general los arcos diagonales, torales y formeros construídos de cantería, esto es, con piedras doveladas, dando lugar con esto al juego franco de juntas mañana que sobrevenir pudiera algún extraño movimiento, constituyendo así esta serie de nervios como una osatura ó esqueleto de la bóveda, sobre cuyas costillas cargue ahora la masa continua que tiene la misión de simple cubierta, constituyendo la masa pasiva diferente de la que compone la construcción de los nervios susceptibles de la elasticidad necesaria para poder trabajar holgadamente, cumpliendo el oficio de un verdadero cimbraje visible y permanente, sorteando la bóveda propiamente dicha (Figura θ.)

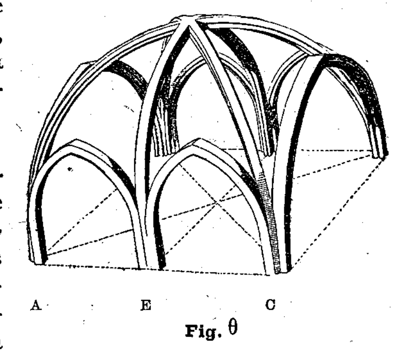


Fig. θ

141. Arco apuntado.—Mas á pesar de tan notables y sorprendentes modificaciones en esta clase de bóvedas, el tiempo, la práctica y la experiencia dieron de consuno otro aviso á los constructores, indicándoles que aun no había llegado la hora de cantar victoria, faltando para ello andar otra etapa del camino que se habían propuesto, para alcanzar la meta de sus ilusiones, pero que habían de convertirse en realidades.

La mayor parte de construcciones que se habían erigido, demostraron después de algunos años de existencia, cuales más, cuales menos, ciertas deficiencias, que se trataron al principio de subsanar, echando mano de simples paliativos, si no inútiles é impotentes, todo lo más para retardar los resultados que se trataban de evitar.

Las naves central y laterales de las iglesias se alteraban en su construcción, los pilares tendían á separarse, las bóvedas se agrietaban en virtud de la deformación de los arcos diagonales, torales y formeros, concluyendo de las repetidas observaciones para inferir que aparte del mayor ó menor grueso de los pilares todo partía del pertinaz empuje que ofrece el arco de medio punto, examinando al efecto en las distintas ocasiones que la práctica de los hechos deparaba, el modo como tenía lugar dicha deformación, para que ella aconsejase dentro de su misma defectuosidad, el criterio que había de seguirse para evitar de una vez tamañas contingencias.

142. La observación ha demostrado que siempre y cuando un arco de medio punto no esté perfectamente contrarrestado y tenga lugar algún tanto la separación de los pies derechos, entonces dicho arco se deformará según muestra la Fig. ε, indicando con ello los puntos vulnerables cuales están situados en la clave y los riñones aumentando dicha deformación y el empuje en razón directa de la acción.

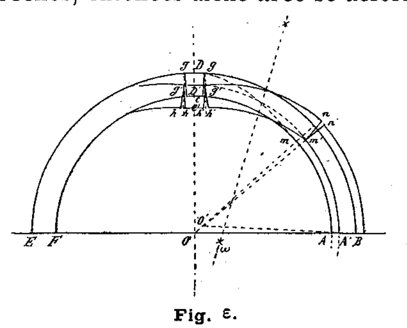


Fig. ε.

Sea con esto el arco toral cuyo intradós es *A C F* y su extradós *B D E*, el movimiento se efectúa separándose el punto *A* de arranque, del centro *O* y colocándose, por ejemplo, próximo á su primera posición, en *A'*. Segundo, el arco *A m*, que próximamente es de una longitud de la cuarta parte del semi-círculo, se traslada en *A' m'*, abriéndose su grueso en la junta de rotura que sitúa en los riñones de la bóveda, y la abrirse lo hace hacia la parte superior, quedando apoyada simplemente una con otra las dos partes quebrantadas á lo largo de la arista proyectada en *m'*, siendo así *m' n* las partes separadas, tercero. La clave tiende á salirse fuera de su aloje, bajando la línea *g D g* en *g' D' g'*, y el punto *C* pasa en *C'*, abriéndose aquí sus dos juntas laterales hacia la parte inferior, apoyándose ó por mejor decir resbalando la clave sobre

las juntas de las contraclaves por medio de las aristas superiores $g\ g$ que pasan á $g'\ g'$, de modo que la diagonal curvilínea $m\ g$ que pasa por las dos únicas aristas del apoyo durante el movimiento, pasa á tomar distintas posiciones, tales como la $m'\ g'$; y siempre en ellas dicha diagonal será la dirección de la recta que une los dos puntos ó aristas que son el único elemento de resistencia en virtud de constituir los apoyos naturales después de la rotura, viniendo en definitiva á deducirse que es inútil el triángulo curvilíneo $m'\ g'\ n$. Se comprende, pues, que cuanto más sea el peralte de esta diagonal curvilínea, ó forme con la línea de arranque un ángulo que se aproxime al recto, tanto más se disminuirá el empuje, aproximándose éste con ventaja á transmitir presiones verticales sobre los apoyos, disminuyendo cada vez más los efectos perniciosos del movimiento.

Apoyándose en este criterio, claro está que se conseguirá el objeto apetecido, sustituyendo (Fig. ζ) el cuarto de círculo $A\ B$ por el arco circular $A\ F$ de centro O', cuyo extradós concéntrico sería $E\ H$, colocando luego en $H\ F$ entre los dos medios arcos de derecha á izquierda una junta en lugar de una clave y dividiendo el arco que así resulta en dovelas cuyas juntas tiendan todas al centro O'; así tendremos un arco apuntado que aminorará notablemente las consecuencias del empuje y al mismo tiempo la junta vertical $H\ F$ evitará los efectos del equilibrio en la Fig. ζ, teniendo con esta disposición más tendencia las juntas culminantes de los dos medios arcos á comprimirse.

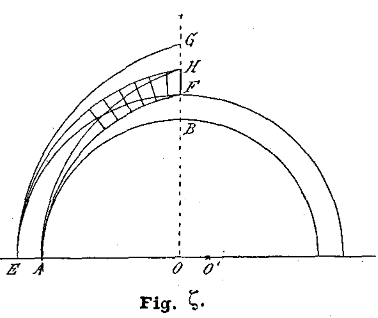


Fig. ζ.

Si aun se quiere disminuir más los efectos de dicho empuje, puede adaptarse otro arco apuntado de más peralte que el anterior, razonando como hemos hecho últimamente; con este motivo puede sustituirse el arco $A\ F$ por el $A\ H$, curva diagonal del cuadrilátero curvilíneo $E\ A\ H\ F$, resultando con esto el grueso del nuevo arco representado en $E\ A\ H\ G$.

Se desprende, según esto, que el arco apuntado se puso en

práctica para obedecer á una rigurosa necesidad de la construcción, y á tal extremo fué llevado el uso de esta forma por los arquitectos de la Edad Media, que la aprovecharon también para asientos y detalles decorativos, llegando casi á desterrar por completo el arco de medio punto, empleando exclusivamente aquel, al cual anteriormente no se recurría sino en casos de imperiosa necesidad.

Adviértase que el uso y costumbre ha sancionado este arco con el nombre de ojival, y ojival también se llamó el estilo que informa los distintos métodos de construcción que se emplearon en la Edad Media, y en los cuales aparece la forma de este arco con profusión, ya sea con motivo de regularizar el equilibrio, ya sea también tomándolo como á motivo de ornamentación, así es que bien podría inferirse que el nombre con que se bautizó este género de arquitectura, dependía precisamente de la forma de este arco; mas no fué así, porque en un principio se designaron con el nombre de ojivos los arcos de arista diagonales de la bóveda de que se trataba, llamándolos aristas en ojiva, y sin embargo, estos arcos ojivos, en su mayor parte, en especial en Francia, eran de forma circular. Infiérese, pues, de aquí que habiéndose denominado así los arcos que tenían aquella disposición y forma, ellos habían de ser la causa y consecuencia necesaria del nombre con que se había de distinguir el nuevo estilo, cuya cita y advertencia conviene hacer presente para dejar los hechos en el verdadero lugar que les corresponde.

143. No tardó el estilo ojival á sustituir en todas partes al románico, que le había precedido, notándose de una manera más acentuada esta sustitución para con respecto á la arquitectura religiosa.

Si bien hemos visto que la solidez fué el objetivo principal de los arquitectos de la Edad Media (siglos del XI al XVI), autores de estas sublimes creaciones, modelos de problemas mecánicos á la par que de belleza, sin embargo, consiguieron también con sus nuevas teorías resolver el problema económico.

En efecto, es bien sabido que una de las causas principales que originan gran dispendio en la construcción de bóvedas, es tener que recurrir á grandes cimbras y andamios, esto es, notables trabajos de carpintería, que, afectando la forma de la misma bóveda, se les coloca á la altura de ella,

para así facilitar su montura, sirviéndola de apoyo interino á medida que van colocándose las distintas piezas, y una vez ellas colocadas de modo á sostenerse mutuamente, quitar el armazón de madera que ya ha cumplido su misión.

Se comprende, pues, ahora, que para evitar medios tan costosos se recurriera al empleo de materiales ligeros que descansaran sobre nervios de piedra aparejada, los cuales construídos con buenas condiciones de solidez, podrán considerarse como verdaderos cuchillos de cimbra permanente sobre las cuales descansarán los distintos compartimentos de la bóveda.

Recurriendo con esto á dicha disposición, resulta ya no ser necesario, como sucede al construir bóvedas por completo aparejadas, de que se eche mano antes de la verdadera realización de la bóveda, de estos grandes cimbrajes revestidos superiormente que juntos afectan la forma exacta de la misma, presentándola de antemano en relieve. En su lugar bastará solamente ahora disponer de cuatro cuchillos que llevan la forma de los dos torales y los dos formeros, y á más otros dos correspondientes á los arcos diagonales ú ojivos.

Sobre estas seis elementales cimbras se colocan las piezas ó dovelas que han de constituir estos seis arcos, cuales completamente terminados, darán como la osatura, el esqueleto ó si se quiere unas como costillas, sobre las cuales descansará la bóveda propiamente dicha, sin que en la montura ó armazón de sus distintas piezas doveladas, tenga que acudirse á nuevas cimbras, recurriendo antes al contrario á medios sencillísimos, ingeniosos, exentos de gasto, y de los cuales nos ocuparemos en su lugar oportuno.

144. Mas no es esto todo, pues si tenemos en cuenta el precedente que existía en varios países, allá por los siglos X y XI cuando entre los constructores había echado profundas raíces el empleo exclusivo de cúpulas con pechinas, cuya bóveda obedece también al principio de referir los empujes hacia los cuatro puntos de apoyo de los ángulos de la planta, se comprenderá fácilmente como al decidirse aquellos constructores á adoptar los principios de la bóveda de crucería, pesara sobre ellos la influencia de la forma de cúpula á que estaban tan habituados, resultando con esto una tendencia marcada á peraltar de tal modo los nervios principales, esto es, los ojivos, formeros y torales para que así contribuyeran

á imprimir á la forma del conjunto la apariencia de sus cúpulas, cuyo objetivo y plan, fueron perfeccionando con la introducción de nuevos nervios intermedios como eran los braguetones, cadenas, ligaduras, espinazos, etc., etc., y todos estos detalles haciéndolos solidarios en sus puntos de encuentro, recurriendo á claves principales y secundarias. No hay duda que la introducción de todo este número de partes, tendía á facilitar la forma de la cúpula, así como á contrarrestar esfuerzos intermedios en donde aquéllos se presentaran, en virtud de la aparición de estos nuevos elementos, ya también para ser más asequible la división en pequeños compartimentos, la superficie de la bóveda, formando así los entrepaños parciales que habían de cargar sobre semejante osatura, siendo entonces más cómoda y fácil la construcción de dichos entrepaños.

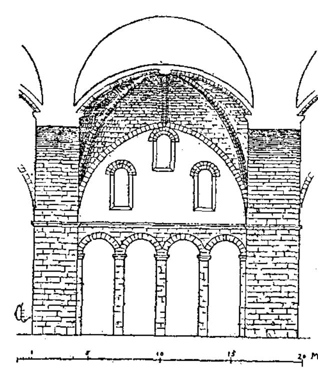


Fig. μ

145. La Fig. μ, muestra de una manera evidente el corte transversal de una bóveda con nervios, de construcción primitiva, cuyo germen principal es la cúpula. En efecto, obsérvese que el despiezo está llevado conforme al de una bóveda esférica; que hay pechinas en los ángulos, y que los nervios vienen á constituir ahora una verdadera osatura destinada á estar envuelta por una masa ovoidea. Así es como aparecieron en estos comienzos, esta especial clase de bóvedas cuya estructura estaba llevada como si fuesen cúpulas propiamente dichas, mas vislumbrándose claramente en ellas la marcada tendencia de asemejarse ó cuando menos de imitar la apariencia de bóvedas de arista ó de nervios de refuerzo.

Mas lo que fué al principio una simple tentativa de modificación de la primitiva cúpula, adoptando en ella los principios fundamentales de la bóveda de crucería, fué sin cesar introduciendo en el sistema muchos detalles, hijos de las necesidades lógicas, que se deducían con el tiempo y la práctica, madre de todas las ciencias, con la cual se han llegado á

establecer sólidas teorías; concluyendo, finalmente, la pericia de los constructores á crear un nuevo rumbo de importancia bastante para que resultara un nuevo sistema nutrido de leyes fundamentales y reglas ingeniosas, hijas solamente del sabio ejercicio de la práctica.

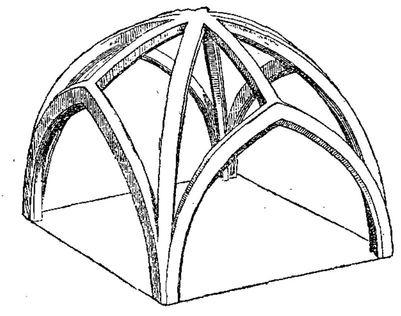


Fig. ι

En la simple bóveda de crucería, los arcos ojivos dividen en cuatro espacios triangulares el total que hay que cubrir, siendo, pues, cuatro los entrepaños que van á sustentarse sobre los arcos diagonales por una parte y sobre los torales y formeros por otra, produciéndose con esto un ángulo entrante en la mitad de estos entrepaños de cubierta, á lo largo de cada línea, que reune las claves de los ojivos con los puntos más altos de los torales y formeros. Esto es, por lo regular el sistema seguido en las bóvedas llamadas francesas; mas queriendo los anglo-normandos hacer más asequible la forma de estos entrepaños introdujeron otro nervio *a b* que enlazara (Fig. ι) la clave de los ojivos con las de los torales y formeros, así facilitaron é hicieron más expedito el relleno

Fig π

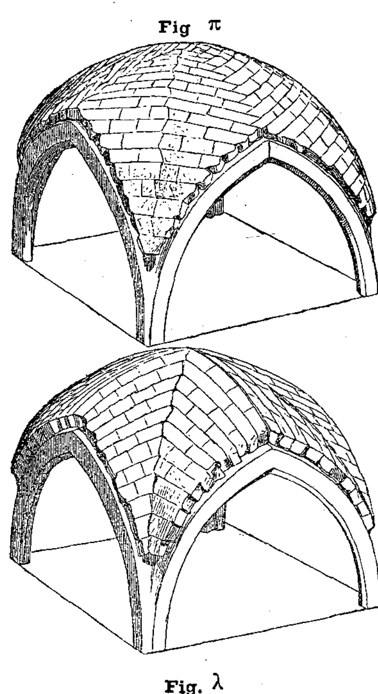


Fig. λ

de los triángulos, aumentándolos hasta el número de ocho, aunque, como es natural, más reducidos en su superficie que los anteriores, pues cada uno de estos últimos quedaba dividido en dos, en el nuevo sistema dándoles más apoyo, y sobre todo, ocultaban el ángulo entrante de que antes se ha hecho mención.

146. De aquí dimanó el sistema de las bóvedas anglonormandas y que después fué desarrollándose más y más, adquiriendo notable complicación al introducir nuevos nervios para facilitar mayor peralte al conjunto, aumentando el número de los entrepaños, puesto que así, siendo más reducidos en superficie, daban más facilidad en el sistema de cubierta, finalmente con esto iban realizando la tendencia que tenían á buscar en la totalidad de las formas, el trasunto de las cúpulas y masas esferoides y ovoideas.

Todos estos precedentes, así como la misma disposición ó sistemas que se emplearon para la colocación de las pequeñas piedras ó dovelas de cubierta, dieron de por sí lugar á que quedaran completamente deslindadas las dos escuelas, cuyas son, la francesa, la anglo-normanda. La primera (Fig. λ) con tendencia á la bóveda de arista, la segunda con aficiones manifiestas á la estructura de la cúpula (Fig. π).

BÓVEDA GÓTICA

(Sistema francés)

147. Nervios indepedientes.—Una observación detenida en el estudio de las bóvedas góticas, ha dado por resultado inferir, que en sus comienzos, los constructores evitaban todo lo posible que dichos nervios se penetrasen, interceptándose entre sí en los arranques cuando nacían en los salmeres, y sin duda alguna lo evitaban para evadir las dificultades sin cuento de combinar esta haz de filetes y molduras terminadas por toda suerte de superficies, que al penetrarse daban lugar á que apareciesen líneas difíciles de determinar; dada la poca pericia y escasos elementos que pueden disponerse al desarro-

llar un sistema cualquiera en sus comienzos, cuyo no puede perfeccionarse sino á través de la serie de adelantos y trasformaciones cimentadas por la continua práctica de los hechos, hasta llegado el tiempo suficiente que viene á demostrar de un modo evidente, lo vicioso ó excelente de los medios em pleados, dando pie con esto, á corregir ó subsanar las imperfecciones ó permitir mejorando si cabe, lo optimo del sistema hasta entonces conocido.

Partiendo de este punto de vista, se comprende que bajo el concepto estereotómico habían de ser muy fáciles las construcciones de las primeras bóvedas de que tratamos, pues quedaban reducidas al aparejo de una serie de arcos independientesentre sí y concretado al artificio de acertar con la mejor disposición que habían de tener las piezas del arco, sujetas forzosamente de arrancar desde un mismo plano horizontal, cual era la cabeza, cimacio ó abaco del pilar de sustentación, cuyas dimensiones dependen del número de arcos que ha de recibir.

148. Sea (Lám. 17, Fig. 111,) la planta rectangular *A B C D* que hay que cubrir valiéndonos de una bóveda llevada según este sistema.

Los lados *A B*, *C D* representan la dirección de los arcos torales, los *A D*, *B C*, la de los formeros, y los diagonales *A C*, *B D*, los ojivos.

Pueden ocurrir ahora dos casos para con respecto al lado del formero, y son, que éste se presente cerrado por medio de un muro, conforme representa la línea que va de *B* á *C*, ó que se halle completamente abierto como en *A D* para que así facilite comunicación á dos naves contiguas. Nos fijaremos por ahora en la primera disposición.

Cada pilar, *A* ó *C*, pues, sustenta, partiendo de su cabeza, los arranques de dos arcos ojivos, dos formeros y un toral, concretándose la cuestión á estudiar el haz de estos arranques parciales, por ejemplo en el vértice *B* de la planta, ya que, resuelta esta primera parte, los demás detalles del problema se infieren directamente de la forma y estructura del nacimiento de semejantes arcos.

149. A este efecto para hacer más evidentes y claras las operaciones nos valdremos de una figura formada en escala mucho mayor como de detalle, Fig. 112, en donde está repre-

sentado el ángulo *B* de la planta, siendo la línea *E F* que por él pasa el paramento interior del muro de cerramiento.

Señálese la línea media *B G* del arco toral, trazando luego á un lado y otro de la misma paralelas, y á igual distancia las *H H'*, *I I'*, cuya separación en estas dos paralelas representará el grueso que quiera darse al toral. La dirección *B K* indica el eje del arco ojivo y entonces el trazado de las dos paralelas hacia una y otra parte de este eje nos darán las líneas *L M*, *L' M'*, siendo su separación el ancho de este arco.

A partir del punto *M*, en que la *L M* corta al eje antedicho *G B*, tómese sobre la *M L* una distancia *M L* igual al grueso que se quiera tenga el arco ojivo; por ejemplo unos 45 centímetros, trazando en seguida por el punto *L* la *L L'* perpendicular al eje *K B*, dibujando en seguida inscrito en el rectángulo *M L*, *M' L'* el perfil de la moldura proyectada para el ojivo tal como muestra la figura de su referencia.

Sobre *G B* y á partir del punto *M*, tómese la distancia *M R*, que puede ser, por ejemplo, igual á 40 centímetros, trazando enseguida por *R* la *H I* perpendicular á la *G B*, tendremos formado así el rectángulo *H I H' I'*, dentro del cual se dibujará inscrita la moldura que corresponde al arco toral, moldura que será independiente en el espacio.

150. Si queremos ahora con estos datos ***determinar*** el ojivo desde el cual parten las operaciones, escogeremos un plano vertical de proyección (Fig. 111) que pase por el eje *A C* de este arco, y que para mayor facilidad trasladaremos paralelamente á sí mismo en *A' C'*, rebatiéndolo luego en el plano horizontal. A este efecto referiremos á la citada línea de tierra todos los puntos de ángulo y del contorno aparente de esta moldura*, y así tendremos los puntos 1, 2, 3, 4; y dando por supuesto que el punto de cruce del arco medio de intradós venga á rebatirse en *m* á una distancia ω *m*, quedará ahora todo reducido á unir *m* con 1, trazando una perpendicular en el punto medio de la recta así obtenida, y el punto *O* en que esta perpendicular corte á la línea de tierra *A' C'* ó

* Téngase en cuenta que habiendo escogido como ejemplo el pilar *B*, el arco ojivo que tendríamos de rebatir sería el *B D*, mas como de hacer esta operación, el dibujo que tendríamos en el rebatimiento se confundiría algún tanto con otras líneas que tenemos ya trazadas, hemos preferido el *A C*, siendo por otra parte iguales las operaciones y resultados.

sea á la línea de arranque, será el centro del arco ojivo que va de 1 á *m*. Ahora con el mismo centro y con radios que alcancen los puntos 2, 3, 4, se trazarán arcos concéntricos con el primero, representando así la proyección vertical de todas las líneas compañeras que van á constituir el arco ojivo.

Divídanse estos arcos en un número de partes iguales, representando cada una de ellas, la altura de otras tantas dovelas del arco, conduciendo en seguida por cada uno de estos puntos, las normales corespondientes, tal como hicimos al tratar de los simples arcos, siendo con esto cada una de estas normales la representación genuina de la correspondiente junta.

La terminación de este arco ojivo para con respecto al toral ó sea el deslinde de los dos se verificará á partir del punto *S* Fig. 112, dado por la intersección de los lados *L M* con *H H'*.

Trácese igualmente la *H' N* paralela al paramento del muro, á una distancia aproximadamente igual á la mitad del ancho dado á los arcos toral ú ojivo, cuando éstos tengan anchuras iguales, y cuando no, igual á la mitad del ancho del ojivo.

A partir del punto *T*, en que esta última *T N* corta á la *V T*, tómese la distancia *T N* igual al grueso del formero, concluyendo el cuadrado *T N Q V*, dentro del cual se inscribirá el dibujo destinado á la moldura del mismo.

Ahora es cuando pueden señalarse en esta proyección las líneas de mayor vuelo del abaco, tales como *a b*, *b c*, *c d*, *d e*, etc. dándonos ellas en su configuración el límite del plano horizontal con que termina la cabeza del pilar, imperando estas líneas para con respecto á la distribución de los haces cilíndricos ó fustes de columna, que contornoean el pilar, y que con su número y las curvaturas entrantes y salientes que constituyen como si dijéramos un manojo, contribuyen á la ilusión al parecer de disminuir algún tanto la gran masa del pilar.

151. Supongamos ahora que todas estas operaciones de detalle se han efectuado en cada uno de los puntos *B*, *C*... etc, de los ángulos de la planta (Fig. 111), habiendo así llegado á obtener las plantas de cada uno de estos pilares así como la configuración de los abacos y todas las líneas de arranque de los arcos que se reunen alrededor de cada uno de estos ángulos. Únanse ahora todos los puntos dos á dos, correspondientes á estas molduras que se encuentran frente á frente, ya en el sentido transversal, longitudinal y diagonal, tendremos así expresadas las proyecciones horizontales de todos los arcos, tanto ojivos como torales y formeros.

Faltará ahora definir cada uno de los arcos por la parte superior, dibujándolos cada uno en su respectivo alzado, é introduciendo en el cruce de los ojivos una clave que regularmente va ornamentada en su intradós, perfilando ya directamente en este dibujo de alzado, las molduras que han de informar la superficie de tan importante detalle con que cierra la crucería y consolida, digámoslo así, á los dos ojivos.

152. Otro plano vertical auxiliar *A B* pasando por la línea eje del toral nos determinará éste. Así la línea de tierra *A B* se trasladará para mayor facilidad en *A'' B''*; en ella se proyectarán todos los puntos tales como *x*, *y*, *z*, pertenecientes á los del contorno aparente y de ángulo de las molduras de arranque. En el supuesto que la montea del arco de intradós sea la altura *O' S* entonces por medio de la cuerda *x S* y la perpendicular en su punto medio vendremos á encontrar el centro α' del arco apuntado *x S*, y así los concéntricos que parten de los demás puntos de arranque, tales como *y*, *z*... etc.

El fraccionamiento de juntas discontinuas se dispondrá de modo que sean planos concurrentes á los centros respectivos α, α'

153. Finalmente, para el formero, recúrrase á un nuevo plano vertical, el *B C*, proyectando, como siempre, en la línea de tierra, los puntos de la moldura del arranque, fijando la altura *O'' t* del arco apuntado, y con su auxilio la cuerda del arco, luego la perpendicular á su punto medio y, finalmente, los centros *C'' B'* de los arcos de intradós y de sus demás líneas compañeras debidamente concéntricas, concluyendo, finalmente, con el fraccionamiento por medio de las puntas discontinuas concurrentes á los centros encontrados en *C'' B'*.

154. El grueso dado á los muros de cerramiento, así como las dimensiones convenientes á los pilares de refuerzo *P*, terminarán la proyección horizontal de la osatura de semejante bóveda; faltará únicamente, si es que así convenga, unificar todas estas operaciones hechas en planos de proyección vertical distintos, refiriéndolas, por lo tanto, á un

solo plano, tal como el $A\,B$. En este plano el arco toral se proyecta en su verdadera magnitud por ser el que antes se había empleado para la determinación del citado arco; el formero se proyectará según una serie de líneas situadas en planos de perfil y, finalmente, los ojivos, según curvas elípticas determinadas por puntos cuyas alturas se infieren al hacer el cambio de plano ó línea de tierra pasando de la $A\,C$ ó $A'\,C'$ á la $A\,B$ ó $A'\,B'$. En cada uno de estos arcos se proyectarán también todas las líneas de intersección que en ellos produzcan las juntas discontinuas, tal como aparecen dibujadas en cada uno de los planos de detalle.

155. En este plano vertical procede ahora á dibujar las molduras, formas y salientes ó voladizos de los abacos, así como los capiteles; siendo varias las disposiciones que se adoptaron, una de ellas, por ejemplo, la de la izquierda, ó sea la del ángulo B, todas las molduras señaladas en el abaco ó arranque, servían de base á una haz de cilindros verticales tangentes á las molduras de los arcos, cilindros de reducido diámetro que así agrupados contorneaban el macizo del pilar. Una pequeña moldura volada (Fig. 118), daba pie á la formación del abaco, mientras que un pequeño filete como á collarino y á una pequeña relativa distancia del citado abaco, venía á contribuir á la simulación de un capitel que deslindara á los arcos de los pilares.

Otras veces cada arco llevaba consigo su columna correspondiente, y entonces el fuste se señalaba en su base circular sobre el plano del detalle de la Fig. 112, en donde dichas columnas vienen demarcadas por circunferencias de centro δ, δ', δ'', y en este caso cada columna viene acompañada de su correspondiente pilastra y así dar espacio holgado ó suficiente para los apoyos correspondientes. Esta es la disposición adoptada hacia la derecha de la figura, en el ángulo A, en donde se supone el formero abierto para la comunicación de las dos naves contiguas; en este caso cada pilar recibe en su arranque cuatro arcos ojivos, dos torales y dos formeros.

Finalmente, otras veces, y era lo más frecuente, las columnas iban empotradas en el mismo pilar, tal como muestra la planta de la Fig. 120.

156. En general la disposición de las piezas de arranque al asentarse en los abacos de los pilares, no puede ser muy

recomendable, cuando se trata como en el caso presente de nervios aislados ó independientes entre sí, á menos de disponer de un plano horizontal de asiento considerable como en la Fig. η lo cual aumenta el volumen del capitel, y por ende resulta el pilar con dimensiones excesivas, siendo esto contraproducente á los medios y fines que se tratan de lograr: cuales son, el llevar á cabo la construcción de la bóve-

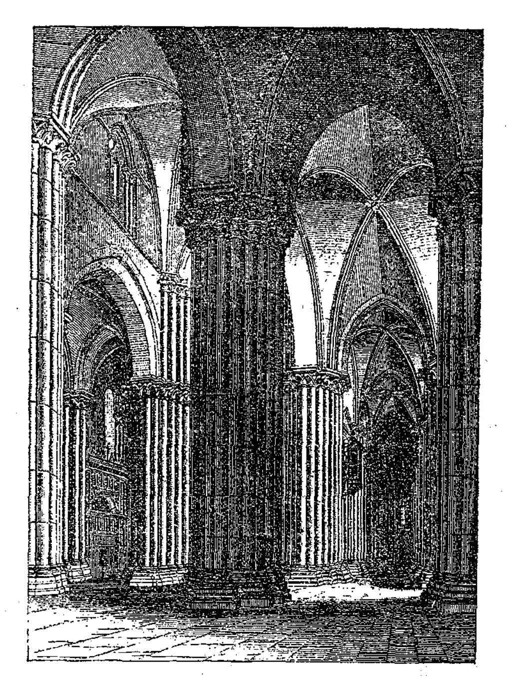


Fig. η

da, recurriendo al mínimo espacio posible para los miembros sustentantes, y obtener de este modo espacios más libres, más holgados.

La dificultad á que se alude resalta en la Fig. 113, en donde se representan las piezas de arranque de dos ojivos, un toral y un formero, cuales aglomerados alrededor de un mismo punto, aparece la forzosa necesidad de dar á cada una de

las fuerzas la forma acuñada, obedeciendo así á la concurrencia de los arcos hacia el vértice del ángulo de la planta, rellenando el resto que queda interiormente entre las piezas ya colocadas, por medio de gruesa mampostería.

Vemos, pues, que semejante modo de construir no era por cierto nada dificultoso, no necesitaba previo plano de montea general que regulara de una manera acabada la disposición de las primeras piezas sobre el abaco, ya que un simple señalamiento de ejes sobre el plano horizontal del mismo era suficiente, colocando luego las piezas, de modo, que sus líneas medias correspondieran con los citados ejes. Precisaba en seguida que el obrero procediera al retoque de las citadas piezas hacia la parte posterior, dándoles la forma acuñada como á cola y así fueran tomando sucesivamente el sitio que á cada una correspondía al lado de su compañera.

Ya se desprende desde luego que siguiendo con este sistema no pueden resultar construcciones muy recomendables; en primer lugar estas primeras piezas de arco no son susceptibles de gran resistencia, ya por estar casi aisladas, ya también se han debilitado al retocarlas en la cola para facilitarles la entrada en su alojamiento, y ya también porque á pesar de todas estas precauciones se necesita disponer siempre de bastante plano horizontal de asiento, exigiendo con esto capiteles y abacos de mucho vuelo y fustes muy robustos. Resultado definitivo: que las primeras piezas pueden hasta romperse con el exceso de relativa carga que vienen obligadas á soportar, hecho mérito de sus dimensiones y tendencia á referir muy bajos los empujes.

157. Mas volviendo á nuestra bóveda, veamos la labra de sus piezas, por cierto bien fácil por encontrarnos con piedras que pertenecen á simples arcos rectos y que, salvo el molduraje, hemos tratado ya en varias ocasiones, haciendo no más la salvedad de la clave que por su situación especial tiene una estructura distinta por llevar consigo en el cuerpo de su masa central pequeños ramales que interesan á los arcos que en ella concurren.

Escogiendo, pues, una pieza cualquiera del arco, se construirá un prisma (Fig. 114) *a b c d*, *a' b' c' d'*, cuyas bases *b b' c' c* sean la proyección vertical de la piedra en un plano paralelo á dicho arco y cuyo grueso *a' b'* sea el de la misma piedra. Sobre la base superior é inferior que representa el

lecho y sobrelecho, colóquese la plantilla △, deducida de la Fig. 112, mientras que en las bases *b b' c' c*, *a' d' d a* se colocarán las curvas tales como *m n*, *p q*, que no son otras que las proyecciones sobre estos planos de las aristas de intersección del molduraje, de las cuales alguna de ellas quizá como la *p q* está en el mismo plano, y por consiguiente proyección de sí misma. Se comprende ahora perfectamente como con el auxilio de todas estas líneas, se puede ir desvastando la piedra hasta obtener unidos los puntos homólogos de la base △ con su igual de la base inferior, insiguiendo las curvas directrices de que antes hemos hablado. Así la parte *f g h i* quedará situada en el mismo cilindro cóncavo *a a' b' b* el baquetón *h l* se podrá determinar labrando la arista *h h'*, trabajando la superficie *h g i h'*, así como la arista *l l'* labrada partiendo de su proyección *m n*, la que servirá de base á un cilindro auxiliar que iremos trabajando perpendicularmente al plano de base *b b' c' c* hasta llegar á la profundidad *m l*. Igual operación podremos repetir con toda otra línea intermedia análoga á la mentada *l l'* de la superficie tórica del baquetón. El resto de la labra, ya se comprende perfectamente sin que entremos en más explicaciones.

158. Clave.—Se labra una pirámide truncada de base cuadrangular igual al cuadrilátero circunscrito á la misma proyección horizontal *a b c d*, mientras que la base superior, ó sea la más próxima al vértice, sea el cuadrilátero concéntrico con el primero, cuyas dimensiones se deducirán del plano de rebatimiento del arco ojivo al trazar un plano horizontal por el punto más bajo de la clave, conforme demuestra el dibujo de dicha proyección.

Sobre las cuatro caras de esta pirámide (Fig. 115) colóquense las plantillas Σ, esto es, el patrón generador del arco ojivo.

En el plano de la base inferior *a' b' c' d'* dibújese la circunferencia φ, *z y*, proyección sobre este plano del círculo máximo de intradós con que termina la clave, lábrese á este efecto el cilindro, cuya base es φ *y z* y perpendicular á la vez al mencionado plano, hasta tenerlo labrado á una altura φ φ', cuya es la distancia del círculo del espacio al de su proyección sobre la base de la truncadura de la pirámide. Con esto podrá ya señalarse inmediatamente la circunferencia *S y' z'*; de modo que dibujando en la base opuesta de la pirámide la

máxima circunferencia con que termina la clave en su extradós, se podrá trazar en seguida con estas dos circunferencias así definidas el tronco de cono que forma el cuerpo de clave y que salva la separación de su intradós á su extradós.

Dibújense ahora los perfiles con que este tronco de cono viene á ser cortado por el molduraje de los ramales de los cuatro arcos, valiéndonos al efecto de la contra-plantilla Φ (Fig. 116) que habremos previamente encontrado desarrollándola; así colocadas estas intersecciones vendrán á constituir perfiles directores que, unidos dos á dos con los correspondientes de las plantillas Σ, nos proporcionarán medios para el labrado del molduraje de los arcos.

Falta solamente la parte más saliente y ornamental de la clave y como que viene en general á constituir una superficie de revolución, ésta podrá trabajarse fácilmente echando mano de una contraplantilla Ω (Fig. 117) cortada según las líneas meridianas, cuyas posiciones se tendrá buen cuidado de asegurar por medio de distintos radios indicados en la base auxiliar de operaciones cual es el plano horizontal a' b' c' d'. Téngase en cuenta que el labrado de las cuatro caras de la pirámide se llevará á cabo conociendo de antemano los ángulos diedros que las mismas forman con la base, ángulos diedros que se aplicarán en la piedra, por medio de los baiveles ρ ρ', β β' deducidos del plano vertical de rebatimiento del arco ojivo.

La Fig. 119 representa una clave cuya forma era la que más regularmente se empleaba, siendo, como vemos, su cuerpo central de más reducidas dimensiones que la que se ha dispuesto en la Fig. 111. Su grueso ó altura es casi el indispensable que exigen las alturas de las nervosidades que en ella bifurcan.

NERVIOS
dependientes entre sí, al partir del arranque

159. Se ha visto el inconveniente que trae consigo el que cada arco sea independiente de los otros en el punto de partida del salmer en su arranque; de modo, que ya sea por

los accidentes que sobrevinieron con semejante sistema, ya también por darse el caso de disponer de un solo punto de apoyo relativamente reducido, como lo es (Fig. V) el plano horizontal que termina el simple abaco de un capitel de columna aislada; lo cierto es que más tarde se hicieron partir los arcos del abaco formando un solo cuerpo aglomerándolos del modo más ingenioso, á fin de que cupieran en su asiento que ofrecer debía el antedicho plano horizontal; así estaban formando una sola masa, una sola piedra, pues atención hecha al reducido plano de sustentación de los tres arcos (los dos ogivos y el toral) era materialmente imposible disponerlos independientes en piezas separadas las primeras piedras del

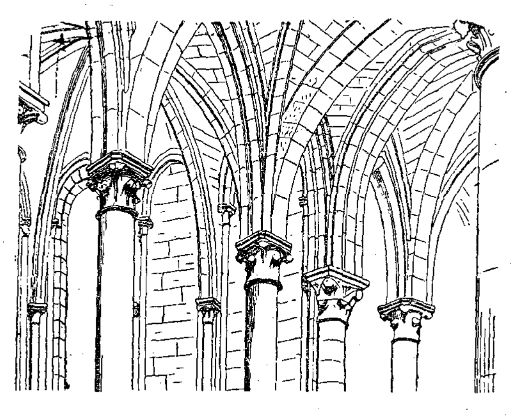


Fig. V.

arranque, cuales habiéndose de retocar en su parte posterior ó colas respectivas para que sucesivamente fueran entrando en su debido sitio, vendrían á constituir una aglomeración de piedras acuñadas, sin fuerza ni resistencia alguna. La modificación de junta de hilada que semejante sistema trae consigo, es el de adoptar planos horizontales de asiento para los salmeres, interín los arcos vayan formando una sola masa en su respectiva bifurcación, abandonando en cambio los cortes normales en el sentido de los distintos radios, y esto tanto más y muy especialmente cuando sobre la piedra que forma salmer, tenga que llevar sobre sí la carga vertical de una pila cualquiera. Con tal radical cambio de sistema, es bien

cierto que se produzcan ángulos agudos, mas en cambio se facilitan las ventajas que en si lleva el aumentar la resistencia á la presión.

160. Sea Lám. 18, Fig. 121. La columna *A* que recibe en su cimacio del capitel la presión del pilar *P* por medio del macizo intermedio interpuesto entre los arcos *B*, *C*, independientes desde su arranque y fraccionados con juntas normales; en este caso es evidente que el esfuerzo del pilar *P* no presionando sobre toda la superficie *D E* y sí sólo en el pequeño espacio que ocupa el macizo en *F G*, transmitida éste, en parte su esfuerzo en el sentido lateral hacia las primeras dovelas de arranque en el extradós de los arcos, cuales sufrirán gran quebranto tendiendo á la deformación y saliendo mal parada la estabilidad del conjunto.

En este estado los constructores góticos abandonaron las primitivas prácticas románicas que tal sistema seguían y aparejaron de modo bien distinto los arcos en el asiento de los abacos.

161. El artificio consistió (Fig. 122.) en que la independencia de los arcos no empezara hasta la línea *M N* en donde terminaba el asiento del pilar *P'*, disponiendo por otra parte una serie de salmeres á simple asiento horizontal *V X*, *Z Y* desde los arranques de los arcos al desprenderse unos de otros, hasta el asiento horizontal del propio abaco. Con esta disposición y en este trecho de altura los arcos se encuentran reunidos en una sola masa en sus respectivas hiladas, cuales van obedeciendo la volada de los mismos á medida que se superponen las hiladas horizontales, en donde se prescinde de los cortes normales á los intradós, que formarían montacaballo, los que (Fig. 123) no es fácil conseguir hacer que logren una completa yuxtaposición, ni dotarlos del material de enlace necesario, conforme se verifica con juntas simplemente horizontales, cuyas últimas, si se las compara con las primeras, llevan la gran ventaja de atenuar el efecto pernicioso de los empujes. De este modo la cuestión quedaba reducida á estudiar la superficie mínima para el abaco (y así el fuste de la columna ó pilar no ocupara grueso excesivo) y así en él pudieran asentarse los arcos en su arranque, combinándose entre sí formando los enjarges, máxime cuando llegaron á inferir los constructores que en el nuevo sistema de bóvedas que

emprendían resultaba que la resistencia de los arcos estaba en relación del grueso y altura de las dovelas y no con la de su ancho, y cuya última dimensión es la que presentaba más dificultad para que hacer pudiera un buen emplazamiento por carecer de suficiente extensión el plano horizontal de los abacos.

Ahora bien, semejante disposición era tanto más conveniente en cuanto los constructores de aquella epoca habían introducido el arco botarel, esto es, un medio á propósito por el cual oponían en los puntos más convenientes una resistencia, cuya había de contrarrestar al empuje de las bóvedas. Según esto, se hizo necesario estudiar el medio más ventajoso de asimilar estos empujes haciendo que su resultante obrara en ciertos sitios, consiguiéndolo al tomar finalmente la determinación de que los arcos torales y ojivos se penetraran, y así la resultante de sus empujes se convirtiera en un solo esfuerzo aplicado en el mismo punto de donde partía el botarel; así se logró que la suma de todos los empujes que antes obraban sueltos y aislados y en distintas direcciones, sin unidad y falta de coherencia, se convirtiera en un solo esfuerzo dirigido en una sola línea de presiones en el momento de encontrarse con el obstáculo que á él se oponía, cual era el botarel.

162. Se comprende perfectamente que este eficaz resultado no podía alcanzarse en absoluto con la disposición indicada en la Fig. 113, Lám. 17, pues allí se desprende como los empujes son distintos ni pueden venir combinados para darnos una sola resultante cumpliendo con el requisito que acabamos de mentar. Pero si en lugar de todas estas piedras de arranque forzándolas, á colocarse unas al lado de otras sobre el abaco del capitel, ocupando un asiento horizontal relativamental exagerado y sin solidaridad recíproca; sustituimos todo este aparejo por otro que consista en un solo salmer, y por lo tanto una sola hilada; si combinamos á este efecto todos los arcos en su arranque de modo que se penetren mutuamente, en este mismo salmer que antes se componía de varias piezas, entonces y sólo entonces la resultante de las distintas presiones tendrá efecto sobre una sola masa de piedra, bastando solamente excogitar el medio que conduzca á la inamovilidad de la misma. Pero aún hay más, por las condiciones especiales de estos arcos, un solo salmer que cogiera toda la altura que media desde el abaco al punto donde se dejan de

penetrar los arcos, desprendiéndose para ser independiente constituiría una pieza de volumen exageradísimo, y con el sistema últimamente adoptado puede salvarse fácilmente esta dificultad, fraccionándolo por medio de distintas hiladas horizontales (poco importa aquí el que no se cumpla el importante requisito de evitar los ángulos agudos, éstos, por otra parte, no son muy exagerados cuando se encuentran próximos á los arranques) que así nos darán una serie de salmeres superpuestos, insiguiendo sus contornos las voladas de los distintos arcos proporcionándonos este modo de obrar una resultante de presiones partiendo de la base de la bóveda y obrando según una línea cuya dirección es á propósito para que aquellas sean contrarrestadas en la testa de los botareles, cuales ya no se apoyarán sobre una mampostería incoherente, sin unidad, enlace y fuerza, antes al contrario, se opondrán á una construcción rígida, homogénea, que en sí es base y seguridad de todo el sistema.

Para la planta de la Fig. 125 se ha adoptado este sistema de reunión de arcos en el abaco. Representa el conjunto de la planta un tramo de forma cuadrada *A B C D* de la nave de una iglesia, y la osatura de la bóveda está compuesta de dos ojivos *A C*, *B D*, tres torales *M N*, *I J*, *K L*, tendiendo así el toral transverso *I J* á dar más consistencia á la bóveda, dividiendo á la vez al formero total en dos parciales como, son los *G H*, *F E*. Para más comprensión de esta figura véase la que se dibujó posteriormente y que está intercalada en el texto con la letra θ representando la perspectiva del conjunto.

163. En la Fig. 124 está dibujado el detalle de la disposición del toral transverso y los dos formeros adjuntos; *A B* es el paramento del muro, *E D*, la dirección del arco toral transverso.

Trácese la línea *C N* paralela á la *A B* y á una distancia igual á la salida de los arcos formeros, (20 centímetros por ejemplo). En general esta salida es la mitad á la que corresponde al toral, así es que el ámbito ó contorno del arranque de este último arco quedará determinado como sigue: fíjense los puntos *F*, *G*, tomando $D F = D G = O D$; trácense luego las paralelas *F I*, *G K*, tomando luego sobre ellas las distancias $F I = G K = F G$; únase, finalmente, *I* con *K*, así tendremos construído el cuadrado *I F G K* dentro el cual alojaremos en seguida la moldura que concierna el arranque del

arco toral, cuyo dibujo de moldura manifestará también el grueso que media entre el intradós y el extradós.

Para con respecto al formero, éste puede arrancar directamente desde el abaco del capitel, ó bien descansando sobre una columna que parta de dicho abaco; en el primer caso tómese la distancia $G M = G D$, construyendo el cuadrado *G M N* dentro el cual se dibujará la moldura que se quiera dar á dicho formero; en el segundo caso, después de haber trazado la recta *N S* paralela á la *A B* y después de cerrado el cuadrado *Q Q′ F*, colóquese en su interior la base circular △ de la columna á que nos hemos referido (véase también á este objeto la Fig. 113, de la Lám. 17, cuando se llevó con igual disposición el formero que descansa sobre la columna △). Ahora es cuando puede señalarse la forma con que ha de terminar el abaco en su vuelo; así es que en el primer caso el contorno será el señalado por *R T V Z* y en el segundo el indicado por *P R S Q Q′*.

Finalmente, el pilar del arco toral puede ir terminado ó por las molduras verticales trazadas, teniendo por base las molduras del arranque en el abaco, ó bien por una columna cuyo fuste puede determinarse por medio de la circunferencia de centro *O*, el cual se halla en el encuentro del eje *D E* con la diagonal á 45° que parte del vértice *R* del abaco, supliendo luego con una pequeña pilastra el hueco interpuesto entre el fuste de la columna y el muro; esto en el caso de emplear la columna △ para el formero; mas si se tratara de que éste descansara directamente sobre el abaco, entonces el centro *X* de la circunferencia del fuste de la columna pilar, estaría más próximo al muro, siendo algo mayor el diámetro de dicho fuste á la vez que presentando más vuelo el abaco.

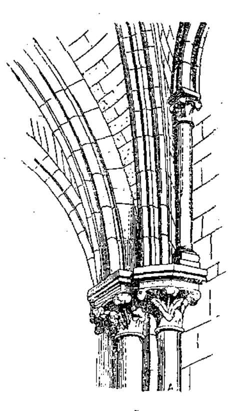
Nos fijaremos en el ángulo *A* (Fig. 125) para estudiar en él la disposición del toral, ojivos y formeros al combinarse recíprocamente para formar los enjarges, hasta llegar al desenlace de los arcos, cuando cada uno toma á la altura respectiva el vuelo que le corresponde; y al objeto de comprender mejor las operaciones, pasaremos á la Fig. 126, donde en mayor escala y holgura se podrán detallar las operaciones.

164. Sea *A B* el eje del toral, *A C*, *A C′* los ejes de los ojivos, *A E* el que corresponde á los formeros, admitido el caso de que éstos vayan en compañía del ojivo inmediato;

pues en la otra solución en que dicho formero esté sustentado por su columna correspondiente, ésta la dibujaremos en *F*, como muy pronto se indicará. Demos por supuesto ahora que el grueso del arco toral alcanza en su arranque en el punto *G*, y entonces, tomando á partir del eje desde el punto *G* dos distancias *G H*, *G I* (distancias que representarán la mitad del ancho del toral), se trazarán las líneas *H K*, *I L*, respectivamente paralelas al eje *A B*, y entonces estas líneas representarán la proyección horizontal del arco toral. Ahora, dentro del rectángulo de arranque *K H I L*, se dibujará la moldura que se crea conveniente dotar á este arco; dicha moldura está indicada por las letras *x y G z u*. Téngase en cuenta que todas estas operaciones partirán de la hipótesis de ser la línea *A E* el paramento interno del muro en el que está adosado el formero.

Haciendo ahora centro en *A* y con el radio *A G*, descríbase la circunferencia *G N M*, la cual cortará á los ejes de los ojivos en puntos tales como *N* uno de ellos; trácese por él la perpendicular *P Q* al eje *A C*, tomando hacia una y otra parte de este eje las distancias *N Q*, *N P* iguales cada una de ellas al semiancho del ojivo, conduciendo en seguida por *P* y *Q*, dos paralelas á dicho eje *A C*.

Estas dos líneas comprenderán la proyección horizontal de dicho ojivo, mientras que la línea *P Q* indicará hasta dónde alcanza el grueso de dicho arco, dentro el cual alojaremos la moldura *a b N c d*, que queramos tenga dicho ojivo.


Fig. ξ

En el concepto que el formero tenga que ir enlazado con el ojivo, entonces se trazará la línea *R S* paralela á *E M*, comprendiendo así entre estas dos líneas paralelas la proyección horizontal de dicho formero.

Siendo *M* el punto de intersección de *E A* con la circunferencia antes trazada, la *M u* nos determinará el límite de la moldura de arranque de dicho formero, pudiendo ya desde luego dibujarla dentro el límite que muestra la figura á que nos referimos. Mas si el formero es independiente como muestra en △ la Fig. 124 y sucede en muchos casos, entonces este arco arranca del capitel de una coluna, (Fig. ξ) á propósito y especial para el mismo y (conforme también muestra la Fig. 113); esta columna *F* (Fig. 126) se dispone aquí en el interior de la zona circular que ha quedado á los lados de los ojivos, después de haber señalado la circunferencia *M N G* que sirve de límite á las molduras de arranque, regularizando así su disposición.

Efectuadas así estas previas operaciones de preparación, escójanse planos verticales de proyección que pasen por las líneas de eje antes citadas, ya sea el ojivo, toral ó formero, colocando para mayor claridad las líneas de tierra en *L T*, *L' T'*, *L'' T''* y, luego otra especial *L''' T'''* que sirva luego para unificar las operaciones sueltas que se hayan llevado á cabo sobre los tres primeros planos.

En cada uno de estos nuevos planos, proyéctense ahora según se ve en las figuras correspondientes, cada una de las aristas curvilíneas resultado de los encuentros entrantes ó salientes de las molduras, cuyas aristas son arcos de circunferencias concéntricas para cada arco, de centros y radios dependientes del dato.

Si nos fijamos ahora en el punto α de la proyección horizontal en donde se cortan los límites del toral y ojivo, este punto nos indicará desde luego aquel en que dichos arcos dejan de cortarse en el plano de proyección horizontal; si pues, proyectamos verticalmente el α en α', por α', podremos conducir directamente el plano 3-3', último horizontal de asiento á partir del cual los arcos se desprenderán los unos de los otros, tomando respectivamente en su vuelo la dirección independiente de que gozan. Mas no está aún ultimada la operación; para ello diríjase por α una perpendicular á la *L' T'* tomando sobre ella la altura del punto α'' igual á la de α'; se comprende que siendo el grueso del arco ojivo algo menos que el del toral, el punto en altura α'' se encontrará detrás del extradós del mismo. Por el citado punto α'' diríjase el plano horizontal de asiento superior 3-3', cual encontrando en 3 al extradós podremos dirigir ya la junta anormal 3-β, lo propio que se habrá hecho en el plano de la *L T* al trazar la normal α-γ.

Repítase ahora la operación igual en el formero.

Procédase en seguida á dividir la altura total que media del plano 3-3' al horizontal de arranque, en otras parcia-

les, dependientes de las alturas que queramos tengan las hiladas; aquí en número de tres y que nos proporcionarán los planos 2-2′, 1-1′. En este estado encuéntrense con mncho cuidado las intersecciones que den todos estos planos de junta con el haz que forman los arcos de que se trata, refiriendo á la proyección horizontal cada uno de los puntos de corte con las aristas curvilíneas, que vienen representadas, según rectas en dicha proyección horizontal, y así vendremos á inferir las cuatro figuras de sección que hemos obtenido en el plano horizontal, cuales serán otras tantas plantillas de lecho y sobrelecho, á excepción de la que representa el corte inclinado $\alpha' \gamma$, la cual, mediante tenerla en cuanto á su extensión proyectada en la misma recta $\alpha \gamma$ se deducirá de la primera plantilla de que se ha hecho partir el dato sobre el plano de arranque. Además todas estas plantillas se considerarán también teniendo en cuenta que estos salmeres se prolongarán en el mismo grueso del muro de recinto, indicando con esto que cada pieza ó salmer llevará en su parte posterior su cola de empotramiento.

165. Las Figs. 127, 128, 129, 130, 131 representan en perspectiva las piedras ya labradas; la de núm. 127 indica el primer salmer cuando el formero entre en el mismo haz de molduras; la de núm. 128, es la misma piedra cuando el formero descansa sobre una columna, teniendo en cuenta que aquí en este caso especial el fuste de la columna arranca desde el plan terreno, disposición distinta de la que se ha representado anteriormente en la Fig. ξ en donde toda la columna descansaba sobre el abaco de la cabeza del pilar, la de número 129 expresa una hilada intermedia con lecho horizontal, la de núm. 130 indica la tercera hilada, la cual lleva consigo la primera junta normal que recibe el arco, desgajado de su haz general, y finalmente la de número 131 pertenece al simple arco ojivo, formando cuerpo aparte é independiente y libre, como si dijéramos de sus ataduras. La labra de estas piezas se lleva á cabo de un modo análogo del método expuesto en el número 154 (Fig. 114); y al ir labrando cada uno de los ramales de arco que componen la pieza total, irán apareciendo las intersecciones naturales de las molduras formando enjarge, cuya operación puede también realizarse echando mano de puntos auxiliares que formen parte de la línea de intersección de molduras, recorriendo las alturas y situación

de los mismos en el espacio cuyos datos proporciona el cotejo de las proyecciones horizontal y vertical combinadas.

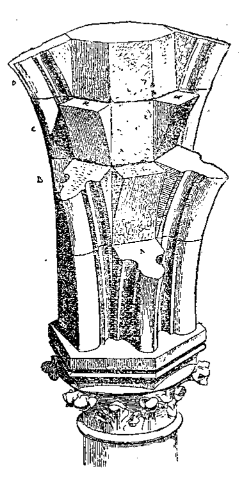


Fig o.

166. Hay casos especiales en que las circunstancias que exigen los varios arcos que compongan la osatura de la bóveda, tengan arranques distintos, no siendo esto óbice á que tengamos de renunciar al aparejo anterior de arcos reunidos en los salmeres para luego hacerse independientes. La Fig. o demuestra efectivamente como el sistema tiene también fácil resolución. En efecto, desde el momento en que un arco se haga independiente de la haz general, es cuando empieza el despiezo de cortes normales á las curvas del arco, colocando en seguida las dovelas independientes mientras que quedan persistentes los lechos horizontales para los otros arcos adjuntos que aun continúen unidos ó formando una sola masa, aguardando cada uno de ellos el turno en su respectiva altura para desprenderse también del núcleo general.

Por la citada Fig. o, es como nos podemos hacer cargo de estos distintos arcos, desprendiéndose sucesivamente unos de otros, según las alturas distintas de su arranque. Hay cuatro salmeres superpuestos, el 1.° lleva consigo la primera junta normal *A*, demostrando ella que allí empieza á desprenderse un arco, el toral (véase la planta de la Fig. 132) de la pila que forma al alma del sistema constructivo; en el 2.° se desprenden los ojivos mediante los cortes normales *E*, *E′*; en el 3.° el lecho ó junta es simplemente un plano horizontal de asiento sin cortes normales, y finalmente, en el 4.° se desprenden los cinco arcos restantes que se proyectan en la planta según las letras *F*.

Puede también observarse en la Fig. o los apéndices su pletorios colocados en *R* detrás de los arcos y que siguen en el asiento de los salmeres posteriormente á las dovelas independientes, cuyos refuerzos facilitarán después la colocación del macizo supletorio, así como el asiento en su arranque del

pequeño dovelaje para la formación de los entrepaños, todo objeto de la Plementería.

167. Plementería. Entrepaños. Construcción de los lienzos de la bóveda propiamente dicha.—Las construcciones que hasta ahora han tenido lugar, han sido simplemente la combinación y construcción de la serie de arcos formando la osatura y costillaje de las bóvedas; bóvedas que tienen la misión de sustentar, en una palabra, un cimbraje permanente de tanta duración como la propia bóveda que aquí constituye una masa pasiva inerte, descansando sobre el sistema de arcos que están cargados de la parte de acción activa que verdaderamente trabaja.

Varios son los medios que fueron empleados á este objeto, dependientes de los distintos sistemas ó nervosidades de que se echaba mano para dividir el espacio de cubierta en mayor ó menor número de compartimientos, según su forma, según la configuración ó perímetro de la planta.

168. Sea en primer lugar una bóveda, la más sencilla, de planta rectangular, por ejemplo, *A B C D* (Fig. 132, Lám. 19). Rebátase sobre el plano horizontal los intradós de los distintos arcos. Así el formero vendrá dado por el arco apuntado *B O' C*, y los ojivos las dos semicircunferencias *A D C*, *B A D*, las cuales se superponen en parte. Admitamos ahora una cierta medida para la longitud de las piedras que han de formar el dovelaje de la bóveda del entrepaño, y coloquémosla ésta, tantas cuantas veces quepa en *B a'*, *a' b'*, *b' c'*..... etc., del arco *B O'* del formero, bajando luego las verticales que proyectan los puntos de división sobre *B C*, en *B*, *a*, *b*, *c*..... etc. En el concepto que han entrado el número de ocho divisiones sobre el arco *B O'*, dividamos también en el mismo número de partes el arco ojivo *B O''* en *B' u'*, *u' v'*, *v' x'*..... etc. Si ahora unimos dos á dos las dos series de puntos de división que han resultado en el formero y en el ojivo, resultarán las rectas *a u*, *b v*, *c x*..... etc., cuales serán las proyecciones horizontales de las líneas de junta del intradós.

Igual operación repetida en los arcos *C O'*, *C O''*, nos darán del mismo modo las líneas de junta *m n*, *p q*..... etc.

Demos por supuesto ahora que la línea que une el punto *O* vértice de los ojivos con el punto *o* vértice del formero es una línea curva que tiene una sagita de 0'60 *m.*, entonces

dispóngase la recta *O o*, en O_1 o_1 en la Fig. 133, levántese en el punto medio una perpendicular *s h* = 0'60 *m.* haciendo luego pasar un arco de circunferencia por los tres puntos O_1 *h* o_1.

El segmento O_1 *h* o_1, será una cercha con la cual el operario podrá llevar á cabo la formación del entrepaño de bóveda, hasta al tercio de la misma, á contar de cada lado y á partir de cada uno de los puntos de arranque *B* y *C* y sin que tenga necesidad de otro punto de apoyo; y fíjese bien la atención que en estos arranques los entrepaños vienen á ser tangentes con planos verticales; infiriéndose que en las inmediaciones de estos arranques el lienzo de bóveda está muy poco inclinado, no discrepando mucho del mencionado plano vertical correspondiente, lo que hace se aproveche esta importante propiedad para llevar á cabo el armazón de la bóveda, sin necesidad de ningún apoyo auxiliar que vaya sustentando las dovelas, ya que ellas por sí solas, al colocarlas en el sitio que les corresponda de su hilada, irán adquiriendo el equilibrio y estabilidad definitiva (Fig. 134); mas al exceder en una extensión del cuarto aproximado desde el arranque hasta la clave, precisa indispensablemente el empleo de una cimbra ó cerchón que afecte la curvatura que lleva consigo la hilada. Al parecer é inspeccionando la figura, se desprende que las líneas de junta van adquiriendo más longitud á medida que se aproximan á la clave, resultando con esto cerchas varias, esto es, tantas como líneas de juntas haya en el dibujo, lo cual no puede ocultarse lo enojoso, largo y caro de tal procedimiento.

169. Esta es la razón por que fué necesario recurrir á una cercha especial, ingenioso aparato que subsana por sí solo semejantes dificultades. Está representado en la Fig. 135, compuesto de dos cerchones circulares iguales, colocados gemelos en contacto con sus tablas; las curvas superiores con que terminan están trazadas con el mismo radio del arco circular que se ha dibujado, pasando por los puntos de clave *o*, *O*.

El grueso de cada una de estas cerchas es de unos cinco centímetros aproximadamente, viniendo dispuesta en ellas en su parte media una ranura que interesa todo el espesor, concéntrica á la curva *A C B*, cuya debe ser idéntica á la de la Fig. 133.

Por medio de dos cuñas pasantes alojadas y prietas, la

una en un extremo de la primera y la otra en el extremo opuesto de la segunda, llegan á formar un sistema fijo, permitiendo á cada línea de hilada correr cada una de estas cerchas sobre la otra, valiéndonos del juego de las cuñas, cuyas vuelven á fijarse hasta obtener la longitud del arco que convenga á la hilada de que se trata.

Las cerchas en sus extremidades llevan dos pequeños hierros acodados en forma de *Z*, cuales permiten al apoyarse en los extradós de los respectivos arcos, el establecimiento de este pequeño aparato en el sitio correspondiente de la hilada cuya construcción se desea. Conviene advertir que cada una de estas cerchas no tendrá mayor longitud que aquella primera hilada cuyas dovelas no puedan colocarse directamente, esto es, sin necesidad de apoyos intermedios (pues así los cerchones superpuestos en toda su extensión coincidirán en la longitud que corresponda á dicha hilada); mientras que en el concepto de haber resbalado una cercha contra la otra, la longitud máxima que resulte de las dos así reunidas será igual á la línea *o O* de las claves.

Queriendo ahora servirse de ella, se empieza disponiéndola de modo que tenga la longitud de la hilada que se trata de armar, fijándola en sus extremidades *A B*, logrando, después de algunos tanteos, que sus caras se presenten bien verticales, y en este estado se la fija contra los flancos de los arcos, recurriendo á cuñas de madera bien prietas y remachadas.

Además, el obrero llevará buen cuidado al fijar este aparato, que el canto de éste venga ácoincidir con la misma línea que separa las dos hiladas continuas de dovelas, y no coincida á la mitad de la hilada. Véase para esto la Fig. 136.

Finalmente, también se tendrá muy en cuenta que las dovelas de una misma hilada no serán iguales en su ancho, en razón del modo como se ha procedido en la división en partes de los dos nervios que la sustentan, y á la disposición de la cercha curvilínea empleada para la montura ó formación; por todo lo que el obrero habrá de llevar gran precaución en ir retocando las dovelas, á fin de que vayan sucesivamente tomando las dimensiones y formas que les corresponde, según el sitio en donde hayan de alojarse.

170. Para el caso de la Fig. θ, núm. 140, que exista un arco toral intermedio transverso y luego dos formeros hacia

cada parte lateral de la planta, entonces la división en hiladas para el entrepaño puede hacerse del modo siguiente; cual es llevado con el mismo principio fundamental que en el caso más sencillo que se acaba de exponer.

(Fig. 137.) El semi-diámetro del arco ojivo, está expresado en *A C;* el formero lo indica la línea *A D*, y *D C* es el semidiámetro del arco toral, quien corta aquí en dos partes iguales al triángulo *A E C*.

Rebatamos los extradós de todos estos arcos sobre el plano horizontal, y así tendremos el arco apuntado *A F D* para el formero cuyo tiene su arranque más alto que los demás, en virtud de convenir así por la especial disposición de la planta.

El arco toral principal está representado por la curva *E G;* el *A Q* corresponde al arco ojivo, el que viene dado por una semi-circunferencia; y finalmente, el arco toral intermedio será el apuntado *D H*, con una flecha *C H* igual al radio del ojivo.

En el caso más ordinario, el arco toral principal tiene una altura *G J* menor que el radio del ojivo, mientras que el formero su altura será menor que la del mencionado toral principal.

Así dispuestos estos rebatimientos, tomemos, sobre el arco formero y á partir del punto de arranque *N*, una serie de distancias iguales (el número que la curva permita), cada una á la dimensión que queramos tenga la dovela del entrepaño, marcando los puntos que así se obtengan en *M*, *L*..... etc., refiriendo en seguida los mismos en *M'*, *L'*, *K*..... etc., de la proyección horizontal. Divídase ahora el extradós del arco ojivo en tantas partes cuantas sean las que hayan entrado en la división del arco *N F*, con inclusión de la *N N'*, tomando sobre la vertical de arranque; así obtendremos los puntos de división en *O*, *P*, *Q*..... etc., cuales, referidos á la proyección horizontal, corresponderán á los *O'*, *P'*, *Q'*..... etc.

Procédase á efectuar igual operación en el arco toral transverso, obteniendo así los puntos *R*, *S*, *T*..... etc., y con ellos deducir en la proyección horizontal los *R' S' T'*. Únanse luego dos á dos los puntos así obtenidos, tal como muestra la disposición de la figura; *N'* con *O'*, *M'* con *P'*, *L'* con *Q'*, *K* con *C*..... etc., y así estas rectas nos darán las proyecciones horizontales de las líneas de junta del entrepaño.

Pasemos ahora al arco toral *E G*, colocando sobre él y á partir de su arranque el número de divisiones posible, cada

una igual á la dimensión elegida para la longitud que haya de tener la dovela, cuya dimensión hemos fijado antes en la distancia *M N;* así quedarán fijados los puntos *U, V, Z*..... etc., siendo sus proyecciones los *U', V', Z'*; pasando ahora al arco ojivo y dividiéndolo en igual número de partes; éstas, trasladadas en proyección horizontal, nos irán dando los puntos *Y, Y', Y''*..... etc. Reunámoslos ahora dos á dos, esto es, el punto *U'* con *Y*, el *V'* con *Y'*..... etc., y así las líneas obtenidas serán las de junta del lienzo de entrepaño correspondiente.

Se completará, pues, la planta con los demás entrepaños, tal como acabamos de indicar, repitiendo luego las construcciones con análogos procedimientos y empleando las mismas cerchas que las que referimos en el caso más sencillo de la bóveda á simple aspa. Ya en el párrafo núm. 143 indicamos cómo los anglo-normandos introdujeron el nervio secundario, *a b* (Fig. ι), que unía la clave del ojivo con la del formero ó toral, al objeto de ocultar el ángulo entrante formado por la intersección de los entrepaños y dar así también más asiento á la masa de cubierta. Insiguiendo este procedimiento redujeron la magnitud del entrepaño parcial, dividiendo la planta de la bóveda en ocho triángulos en lugar de cuatro, que figuraban en la de simple aspa, consiguiendo dar al conjunto una forma como de esferoide, asemejándola á cúpula ovoidea que, trascendiendo á la práctica tamaña disposición, llevó, andando el tiempo lógicas deducciones, cuales concluyeron para dar nacimiento á una clase de bóvedas variadas, de mucha complicación, especialmente las llamadas simplemente inglesas.

171. La introducción del nervio *a b* (Fig. 138) se impuso dado el sistema de colocación del pequeño dovelaje de cubierta adoptado por los anglo-normandos. Estos hacían derivar dicha disposición de la que adoptaban en la cúpula en donde las líneas de junta eran paralelos de la superficie de intradós; mas como andando el tiempo quisieran introducir modificaciones en la bóveda cuales tendieran á los principios desarrollados en la entonces nueva escuela francesa, ó sea la bóveda de crucería con nervios diagonales; de aquí que introdujeran éstos en la suya; si bien al comienzo en disposición completamente falseada, véase la Fig. μ toda vez que se acusaban solamente aparentes, embebidos en la misma masa de

la cúpula que conservaba su misión activa, trabajando como antes, pudiendo con esto inferir la pura fantasía de dichos nervios por no sostener ninguna construcción, antes bien eran sostenidos por la masa general. Tal aberración no podía ni debía subsistir por mucho tiempo y bien pronto se presentaron ya independientes los citados nervios como en la Fig. 138, constituyendo firme osatura para recibir sobre sus costillas la masa pasiva, como son los lienzos triangulares de bóveda, cuales, siguiendo las disposiciones tradicionales de las líneas de junta de la cúpula, se asentaron de modo que las hiladas del dovelaje tuvieran su dirección paralela ó aproximada á las diagonales de la planta, dando con esto motivo á que parte de las hiladas tales como *d, d'* cargaran sobre el ojivo *A O* y sobre el formero ó toral *A B*, mientras que parte de las otras, las más altas tales como *c, c'* fueran entrecruzándose formando un ángulo entrante en el intradós precisamente en la línea que une la clave del formero con la del ojivo, conforme puede observarse en la figura vista anteriorment een la letra ϰ. Semejante colocación de las hiladas de la bóveda había de obedecer desde luego á una nueva combinación al dividir en partes los arcos formero y ojivo, y es que en el sistema anterior los extradós de estos arcos se dividían en el mismo número de partes, resultando en proyección horizontal que las líneas de junta que unían dos á dos, todos estos puntos tenían una dirección aproximada á los lados del cuadrado ó rectángulo de la planta, viniendo en definitiva á juntarse estas hiladas hacia la parte superior en el sentido longitudinal y en contacto á lo largo de dicha dimensión. Se infiere ahora que siendo el arco ojivo de mayor rectificación ó periferie que el formero, las partes parciales de aquél han de ser mucho mayores que las de este último, dado que, como ya se ha dicho, se hayan dividido en el mismo número de partes las dos líneas curvas.

Mas si procedemos de modo á dividir los arcos ojivos y formero, no ya en el mismo número de partes ó divisiones y sí en partes iguales, entrando de ellas el número que resulte en cada uno de estos arcos, entonces será cuando vendrá dispuesta la segunda solución.

Sea, por ejemplo, una bóveda de planta cuadrada (Lám. 20, Fig. 150); rebatamos en *a b* el formero y en *c d* el ojivo; divídase el formero en las partes iguales *a e, e f, f g*... etc. Igual medida de éstas se colocará sobre el arco ojivo en *c l*,

l m... etc. Resultará ahora, como es evidente, mayor número de divisiones de éstas en el arco ojivo que en el formero. Uniendo ahora dos á dos estos puntos; esto es, *e'* con *l'*, *f'* con *m'*... etc., obtendremos las direcciones de dichas nuevas líneas de hilada, cuales la de derecha é izquierda vendrán á juntarse longitudinalmente á lo largo de la línea de la clave *V X*. Insiguiendo esta disposición, no hay duda que hay más regularidad en las dimensiones parciales de las piezas que forman el dovelaje del entrepaño, que las que resultaban de seguir el sistema francés, según es de ver en la Fig. 139, en donde se puede hacer fácilmente el cotejo de los dos sistemas de disposición de la cubierta que forman los entrepaños. Además, este mismo lienzo de bóveda, podrá también montarse sin necesidad de cerchón gemelo (Fig. 135), bastando una sola cimbra transitoria que vaya del punto *O* al *o*, para poder recibir las dovelas de encuentro; mas ya hemos dicho que al objeto de ocultar el ángulo entrante formado en las intersecciones *a b*, de estos entrepaños, á la vez que obtener más resistencia y no tener necesidad de cimbra auxiliar, se echó mano de nervios supletorios de piedra labrada, que reunían la clave centro de los ojivos con las claves de los formeros y torales, nervios que llegaron á tener gran importancia á medida que fueron complicándose las bóvedas, el cual vino á constituir el espinazo de las mismas en donde iban á concurrir otros nervios secundarios, al objeto de aumentar su resistencia.

Así es que nos podremos hacer cargo de la conveniencia que hubo de echar mano de estos nuevos nervios ó ligaduras, si nos fijamos por un momento en la Fig. 140; allí, mientras que el nervio introducido por los anglo normandos, tal como es el *M O*, tenga una curvatura bastante pronunciada, no habrá ningún inconveniente en que reciba el apoyo de las hiladas del dovelaje de la bóveda, cuyas hemos visto, concurren allí dos á dos formando un ángulo entrante. Mas en el momento que se eleve la clave del formero en un punto tal como *N* á una altura igual ó aproximada á la clave del ojivo, entonces sucederá que la curvatura del nervio supletorio de sostenimiento *O N* será muy poca ó nula, dado que los dos puntos sean de nivel, y en este caso se comprende fácilmente que dicho nervio puede ceder hasta romperse en virtud de la presión ejercida sobre él por el peso natural de la serie de hiladas del dovelaje. A evitar este accidente, los cons-

tructores anglo-normandos y después los ingleses recurrieron á otros nervios llamados (*) braguetones tales como *B E'*-*B' E*, *B F*-*B' F'*, partiendo del abaco del capitel para concurrir en una como clave colocada en punto ó puntos intermedios del espinazo.

Juzgando después que quizá sería insuficiente este recurso se llamó en auxilio de otros nervios intermedios, tales como *A I*, *A T* (Fig. 141), llamados contrabraguetones, que arrancan también del abaco del pilar, dirigiéndose por la parte superior hacia una clave intermedia en altura tal como *I*, *T*. A estas claves también concurren otros nervios llamados cadenas, y que parten de los puntos más altos, tales como el *G* clave de formeros ó torales y el *O*, clave de los ojivos.

172. La disposición dada al espinazo ó nervio de hilera *O N* (Fig. 140), en virtud de haber levantado la clave de formeros y torales á la altura de la clave de los ojivos, fué adoptada por los constructores franceses al objeto de poder practicar grandes aberturas luminares, así como también para la buena disposición de las piezas horizontales que formaban los tirantes de armadura sin necesidad de grandes gastos en la elevación de muros de sostenimiento, adoptando muy en breve las mismas disposiciones los constructores anglo-normandos, cuales, como hemos visto, vinieron en la cuenta de la poca resistencia que ofrecía la nueva disposición dada al nervio supletorio *O N*, induciéndoles á introducir los nuevos nervios de que se ha hecho mención.

(*) Según Bails: *Braguetón*.—Nervio en que las bóvedas ojivales de crucería parte de los mismos puntos que los aristones y van á parar en las cadenas, con las que se reune por medio de florones.

También se llaman arcos torceletes.

Cadena.—Es cada uno de los nervios que cruza una bóveda ojival de aspa, convirtiéndose en de cruz y que van á la clave central desde las de los cuatro arcos que rodean la bóveda ó desde las intersecciones de los braguetones.

Miradas las bóvedas en el estilo ojival se ve á las *cadenas* en las del último período, adornadas con frecuencia y profusión de angrelados, festones y cresterías.

(Villamil,—*Arqueología cristiana*)... La bóveda de cruz, que es la de aspa, lleva también nervaduras rectas llamadas *cadenas*.

Valdivieso.—Muchas veces la bóveda de crucería se complica con otros dos nervios, como son el braguetón y el falso braguetón, el primero va desde el arranque á un punto cualquiera del espinazo, y el segundo que detiene su camino en un punto intermedio para reunirse con las cadenas.

173. En general la estructura de los arcos torales, la constituía dos hiladas de dovelas superpuestas tal como indica la Fig. 142 en las secciones *A, B,* pues con este sistema el arco ofrecía más elasticidad, y, por lo tanto, más resistente que si las dovelas *A* y *B* fuesen de una sola pieza; además como quiera que realmente la función de esta clase de arcos era servir como de cimbra permanente que había de recibir la tablazón *D* sobre la cual había de descansar la bóveda de cubierta en el momento de su construcción, de aquí es que la parte de hilada superior que corresponde á la letra *B,* se la acompañara en sus extremos laterales por dos pequeñas molduras voladas, cuales eran precisamente las que habían de recibir, apoyándola, el extremo de dicha tablazón *D.*

Sin embargo, los arcos formeros (Fig. 143) continuaron subsistiendo de una sola hilada, ya por tener un diámetro más reducido que los torales y no estar afectos como ellos á tanta resistencia, pero siempre llevando consigo en la parte superior la moldura saliente para facilitar la colocación del dovelaje de la bóveda.

174. Más tarde los lienzos de bóveda se apoyaron sobre los ojivos mediante unos resaltos practicados en aquellos arcos, tal como muestra la Fig. 144, así como posteriormente vinieron á descansar directamente sobre el arco, según indica la Fig. 145.

Con la introducción de las nuevas ligaduras, como son braguetones, falsos braguetones y cadenas, se vino á formar el esqueleto de la bóveda por medio de una red de nervios que fueron aumentando sin cesar, reduciendo cada vez más los compartimientos destinados á ser cubiertos por los lienzos de bóveda propiamente dicha, combinando con ello una serie de formas y dibujos caprichosos, simulando en general estrellas, siendo tantas y variadas las combinaciones que según el ingenio del artista puedan resultar, que sería en extremo prolijo ó poco menos que imposible si se tratara de reseñarlas en detalle, y como por otra parte tienen bastante semejanza dentro los sistemas de construcción general que informan, de aquí es que nos concretemos á reseñar uno de tantos casos que aparecer puedan con alguna complicación, para así guiarnos y servir perfectamente de norma para todos los demás y del cual nos ocuparemos dentro de poco.

BÓVEDAS
Anglo-Normandas

175. Con la conquista de Inglaterra, allá hacia el año 1066, llevada á cabo por Guillermo II (*), duque de Normandía, adquirió en este país una nueva faz, los rumbos llevados á la Arquitectura y que mucho más adelante había de dar sus frutos en las variantes que ocurrieron en el estillo llamado ojival, y esto era evidente dada la influencia que sobre las distintas manifestaciones del arte, había dè pesar con la dominación de la gente normanda, cual llevaba consigo conocimientos especiales, que desarrollar debían bajo un nuevo rumbo, al encontrarse en otro suelo y con construcciones algo distintas, aunque en principio nacidas del mismo germen de las que dejaron en su patria.

Todo al principio es sencillo, embrionario, concretándose los normandos en el comienzo de su dominación, á simples modificaciones y variantes que se repiten sin cesar, aunque trasluciéndose por grados un espíritu de inventiva, pasando con el tiempo de una á otra innovación, según las exigencias que las prácticas de los principios determinan, hasta llegar final-

---

(*) Augusto Thyerry refiere una anécdota, por cierto muy curiosa, sobre la llegada de los normandos, cuando literalmente dice: que las tropas de Guillermo desembarcaron en Pevensey, cerca de Hastings, siendo el último en desembarcar el mismo duque Guillermo, quien en el momento que pisaba el suelo inglés puso un pie en falso y cayó en tierra. Al instante se levantó un murmullo general y oyéronse varias voces: *Dios nos proteja, esta es mala señal,* mas levantándose de pronto Guillermo exclamó: *¿Qué tenéis? ¿Qué os admira? He cogido esta tierra por mis manos, y por el esplendor de Dios, que ella es mía y vuestra, tan extensa como sea.* Esta réplica neutralizó de repente el efecto del mal presagio.

Guillermo, duque de Normandía, llamado el bastardo, como por su nacimiento, y el conquistador, por haber hecho la conquista de Inglaterra, se apoderó del reino en 1066, después de vencido y muerto Araldo, último monarca sajón. Todo es de admirar en la empresa de Guillermo: preparativos, ejecución y feliz éxito. Las relaciones con los franceses mejoraron la rudeza de las costumbres inglesas, floreciendo desde entonces en la isla las ciencias y las artes. A Guillermo debe Inglaterra el gran papel que en adelante ha representado en el mundo. Por esto dice bien un escritor moderno que *la nación inglesa, que lo detesta, le debe, no obstante, su gloria.*

mente á un período en que el estado primitivo se cambia por completo en otro nuevo y remozado, gracias á las modernas luces y senderos conquistados por el acumulado estudio y práctica en el ejercicio del arte que se profesa, cual es llevado por la inflexible ley de los razonamientos y deducciones, cuando éstas son de tal índole, que una de ellas sea consecuencia forzosa de la que le precede.

176. Así, pues, empezaron los normandos su trabajo, restaurando los edificios que encontraron á su paso, ya también modificándolos, haciéndolos más holgados, ya ensanchándolos horizontalmente, ya dándoles mayor altura, pero sin atreverse en un principio á alterar la estructura general del sistema.

La bóveda de arista romana, continuó adoptándose largo tiempo en Inglaterra, y sin producir en ella particular innovación, hasta que, andando el tiempo y llegado el reinado de Enrique II, de 1154 á 1189, viene con él el período de transición. Se distingue este período, porque en él se lanzan á más altura las líneas verticales, son más elegantes las proporciones, las masas se presentan con más esbeltez, los pilares y fustes de columna, antes gruesos y deprimidos, son ahora ligeros y atrevidos, remontándose hacia alturas desusadas, se proscribe el capitel cúbico de épocas precedentes, adoptando en cambio para él, la forma circular que aparece ataviado con caprichosos detalles de una flora exuberante, se enriquecen sus abacos, cuyos se les acompaña de gran número de molduras horizontales; en fin, las galas y preseas en el ornato se difunden por doquier, preparando así el período álgido de tanto afán de exornación, como había de ser aquél, en que aparecieron en el siglo XV las célebres y tan renombradas bóvedas de abanico y devanadera.

177. En este período de transición, es cuando los arcos diagonales ú ojivos adquieren la forma del arco apuntado, abandonando con esto la forma semicircular, lo propio que los torales y formeros, introduciéndose los nervios intermedios, llamados braguetones y falsos braguetones, según que alcanzaran al espinazo de la bóveda, ó se detuvieran en puntos intermedios para buscar el enlace con otras ligaduras secundarias, llamadas cadenas. Ya las líneas del espinazo de la bóveda son horizontales, formando cruz (Fig. 151, Lám. 20),

como en la planta de la catedral de Lichfielh, ó ya parte de estas líneas de espinazo se separan á distintas alturas, encontrándose alguna de ellas inclinada al horizonte, multiplicándose las ligaduras ó cadenas, proyectándose en la planta por medio de caprichosas y complicadas estrellas, reduciendo los compartimientos parciales de los entrepaños de bóveda y siempre con tendencia á fortalecer la concurrencia de los nervios con numerosas y variadas claves, como de ello es buen testimonio (Fig. 152) la bóveda del arquitecto Guillermo Wykcham, en la catedral de Winchester, obra del final del siglo XIV.

178. El número de edificios religiosos llegó á ser en extremo considerable, cosa que no es de extrañar, habida cuenta del piadoso celo que animó á los nobles y al pueblo durante las cruzadas. En el reinado de Enrique III solamente, construyéronse hasta ciento cincuenta abadías, prioratos ú otras casas religiosas; mas por desgracia vino un período de infeliz situación para el país, y fué cuando las opiniones de Wyckliff y de sus sectarios entibiaron considerablemente los espíritus. Produjo con todo la arquitectura sagrada en esta época, varios monumentos que se consideran como obras maestras; tales son el colegio de Teología de Oxford, la capilla del colegio del rey en Cambridge, la iglesia colegial de Fotheringay y la capilla de San Jorge en Windsor.

La arquitectura militar hacía los mismos progresos que la arquitectura sagrada; porque el espíritu belicoso reinaba en el fondo de las almas con tanta fuerza como el espíritu religioso. Los barones poseían un medio poderoso para tener moradas suntuosas y construirlas con poco gasto. Lo que el clero encontraba en la piedad y celo religioso de los fieles, los barones podían obtenerlo sin dificultad por la violencia; puesto que el vasallo debía sumisión absoluta á sus señores. Tuvieron, pues, los barones suntuosas moradas, castillos coronados de almenas y construídos con magnificencia, mas todas estas construcciones, toda esta suerte de edificios revelan claramente las tristes preocupaciones de aquella época; tendiendo ellas al resultado de sacrificar la comodidad á la seguridad y la elegante sencillez á la exuberancia de los adornos.

179. Hecho este brevísimo, pero necesario resumen de los derroteros y cambios en que pasó en Inglaterra la arqui-

tectura en las épocas de que se ha hecho mención hasta encontrar los monumentos que contenían las bóvedas formadas por las combinaciones de diversos nervios y ligaduras radiales dibujando estrellas, pasaremos á la descripción de un ejemplo de esta clase; escogiendo al efecto la disposición que indica la Fig. 141, Lám. 19, aunque limitando su estudio en el detalle de una cuarta parte de la planta.

BÓVEDAS DE CRUCERÍA

Sistema de ligaduras en estrella

180. La planta que hay que cubrir (Lám. 20, Fig. 149), será un cuadrado cuya mitad representamos solamente en la proyección horizontal en *A*, *B*, *C*, *D*, y su centro está en *O*; se empezarán representando los ejes de los arcos que van á formar la osatura de la bóveda, y en este concepto *M B* será el eje del formero, *G K* el del toral, la diagonal *O H* el del ojivo. Ahora se dispondrá en planta la figura que afecte el conjunto de nervosidades de la bóveda; así es que escogiendo el punto *E* dentro del triángulo *O G A* y el punto *F* en el interior del triángulo *O A B*; podremos unir *E* con *O*, con *G*, con *A* y así tendremos la recta *O E*, la *E G*, la *E A* terminada en *I*, las dos primeras serán ejes de nervios ó ligaduras conocidas con el nombre de cadenas, mientras que la tercera *E I* representa el falso braguetón. Del mismo modo en el otro triángulo *B O A*, las cadenas serán *O F*, *F B* y el falso bragueton el *F J*, téngase ahora en cuenta que estos dos falsos braguetones, así como el ojivo, quedarán limitados por la parte inferior, esto es, en su arranque en la línea *K I H J M*, que representa el abaco del pilar. Así estas líneas componen el conjunto de la cuarta parte de la planta un dibujo en estrella que es el que se ha escogido para nuestro estudio.

181. Precisa ahora venir á buscar la proyección vertical de todos estos arcos, partiendo de los datos conocidos, como son los arcos del formero, del toral y de la curva matriz, formada por un arco de circunferencia situado en el pla-

no de proyección vertical *L T*, curva que enlaza el punto más alto de los arcos de intradós con el punto culminante *B'* del formero. Con el auxilio de estas tres curvas irán naciendo naturalmente las demás que se encuentran dentro del triángulo referido. Veamos, pues, cuáles son estas líneas representadas en proyección vertical.

1.° El toral *G K* es paralelo al plano de proyección vértical, en él, pues, vendrá referido en su verdadera magnitud; y dando por supuesto que su altura es *O G'*, proyectando *K* en *K'* trazaremos el arco apuntado *G' K'*, y éste será el toral.

2.° El formero *B M*, situado como está en un plano de perfil su proyección en el plano vertical estará expresada por la recta *B B'*, ya que hemos escogido esta altura para el mismo.

3.° El arco matriz situado en la cabeza de la bóveda, habiendo de pasar forzosamente por *O'* y *B'*, debiendo ser circular, se podrá trazar fácilmente valiéndonos de la cuerda *O' B'*, trazando luego en su punto medio una perpendicular que prolongaremos hasta el punto α en donde corta al plano de arranque ó línea de los abacos; haciendo, pues, centro en α y con el radio α *O'* trácese el arco circular *O' B'*, el cual adoptaremos como director de las líneas interiores del triángulo.

Ahora es cuando se podrá pasar al trazado de los demás arcos. Empecemos por el ojivo *O H*. Hágase girar el plano vertical *O H* hasta rebatirlo en *O H''*, únase *O'* con *H''*, la recta que así resulta será la cuerda del arco; tómese su mitad, trácese en el punto medio la perpendicular, ésta cortará en β á la línea de los abacos, β será el centro del arco que se trazará en *O' H''* con el auxilio del radio β *O'*. Vuélvase ahora el plano vertical *O H''* á su posición primitiva *O H*, siguiendo en su camino todos los puntos de la citada curva, que vendrá definitivamente á colocarse en la proyección vertical en *O' H'*.

182. Para trazar el falso braguetón *F J* prolónguese este eje *F J* hasta el punto *N* en donde corta á la *L T*; este punto lo concebiremos situado sobre la curva matriz en *N'*, hecho esto, gírese el plano vertical *N J* alrededor del eje *N N'* hasta obtenerlo rebatido en el mismo plano vertical de proyección *N J''*. Unase ahora *N'* con *J''*, la recta así obtenida será la cuerda del arco, la que en su punto medio se le-

vantará una perpendicular hasta que corte en γ á la línea de tierra, así es que haciendo centro en γ con el radio $\gamma N'$ se trazará el arco circular $N' J''$. Obteniendo así en verdadera magnitud el arco, deshágase el giro anterior, colocando nuevamente la curva obtenida en el plano vertical $N J$, obedeciendo á este movimiento todos los puntos de la citada línea, la cual se habrá de aprovechar no más desde el punto F cuya proyección vertical F' se obtendrá teniendo en cuenta que al girar la proyección horizontal F, el punto incógnito del espacio describirá un arco horizontal hasta colocarse en F'', mientras que al deshacer el giro F'' se irá proyectando sucesivamente en su movimiento en la horizontal $F'' F'$ así es que este punto F' vendrá dado por la intersección de la horizontal $F' F''$ y la vertical levantada por el punto F. Así obtendríamos otros puntos intermedios en F' y J', y con ellos la proyección vertical de la curva $F' J'$ eje del falso braguetón.

183. Insiguiendo análogas operaciones lograremos fijar en el espacio el eje curvilíneo, de la cadena $O F$. Así es que girando el plano vertical $O F$, gira alrededor del eje O, hasta rebatirlo en el plano vertical, el punto del espacio vendrá á situarse en F''', se unirá O' con F''' y con el auxilio de la cuerda que así resulta, la perpendicular trazada en el punto medio el punto δ en que ésta corta á la $L T$ trazaremos con su auxilio el arco $O' F'''$, trasladándolo luego por medio de un giro á su primitivo plano vertical, y así vendremos á obtener su proyección en el arco $O' F'$.

Para la otra cadena $F B$ rebatiremos su plano en $B F_1$, el punto F_2 vendrá en F_1, mas como B' es punto obligado, en donde concluya el arco en el plano vértice del eje del formero, de aquí se infiere que trazando la recta $B' F_2$, así como la perpendicular en su punto medio, esta última nos cortará en ε el plano de los abacos, y haciendo centro en ε se podrá trazar ya desde luego el arco $B' F_2$, conduciéndole en seguida junto con los puntos que en él se escojan á su verdadera posición, cual es $F' B'$.

184. Operaciones iguales reproduciríamos ahora para con respecto á todas las líneas interiores del triángulo $A G O$, teniendo en cuenta, empero, que la línea matriz de las mismas sería el arco circular que enlace en el espacio el pun-

to O con el culminante G del toral, arco que rebatiremos en $O g$ en el plano de proyección vertical para poderlo trazar en este plano en su verdadera magnitud, y con arreglo á él inferiremos el falso braguetón $E I$, $E' I$; las cadenas $G E$, $G' E'$, $O E$, $O' E$, todo con arreglo á operaciones análogas que hemos hecho anteriormente, conforme muestran detalladamente todas las construcciones que se hallan indicadas en la Fig. 149.

Teniendo así dibujados los ejes de estos nervios se procede á fijar en la proyección horizontal los anchos de los mismos, operación que para mayor claridad se ha hecho en la parte simétrica de la planta, señalando al mismo tiempo en cada una de estas ligaduras, las proyecciones horizontales de las aristas que limitan las molduras con que aquellas nervosidades están afectas.

A este fin se procede á trazar en el plano del abaco P los perfiles de las secciones rectas de los arcos concernientes en el ángulo D, tales como son, el formero, toral, ojivo y falsos braguetones, haciendo luego lo mismo para las cadenas, pero disponiendo aparte los perfiles de molduras, que respondan á las secciones rectas de las mismas.

185. La concurrencia de las ligaduras en los puntos altos de la bóveda, se fortifican haciéndolas más solidarias, disponiendo en dichos puntos las claves Q, R, O, de dimensiones proporcionadas para que pueda tener éxito la unificación de los ramales, y, finalmente, precisa ahora señalar en el plano de proyección vertical el corte producido por el plano $L T$ sobre la superficie de intradós, del entrepaño de la bóveda y que aquí suponemos ser el arco circular $S U$, mientras que $X Z$ es el del extradós, y, por lo tanto, entre estos dos vendrá señalado el grueso del mencionado entrepaño.

186. Las operaciones que ahora son pertinentes, se reducen á practicar el despiezo parcial de cada uno de los nervios, recurriendo á planos auxiliares de proyección vertical que pasan respectivamente ó sean paralelos á las líneas de eje de los mencionados arcos, y con esto dicho se está que existirán tantos planos de esta clase, como nervios haya.

En realidad estas operaciones podrían también efectuarse en el plano primitivo $L T$, toda vez que en él se han referido todos los arcos de los citados nervios, al rebatirlos sobre el

mismo y trazar en ellos las curvas, ejes respectivos de los mismos; mas como quiera que unos resultados se confundirán con otros, así como también ocultarían algún tanto las construcciones auxiliares de que antes nos hemos ocupado, es preferible, para mayor claridad, emplear planos parciales de rebatimiento, y así tener más á mano y expeditos los resultados exentos de toda confusión con otras operaciones extrañas á él.

El trazado de semejantes proyecciones auxiliares, es sumamente fácil, pues todo queda concretado al dibujo y despiezo de los sencillos arcos circulares, por lo que nos concretaremos á apuntar las operaciones. Así por ejemplo, el arco ojivo $O\ H$ en el rebatimiento que hagamos alrededor de $O\ H$ como línea de tierra nos dará el eje curvilíneo de dicho arco, cuya curva será idéntica con la que hemos obtenido en $H''\ O'$. Se procederá en seguida á dibujar con él, sus líneas compañeras y concéntricas y que dependerán de las molduras que se escojan así como del eje del ojivo. Los salientes de estas molduras en el arranque, los darán los puntos de partida de dichas curvas sobre el cimacio del capitel, cuales vienen expresadas en P, cuyas se proyectarán en la nueva línea de tierra de referencia, y así obtenidos, con el auxilio del centro común se podrán trazar todos los arcos concéntricos así como el contorno aparente de todo el ojivo. El despiezo se hará también en este plano, dividiendo el arco en un número de partes iguales, dirigiendo en seguida las juntas normales, y, por lo tanto, concurrentes al centro debido y que habrá ocupado el punto 6.

Aquí, bajo el punto de vista de aparejo y construcción, estos arcos los podremos subdividir en tres partes; la primera quedará concretada en las inmediaciones de su arranque, esto es, cuando los arcos al nacer del abaco lo hacen juntos, penetrándose recíprocamente, y en donde convendría, por lo tanto (núm. 161), que las juntas sean de simple asiento, esto es, prescindiendo de la normalidad, adoptando en su lugar simples planos horizontales.

La segunda parte estará situada principalmente en la bifurcación de los nervios cuando encuentran las claves que los unifican, y entonces cada clave lleva consigo tantos ramales de arcos, como á ella van á concurrir, produciéndose así una piedra algo complicada.

Tercero, y finalmente, de todo el arco comprendido entre la clave y el punto donde tiene lugar la independencia de los nervios en la parte baja. Esta tercera zona de dovelas es sumamente fácil, por componerse simplemente de arcos rectos aislados, por lo que el despiezo se reduce á su más simple expresión, sin que tengamos de ocuparnos para nada de esta parte.

187. La Fig. 153 explica las operaciones de detalle para definir una clave secundaria, como por ejemplo la Q. Tres son los nervios que á ella concurren, el falso braguetón y las dos cadenas; para el primero, se ha recurrido con arreglo á lo más arriba indicado en el plano vertical $Q\ L'$, y para los otros dos nervios á los que tienen por línea de tierra respectivas las $Q\ L''$, $Q\ L'''$.

Dado el punto inferior ω, ω', ω'', en cada uno de estos planos rebatidos, tómese sobre la vertical que pasa por él, la altura $\omega'\ m' = \omega''\ m'' = \omega\ m$ igual á la separación del mismo al plano horizontal superior con que termina esta clave; este plano será el de operaciones del cual se ha hablado otras veces; limítese luego el cuerpo lateral de dicha clave, que aquí en este caso, es un cilindro al cual en tres distintas direcciones, van á encontrar los ramales de arcos proyectados respectivamente en φ, ψ y Δ cuyos trazados con facilidad conociendo el peralte y su centro, datos que proporcionará la Fig. 149 del conjunto.

En estos planos auxiliares, es que ahora podrán limitarse estos ramales por medio de las juntas normales que creamos convenientes trazar, dependiendo éstas, de la mayor ó menor proximidad que convenga tengan con respecto al mismo cuerpo de la clave; aquí estas juntas están expresadas en $a\ c$; $d\ e$, $p\ q$. Con arreglo á estos cortes, puédese ahora limitar fácilmente la proyección horizontal que luego va á servir para el labrado de la piedra. Y en efecto, ello quedará todo reducido á limitar los distintos ramales $Q\ L'$, $Q\ L''$, $Q\ L'''$ por medio de rectas perpendiculares á estas líneas de tierra y que parten de los puntos más salientes de la proyección vertical de cada uno de los tres ramales. Estos puntos son los expresados en p, c, d. Excusado es decir que las plantillas, objeto de las juntas $p\ q$, $c\ a$, $e\ d$ no hay necesidad de buscarlas porque ya se conocen en el mero hecho de dársenos como á dato la sección recta de cada uno de los arcos.

188. El labrado de esta piedra es análoga al que expresamos en el núm. 158 al tratar de una clave principal, por lo

que lo apuntaremos ligeramente, pues por otra parte la Figura 154 muestra con bastante claridad las diversas operaciones necesarias hasta llegar á obtener la piedra tal cual es.

Escójase un bloque que pueda contener dibujada en su base superior la proyección horizontal de todo el contorno límite de la Fig. 153, mientras que por altura de este prisma alcance la que expresa la vertical *m* ω.

Lábrense luego los planos de junta 1-2-3-4, 7-8-10-9 con arreglo á los baiveles deducidos de la Fig. 153, colocando en ellos en su debido lugar las plantillas Σ, Σ', procediendo al labrado y desvaste del resto de la piedra, conforme hicimos en la Fig. 115. Adviértase aquí tan sólo, que los planos de junta de la Fig. 154 no obeceden á la misma disposición de la Figura 153, todo con el objeto de que puedan estudiarse mejor con la nueva modificación.

189. Pueden existir distintas variaciones para con respecto á las claves que se encuentran en la concurrencia de nervios, así es que hay algunas que su volumen es mucho más reducido que el que hemos empleado en nuestro caso, consistiendo aquéllas muchas veces no más que en un simple adorno pegado como si dijéramos en el intradós del cruce de las ligaduras, como de ello da testimonio la Fig. 119, Lám. 17 y Fig. 157, Lám. 21. Nosotros hemos escogido precisamente el sistema que estaba más generalizado cuando aparecieron es- estas bóvedas complicadas, dando lugar á tantas combinaciones cogiendo al efecto piedras de gran volumen, partiendo de la especie ó axioma de construcción, como partían los antiguos, de que la bóveda gótica su clave ha de ser pesada, á fin de impedir el movimiento ascendente de los nervios en virtud de los esfuerzos ó presiones ejercidas en los tercios de la bóveda, y quizá se llegó algún tanto á exagerar semejante práctica que llegó á dar resultados contraproducentes y perniciosos por lo abusivo de tales excesos, cargando así á las bóvedas, con pesos enormes cuando entraban muchos cruces de nervios, por exigirlo así las complicadas figuras que afectaban, entrando con ello el empleo de muchas claves y que aparte de los defectos consignados venían, á afear algún tanto el efecto del conjunto con el gran número de cuerpos salientes, al parecer como nuevas estalactitas.

Una vez obtenidas las proyecciones parciales de cada nervio enlazadas con su correspondiente clave, se puede pasar á

referirlas á una sola proyección y así unificar todas dichas operaciones, formando la proyección vertical del conjunto de la bóveda, como así lo demuestran todos los detalles de la proyección vertical de la Fig. 149; mas si bien se considera esta última proyección no es de absoluta necesidad, sirviendo solamente para últimar el problema, contribuyendo á su mejor efecto y también para llevar á cabo alguna comparación, referente á las construcciones que han originado los dibujos aislados del rebatimiento de los planos verticales, que pasan por las líneas de eje de los arcos.

La labra de las claves con los ramales adjuntos de los arcos á ella concurrentes, se practicará análogamente á lo expuesto para la clave del número 158.

190. En cuanto á las piezas que constituyen salmer en el arranque, ya hemos dicho que en ellas, los arcos se bifurcan dándonos en sus intersecciones mutuas los enjarges que mencionamos en el número 164, y aquí como allí las intersecciones se encontrarán por medio de planos horizontales auxiliares 1-1, 2-2, 3-3... etc., los que podrán servir algunos de ellos como de asiento, sustituyendo á la dirección normal, hasta tanto no se hagan independientes dichos nervios al llegar al último plano 1-1.

Estas secciones cortarán á los nervios según contornos que se combinarán mutuamente en sus intersecciones, según demuestra la Fig. 155, dándonos con ello las líneas de intersección de enjarge *u v*, *x z*, etc., cuales se trasladarán verticalmente á los sitios que correspondan para luego tenerlas en cuenta al labrar la piedra del conjunto que comprende el haz de nervios.

BÓVEDAS INGLESAS

191. En la bóveda francesa, cada uno de los entrepaños triangulares que hay que cubrir está constituído, según ya hemos visto, por un pequeño dovelaje, ligeramente arqueado en el intradós de sus hiladas, formando de este modo una bóveda supletoria, cuya concavidad tiende á referir el peso de

cada lienzo, sobre los nervios, ó si se quiere cimbraje independiente. Así, pues, cada triángulo de la bóveda francesa es una zona independiente de las demás, subsistiendo por sí misma, sin necesidad de auxilio de sus compañeras, si bien es verdad que una vez todas colocadas vienen mejor á compensarse unas con otras con respecto á los pequeños esfuerzos que desarrollan entre sí, viniendo á resultar la unificación del sistema.

192. Los constructores ingleses consideraron de una manera muy distinta esta clase de cubiertas, cambiando las pequeñas bóvedas de estos recintos triangulares por simples plafones, ó si se quiere por bastidores, llenando los compartimientos correspondientes conforme lo harían los entablados de madera al cargar sobre los cuchillos de sus armaduras (nos referimos bajo el punto de vista del resultado, no de la disposición, pues ésta depende de la naturaleza del material que se emplee).

Esta nueva manera de considerar los entrepaños, no es, por otra parte, arbitraria, no obedece tampoco á un simple capricho. En efecto, hecho mérito de la disposición adoptada en el sistema francés (número 168), divide al formero en partes iguales, así como al ojivo en igual número de divisiones, resultando con esto las partes de este último mayores que las del primero, infiriéndose de ello que al unir dos á dos los puntos correspondientes, para que den así las hiladas del pequeño dovelaje, aparezcan las zonas parciales de intradós de anchura desigual en todo el trecho de cada una de ellas, y aun este ancho se presenta algo más pronunciado en la sección media del entrepaño triangular, en razón del mayor desarrollo que afectaría la longitud de la superficie en aquel sitio, deduciendo finalmente con esto que el obrero viene obligado á retocar las dovelas, pieza por pieza, en el momento de la colocación, dando lugar á que vayan entrando en el sitio que les pertenezca, así como también la verdadera forma que hayan de afectar (*).

(*) Sobre este particular y al fijar bien la condición de que la cercha auxiliar se conserve vertical, Viollet-le-Duc nos dice. «Al venir obligado el obrero á colocar la cercha con perfecta verticalidad, consigue que las líneas de hilada de la bóveda vengan situadas en cada uno de estos planos verticales, logrando sin darse cuenta de ello que la repartición sea equitativa, dotando al efecto á las partes correspondientes de la mayor anchura que les pertenezca, todo en virtud del mayor desarrollo que les concierna por la concavidad de la bóveda. Todas estas operaciones son de más rápida y fácil construcción que el tiempo que empleamos en referirlas, no habiéndonos sugerido ninguna dificultad en los distintos casos que las hemos llevado al terreno de la práctica. Un albañil que sea ducho en esta clase de trabajos, ayudado que esté por un simple peón que le vaya sin cesar dándole á mano las piedras ó pequeñas dovelas ya desvastadas, así como el mortero que necesita para el enlace, formará pronta y expeditamente un entrepaño de bóveda, sin recurrir á cimbrajes, ni á medios dispendiosos, valiéndose tan sólo de una simple cercha, de un pequeño martillo y de la paleta.

Una vez que el operario llega á estar bien poseído de la estructura de esta clase de bóvedas (cuyos procedimientos no tarda mucho en dominar), colocará las hiladas con suma facilidad y destreza á la vez que irá retocando las piedras con su martillo para hacerlas perder el paralelismo al entrar en la zona de hilada correspondiente.

La hilada, una vez colocada, forma una especie de arco, detalle que permite quitar en seguida la cercha sin que de ello resulte ninguna deformación en las líneas ó intradós arqueado. El grueso de las dovelas es regularmente muy poco. En general las construídas al final del siglo XII, llegaban á alcanzar por término medio un espesor de 10 á 12 centímetros, según aparece del examen hecho con varias bóvedas de esta época.»

Mediante esta disposición, las hiladas vienen á proyectarse horizontalmente en una dirección aproximada perpendicular á las líneas del formero, y así las dos hiladas más altas vienen á juntarse paralelamente en la línea de la hilera que une las claves de los arcos ojivo y formero.

Las superficies de estas bóvedas secundarias, siendo cóncavas y su generación algo indecisa, sucede que no se presta con holgura y exactitud el trazado geométrico en el dibujo de estudio y plano de montea, dependiendo el mejor acierto, en la táctica más ó menos habilitosa del albañil al ir colocando dovela tras dovela, retocándolas sucesivamente á medida que lo exija el sitio destinado para ellas y obrando en estas operaciones por sí solo, esto es, sin el concurso de director ni maestro aparejador para suministrarle los puntos de marca por donde han de pasar las generatrices variables, que en su conjunto formarán la superficie de intradós del compartimiento triangular.

193. Los constructores ingleses, más nimios y atildados en los detalles que sus vecinos, teniendo á la vista los inconvenientes anteriores y poseídos de un espíritu esencialmente práctico, no permiten en su modo de ser, dejar indecisiones,

máxime de cuestiones se traten susceptibles de ser previstas de antemano, así como estudiadas y resueltas.

Precisa sobremanera fijar mucho la atención sobre este punto, sobre todo en la distinta manera de rellenar los entrepaños, pues casualmente esta nueva disposición llevó consigo por sí sola, una serie de deducciones hasta obtener por ellas todo un nuevo sistema de estructura, que había de informar las nuevas bóvedas inglesas, así como en pos de ellas, aparecer su última manifestación, cual fué las bóvedas llamadas en abanico.

194. Con el fin de obtener, pues, más regularidad en las hiladas de los entrepaños, dividieron en partes iguales el arco formero y el ojivo (cada una de las partes del uno igual á las correspondientes del otro), y con sólo esta modificación, se obtuvieron una serie de zonas de hiladas paralelas, dovelas de igual grueso, las líneas de junta, rectas casi horizontales, y todas las fajas de hilada viniendo á encontrarse dos á dos sobre la línea del testuz de la bóveda, esto es, la que une la clave del formero con la del ojivo, sobre la cual se entrelazan cabalgando una con otra y produciendo un ángulo entrante en el intradós á lo largo de dicha línea, y finalmente el obrero viene dispensado á efectuar el retoque de las dovelas conforme estaba obligado en el caso anterior.

195. La introducción del nervio *A' O* (Lám. 21, Fig. 156) en la hilera ó testuz de la bóveda, fué una lógica consecuencia del modo de efectuarse el encuentro de las hiladas al cabalgar entre sí, solapándose á lo largo de aquella línea, ya que ella las ofrecía conveniente apoyo ocultando al mismo tiempo el ángulo entrante formado por el mencionado encuentro de los intradós.

Mas tal podrían ser las condiciones del problema que exigiera por las propiedades especiales de la planta, que este nervio tuviera mucha longitud, y en este caso estaba expuesto á romperse bajo la carga que había de soportar. Entonces se acudió al braguetón *H' D'* para el auxilio de aquél, partiendo del abaco del pilar, lanzándose hasta encontrar, reforzándolo, el punto medio *D'*. Mas temiendo aún que fueran demasiado extensos los trechos de intradós que quedaban en *A' D'*, *D' O'*, se introdujeron los contrabraguetones ó sean braguetones secundarios *H' C'*, *H' E'*, que reforzar debían los puntos *C' H'*.

Vemos, pues, que los braguetones vienen aquí á cumplimentar una exigencia, forzosa, necesaria, cual es el evitar el movimiento, la flexión de estas hiladas de dovelaje que tienen una inapreciable curvatura, pues llegan á asemejarse más á un plafón que á una bóveda.

196. Así siguiendo y con la idea de disminuir los espacios que quedaban entre los braguetones, y así hacer más asequible la plementería, introdujeron nuevas ligaduras ó cadenas *F' E'*, *F' K'*, *F' J'*, *J' G'*, *J' L'*, *J' B*... etc., cuales tendían además á enlazar y fortificar los anteriores braguetones, y para así realizarlo con más eficacia y sacar á la vez más partido de la ornamentación, acusáronse los puntos de encuentro, colocando las claves secundarias *F'*, *K'*, *J'*..... etc., que sellarán así más esta unión.

197. Así siguiendo en sus procedimientos y deducciones que se desprendían á medida que tenían lugar sucesivas modificaciones, llegaron á constituir las bóvedas por una suerte de tejido considerable de nervios, imitando recíprocas ataduras al dejar así reducidísimos á los compartimentos hasta el extremo de emplear para la cubierta simples lajas ó planchas de piedra, colocadas directamente sobre semejante osamenta, que más que esqueleto de bóveda como antes era, venía ahora á constituir la misma bóveda propiamente dicha, por lo muy tupido de los claros y perforaciones que entre sí dejaban las nervosidades.

198. Dióse luego un paso más en la pendiente irresistible que llevan consigo las investigaciones cuando son producto de lógicos razonamientos, viniendo, finalmente, á parar á que desaparecieran los huecos ó entrepaños reales, acusándolos en cambio de una manera aparente, constituyendo las bóvedas en su conjunto, aparejadas como las ordinarias, pero llevando consigo como embebidos los nervios, cuyos ya no son independientes, pues forman cuerpo con la misma bóveda.

Son, pues, de simple apariencia, unidos sí, y combinados con la decoración, pero ya no constituyen osatura que sirva de base de sustentación para la bóveda que ha de cubrir el

recinto; mas de estas bóvedas nos ocuparemos muy pronto al tratar de las llamadas de abanico.

199. Volviendo ahora al paralelo entre las escuelas francesa é inglesa, es bien sabido que la primera emplea para sus arcos, porciones de circunferencia de radio ó curvatura distintas; procedimiento que sería largo y engorroso si aplicarlo se quisiera en el sistema inglés, en donde son muchas las que aparecen y sirven para la composición de la bóveda, resultando con ello mayor cantidad de trabajo y menos expedición en las operaciones, ya preparatorias de montea, ó de detalle.

Por otra parte, de admitir estas curvas de distinto radio para el sistema inglés, era forzoso que cada una de ellas partiera de arranques distintos, esto es, que estuvieran éstos á desigual altura, y de no, conformarse á que fuera muy exagerada la diferencia de nivel que llevarán entre sí las claves.

200. En el primer caso sucedería que la diferencia de nivel, resultante entre el arranque del arco y el cimacio del capitel, se habría de salvar por medio de una vertical, cuya sería óbice para la colocación del dovelaje, insiguiendo el sistema inglés; así la bóveda á lo largo del formero, parecería pugnar con su estructura, simulando tendencia á desprenderse de su alojamiento, dentro los justos límites á que se la sujeta.

201. A partir del siglo XIII, los constructores ingleses trataron de subsanar todos estos inconvenientes, adoptando á este efecto una curva compuesta, la cual sirviera de matriz á todas las demás, resultando así, todas de igual radio, deduciéndolas una por una de la originaria que se estableciera como matriz.

Veamos, pues, la Fig. 156 que nos indica cómo pueden ir deduciéndose estas curvas, así como también la total estructura al formar semejantes bóvedas.

202. Siendo el arco ojivo $O\,H$ el que tiene más extensión, éste será el que se adopte como á matriz y podrá regular él, á los demás. Rebatámosle alrededor de la traza horizontal de su plano, tomándola como á charnela, construyéndole luego por medio de dos curvas circulares tangentes $H\,M$, $M\,O'$, cuyo punto de acuerdo es el M. El punto O' es el

rebatimiento del O, cuya altura $O\,O'$ viene suministrada por el dato, demostrando con ello el peralte de la bóveda en su centro.

El punto ω es el escogido como á centro del primer arco $H\,M$, así es que el centro del segundo se encontrará en la intersección del radio $\omega\,M$ prolongado, con la perpendicular trazada en el punto medio de la cuerda $M\,O'$.

El arco formero $a\,A'\,b$ está construído con el mismo radio $\omega\,M$. Con estas dos curvas, todas las otras quedarán ya determinadas mediante las siguientes construcciones: á este efecto rebátanse sobre el plano vertical ojivo $H\,O$, los $H\,G'$, $H\,B$, $H\,E$, $H\,D$, $H\,C$, y así se colocarán respectivamente sus puntos extremos en G_1, B_1, ω, I, C_1 y levantando por ellos perpendiculares á la $H\,O$, hasta que corten á la curva $H\,O'$, obtendremos sucesivamente los puntos G'', B'', E'', I'', C'', y con ellos los trechos de curva matriz que median entre cada uno de los mismos, y el punto de arranque H, dándonos así respectivamente cada una de las curvas que van á servir de núcleo para los nervios señalados en la planta.

203. Con esta construcción geométrica, resultará que las líneas de hilera ó del testuz de la bóveda, no serán de nivel, apareciendo así compuestas por una serie de arcos de poca curvatura. Estas dos líneas, que verdaderamente forman las dos vértebras principales de la bóveda, pueden encontrarse fácilmente. La $O\,A$, por ejemplo, levántense por E, D, C, A perpendiculares á dicha línea, y éstas que sean tales á satisfacer á las siguientes igualdades, $O\,O'' = O\,O'$, $E\,e = \omega\,E''$, $D\,i = I\,I''$, $C\,c = C_1\,C''$, $A\,A'' = A\,A'$.

Trácense luego las curvas parciales que unan estos puntos dos á dos, y así se tendrá el espinazo de la bóveda en $O''\,e\,i\,c\,A''$. En el concepto que toda la curva del formero tuviera que nacer también toda ella de la curva matriz, entonces el punto A lo rebatiríamos en A_1, y de él se deduciría el A^{IV}, y así la curva compuesta $A^{IV}\,M\,N$ servirá para la rama del formero, pero entonces el punto A'' del extremo de la línea de hilera se colocaría en A''' en virtud de la igualdad $A\,A''' = A_1\,A^{IV}$.

204. El otro espinazo $O\,B$ se encontrará rebatiendo su plano sobre el vertical $O\,A$, los puntos G', B se colocarán en E, D, y levantando por ellos perpendiculares á la $O\,A$, tó-

mense sobre ellas los puntos k, b, que obedezcan á las igualdades $k\,E = G_1\,G''$, $D\,b = B_1\,B''$, y uniendo, finalmente, los puntos O'', k, b, por medio de arcos de poca curvatura se obtendrá la línea que deseábamos, expresada en $O''\,k\,b$.

205. Inferimos de aquí que todos los arcos que se han trazado no dejan de ser más que un segmento de mayor ó menor extensión con referencia á una misma curva compuesta, cual es la matriz, insiguiéndose con esto que los patrones ó plantillas de uno de estos arcos pueden servir para todos los demás. Obsérvase también que todos los mencionados arcos $H\,B$, $H\,G'$, $H\,O$, $H\,E$..... etc., van confundiéndose sucesivamente superponiéndose al girar cada uno de ellos alderredor de la vertical del punto H, y con esto resultará evidente que estarán situados en una superficie de revolución, dando lugar á que el extradós aparezca como de forma conoidal, asemejándose á la cámara de una trompeta, todo lo cual tiende á dar más facilidad á la colocación del dovelaje.

La Fig. 156 demuestra en la proyección horizontal de esta bóveda, la disposición que se adopta para colocar las piezas de cubierta, viniendo aquí á cumplir la función de simples planchas ó tablas, cual lo haría un entablado de madera en una cubierta de carpintería.

206. Precisamente por la misma semejanza que los ingleses dieron á estas bóvedas, para con respecto á las construcciones de madera, hizo que en virtud de la poca curvatura de los arcos en la parte superior de la bóveda, trataran de consolidarlas, cual lo hubieran hecho con piezas de madera, por medio de una serie de tirantillas, cruzándose entre sí, formando un tejido ó red que por sus enlaces asegurara la invariabilidad de forma, dando lugar con esto á la colocación de pequeñas claves en todos los sitios en que aparecieran cruzamientos, pues éstos así resultaban más fortificados, cuales detalles tendían al mismo tiempo á que los claros se redujeran más y más, viniendo á ser más tupidos los entrepaños y facilitando en gran manera la colocación de la cubierta.

207. La Fig. 157 representa el trazado perspectivo de una de estas claves, formando cuerpo en la bifurcación con los ramales de las cadenas ó riostras. Para definir cada uno de estos ramales se referirán todos sus planos verticales de

ejes sobre un plano de proyección común, cual es el del ojivo, cuyo lleva consigo la curva matriz; en él se limitarán estos ramales por medio de cortes próximos al cuerpo central de clave. Estos arcos se limitan hacia su extradós por medio de colas de milano $A\,A'$, dando lugar con sus espaldones á resaltos especiales que auxilian el sostén de las piezas de cubierta. Déjese luego en los cruces de la parte de intradós unas creces de piedra, aprovechándola para labrar el ornato de la clave, cuya adquirirá mayor ó menor importancia según el motivo de la decoración que se escoja, dependiendo, pues, de ella el grueso de la piedra.



Fig. τ

208. La situación de estas claves secundarias obedece siempre á principios de regularidad; así las tres claves D, I, L, están situadas sobre un mismo arco de circunferencia cuyo centro es H, siendo, por lo tanto, iguales los segmentos de arco $H\,D$, $H\,I$, $H\,L$; las claves E, D, C, dividen en cuatro partes iguales á la proyección horizontal de la línea de hilera $O\,A$; así como la clave G' divide también en dos partes iguales á la $O\,B$. La clave K divide también en dos partes iguales á la $O\,I$. En cuanto á la colocación de la clave J se ha unido I con B, K con L, estas rectas han cortado á la $G\,H$ en los puntos m, n, y el punto medio J entre ellos será el de nuestra clave.

209. La Fig. τ servirá por sí sola para darnos una idea bastante aproximada del efecto perspectivo de una bóveda de esta naturaleza, la cual se presenta bajo la apariencia compuesta de una serie de superficies conoidales invertidas, contrarrestándose mutuamente hasta estribar las laterales en los muros de recinto de la sala. Este notable ejemplo de bóveda es el que con razón llama poderosamente la curiosidad de los viajeros que visitan el castillo de Marienbourgo.

210. Tales y tan numerosas modificaciones sufrieron los arcos en este nuevo sistema, que era lógico también variara de una manera notable su construcción al compararlas con las bóvedas francesas, en estas últimas se multiplican sobremanera las juntas en el despiezo de los arcos, á fin de dejar á estos últimos con la suficiente elasticidad que evitar tendiera las roturas que pudieran sobrevenir, cual contratiempo de acaecer, se hubiera transmitido á las bóveda del entrepaño, deformándolas en sus hiladas de modo á producir fácilmente un resultado de fatales consecuencias. La multiplicidad de estas juntas permite, pues, seguir los movimientos ó diferencias de asiento, sin que la curvatura llegue á deformarse.

Mas en el momento que la construcción inglesa varía, y el pequeño dovelaje francés se convierte aquí en planchas ó plafones, adoptándose para las curvas arcos compuestos de dos segmentos de círculo, uno de ellos siendo de igual radio; sería en tales circunstancias temerario no robustecer el grueso de los arcos, conviniendo, pues, que las dovelas de los arcos vengan formadas por piezas de gran tamaño, así como también los trechos de espinazo, que van de clave á clave parcial es de desear formen una sola pieza.

211. Al principiar el siglo XIV, otra modificación se hizo sufrir á esta última bóveda, cual era imponer la condición de que las líneas del espinazo fuesen á nivel, lo cual lo consiguieron por medio de la siguiente construcción geométrica: sea en la Fig. 156′ el rectángulo $C\,B\,A\,O$ la cuarta parte del rectángulo de la planta; $A\,O$, $C\,O$ las líneas del espinazo, $B\,A$ el formero, $B\,O$ el ojivo, $B\,D$, $B\,E$ los braguetones. Rebátase alrededor de $O\,B$ la línea matriz $B\,g\,O'$, compuesta de dos arcos, el $B\,g$ de centro ω y el $g\,O'$ de centro l, colocado como se supone en la prolongación del radio $g\,\omega$.

Trácese ahora la línea horizontal $M\,N$ á cuyo nivel se desee alcancen precisamente todas las demás curvas. Ahora, el braguetón $B\,D$, se rebatirá en $B\,D'$, y levantando la perpendicular $D'\,d$ hasta encontrar en d á la horizontal $M\,N$, el punto d será el punto más alto de dicho braguetón, trácesele, pues, con el centro m y de modo que, la curva $d\,g$ así descrita sea tangente en g al arco de arranque $g\,B$; el centro m se encontrará en el corte de la prolongación de $\omega\,g$ con la perpendicular en el punto medio de la cuerda $d\,g$.

Del mismo modo el toral $B\,C$ se rebate en $B\,C'$, la vertical que se levanta en C' nos da el punto de nivel c; el centro n, situado en la normal $\omega\,h$, servirá para el trazado del arco circular $c\,h$, tangente en h al arco de arranque $B\,g$.

Insiguiendo así, el braguetón $B\,E$ y el formero $B\,A$ se rebaten en $B\,E'$, $B\,A'$, de ellos en virtud de las verticales de los puntos E', A' se inferirán los de nivel e, a, y en seguida por medio de los centros p, q, los arcos $e\,i$, $a\,f$, tangentes en i, f, al arco de arranque $B\,g$. En suma, que en virtud de este procedimiento, las claves de todos estos arcos se encuentran situadas á un mismo nivel, y por lo tanto los espinazos $O\,A$, $O\,C$, son horizontales.

212. Las piedras que forman salmer en todos estos arcos, tienen la misma curvatura $f\,B$, lo que salva la dificultad de los distintos arranques; y en cuanto á los trechos de las curvas que median entre este punto f y la línea del nivel $M\,N$, si bien son de radios distintos, sin embargo la diferencia de curvatura entre ellas es tan poca que sin error sensible permite como antes la colocación de las piezas de cubierta en las mismas condiciones que se impusieron en el caso anterior.

213. La Fig. 158 indica la disposición de la pieza de cubierta, que lleva el plano P del plafón cargando sobre el nervio ó braguetón N, cuyo último está labrado de modo á tener en su extradós dos pequeños resaltos ó espaldones para recibir las piezas que afectan aquellas formas.

214. A esta especial estructura de bóveda, obedece la tan celebrada que cubre la capilla de San Jorge de Windsor, cuya Fig. 159 expresa una perspectiva general, y muestra precisamente en su construcción distintas variaciones.

Los braguetones comprendidos entre los ojivos se elevan

hasta alcanzar la línea de nivel *A A'*. Desde esta línea hasta la de las claves *B B'*, la bóveda forma un cañón seguido, compuesto de dovelas ordinarias, las cuales llevan consigo en su intradós y como embebidas en la misma los nervios, braguetones, cadenas, simulando las penetraciones que estas ligaduras forman entre sí, siendo, por lo tanto, las mismas aparentes en estos trechos.

La línea que une la clave *C* del formero á la línea *B B'* es horizontal y á ella van á parar los braguetones comprendidos entre los ojivos y formeros, obedeciendo éstos á curvaturas distintas, excepción hecha de los segmentos próximos á los abacos, y tal como hemos visto poco ha.

En resumen; que en esta bóveda entran en su composición varios sistemas:

Primero: disposición general de formar pirámides curvilíneas invertidas; *Segundo:* una parte de los nervios tienen curvaturas distintas; *Tercero:* otra parte de los mismos con curvaturas iguales; *Cuarto:* forma bóveda de cañón seguido ordinaria hacia la parte superior; *Quinto:* en esta última parte los nervios son simplemente aparentes, por lo que se infiere que dejan de ser nervosidades bajo el punto de vista de construcción, convirtiéndose solamente en fajas auxiliares de la decoración.

Un paso más, y los nervios desaparecen por completo. En efecto, á medida que se aumentaron los nervios y las claves, se achicaron la extensión de los entrepaños, llegando éstos á reducirse tanto, hasta el punto de que los constructores encontraron más aceptable de prescindir de la independencia de los mismos, formando cada uno de ellos como á ramales ó apéndices adyacentes, que constituyesen parte de los plafones ó entrepaños de las bóvedas de cubierta.

Creciendo aún más y más el número de ligaduras, fueron consecuentes aumentando también los cruzamientos, y, por lo tanto, el número de claves en los mismos, llegándose casi á tocarse las unas con las otras, hasta el punto de creer más conveniente, que vinieran á formar dovelas de un mismo arco, deduciendo con esto, que las líneas de espinazo se encontraron inmergidas dentro de una masa compacta, como era la que informaba las bóvedas de los aparejos ordinarios anteriores. Así pues, habiéndose extendido tal manera de obrar á la totalidad de la bóveda, se infiere que por grados sucesivos los sistemas en que se fundaban los sistemas de construcción y

de decoración, cuyos eran originarios de un mismo principio, vinieron, finalmente, á encontrarse en completa contradicción.

BOVEDAS EN ABANICO

215. Desarróllase en Inglaterra, durante el siglo XV, una nueva construcción de bóvedas, nacidas de principios fáciles y sencillos, aunque complicadas en el dibujo y no de pocas dificultades en el terreno de la práctica. Son verdaderamente notables estas especiales y características construcciones por el sorprendente efecto que producen en el ánimo del espectador, al admirar esos grandes lienzos voladizos mecidos en el espacio, cual si fuesen simple velamen, asemejándose en su forma á superficies de revolución, cual si fuesen conos invertidos, que se elevan, cruzan, se entretejen al combinarse entre sí, á la par que, simulando inmensas y atrevidas masas que intentan desafiar las leyes de la gravedad, al verlas pendientes en el aire, como si amenazaran desplomarse sobre los curiosos que tengan valor bastante para cobijarse en tan extraordinario y asombroso techo.

Pero aun hay más, los intradós de estas bóvedas se encuentran materialmente invadidos, ocupados por la más exuberante ornamentación conocida en el arte gótico, formando un verdadero tejido y filigrana de tupidez tal, á no dejar la menor superficie lisa y llana, y si bien al observador no le es permitido descansar algún tanto, después de pasar en revista semejante profusión de detalles, queda por otra parte lleno de creciente admiración, maravillado por el arte y poesía que tales portentos inspiran, la riqueza que atesoran y por el pacientísimo trabajo que solo el cincel del habilidoso artista ha podido triunfar y resolver el enigma de tan intrincado laberinto.

216. Llámanse de abanico estas bóvedas, por la particularidad que tienen de combinarse de tal modo sus nervios, ya sean reales ó aparentes, alrededor de cada ángulo del compartimiento de la planta, que al parecer, terminándose en un cuarto de circunferencia, se proyectan horizontalmente y en su conjunto según la figura de cuatro abanicos *a b c* (Fig. 160, Lám. 22ª), dejando entre ellos un cuadrilátero curvilíneo *O*.

Son una consecuencia inmediata de las vistas en la cuestión que se ha tratado últimamente en las bóvedas inglesas, cuyas llevadas en la misma disposición con que se resolvieron, vienen á constituir abanico, como de ello es buena prueba, la Fig. 162', Lám. 22. En ella los nervios parten de los vértices *C*, formando en el espacio y alrededor de cada ángulo de la planta, un manojo ó haz de líneas, formando parte de una superficie de revolución, proyectándose horizontalmente dichos nervios, según radios concurrentes, cuyos orígenes respectivos son los puntos *C*.

Así es como se proyectan en este plano horizontal, cada zona de la bóveda por cuatro abanicos, aunque incompletos, tales como el *B c' A*, atención hecha de ser rectangular la planta del recinto. Todos estos nervios tienen el mismo radio, aunque distinta longitud, por cuya última propiedad se elevan á distintas alturas antes que puedan cortarse, concluyendo en él paralelógramo curvilíneo *B c' B'' m*.

En estas bóvedas de abanico, lo propio que las inglesas referidas últimamente, su estructura principal está basada, según esto, en la igualdad de curvatura de los nervios, diferenciándose solamente en la construcción de éstos, puesto que allá son verdaderamente reales, esto es, haciendo el oficio de tales, mientras que en el caso que vamos á considerar son sencillamente aparentes. La bóveda que forma los entrepaños, ya no es aquí independiente; está compuesta de dovelas, obedeciendo éstas á un sistema de aparejo análogo á las bóvedas ordinarias estudiadas en el curso de la estereotomía, llevando consigo cada piedra ó dovela, la parte de entrepaño que le concierne, como también las fracciones de nervio que á dicha parte interesan, conforme es de ver en la Fig. 161, que representa tres piezas sueltas de una sección meridiana; y si bien es cierto que en algunos casos, en los arranques los nervios son independientes de las bóvedas, formadas como anteriormente por medio del pequeño dovelaje que sobre las nervosidades se apoya, no sucede, sin embargo esto en la parte restante de la construcción, esto es, la más importante de la misma, atención hecha á la mayor superficie que abarca. En una palabra, bien puede asegurarse que este sistema inglés en las bóvedas de abanico, constituye un sistema mixto entre los aparejos empleados en las bóvedas ordinarias (especialmente las de revolución) y las llamadas góticas, construídas por medio de nervios, formando osatura general en donde se apoya directamente la cubierta ó bóveda propiamente dicha. A pesar del entusiasta panegírico que de las bóvedas en abanico hacen los notables arquitectos Brown y Heman en su opúsculo sobre tan importante asunto, encomiando la facilidad y sencillez del aparejo que informan estas construcciones, debemos sinceramente confesar por nuestra parte que no sabemos descubrir semejante facilidad, ni que llevar ventaja puedan con medios más expeditos, á fin de que sea dable sustituirlas á las bóvedas anteriores formadas de nervios y entrepaños; y si bien es cierto la curvatura de nervios es igual en las de abanico, esta innegable ventaja no compensa el gran número de dificultades, cuando menos, en las construcciones y dibujos geométricos en donde hay que atender á tanta complicación en el trazado y ornato, después con el exceso de la mano de obra, así como en el mayor gasto que incurre la construcción, labra y formación del aparejo, á medida que se van colocando las dovelas.

Téngase del mismo modo en cuenta, que todo el trazado que constituye decoración se elabora una vez formada la bóveda, con inclusión muchas veces de los nervios, cuales se van formando al descargar el intradós de la bóveda en las zonas consiguientes, para que así aparezca el resalto de los mismos; los que, combinados en las dos series de fajas con que se distribuye el intradós, vienen en definitiva á constituir como una serie de compartimientos análogos á los llamados casetones, aunque quizá no tan rehundidos como estos.

En suma, que la construcción de las bóvedas en abanico obedece realmente al aparejo de las bóvedas ordinarias (las anulares); simulando, empero, aparentemente el aparejo de las bóvedas góticas. Aquí no hay osatura, los nervios embebidos en las dovelas son más bien un motivo que facilita la índole de la decoración ú ornato, en donde se han inspirado los artistas de allende del Canal de la Mancha.

No hay que confundir la facilidad y sencillez de la comprensión del sistema, con las no pocas dificultades que éste lleva en el camino de la práctica.

217. Expondremos brevemente dos ejemplos de esta especial clase de bóvedas, limitándonos tan sólo á las operaciones generales de aparejo, y serán ellas bastantes para comprender el modo como se ha de llevar esta construcción en su totalidad, pues las operaciones son fáciles y sencillas, y se

comprenden de momento, estribando no más, conforme hemos hecho notar anteriormente, en el gran cuidado y paciente labor que proporciona la formación de semejante bóveda.

Son variados los ejemplos de que podríamos echar mano, dependientes cada uno de ellos de la clase de abanico que se escoja, esto es, completamente terminado en su forma general, ó incompleto en la misma por oponerse á su completo desarrollo la intersección sucesiva de varios abanicos. También dependen del dibujo con que va adornada la superficie de intradós, y según sea la composición de éste, así será la complicación con que vengan dispuestos y aparezcan los nervios de la bóveda. De todas maneras, precisa tener en cuenta que el embrión del dibujo esté basado, según hemos tenido ocasión de hacer notar ultimamente, en dividir la superficie de intradós en una serie de compartimientos cuadriláteros curvilíneos, formando un encasetonado, apareciendo así dos clases de nervios, unos en el sentido radial, como si dijéramos en dirección de los meridianos de una superficie de revolución, estando contenidos sus ejes en planos verticales y concurrentes, mientras que la otra clase de nervosidades se presentan en forma de anillos ó fajas horizontales, conforme lo hacen los paralelos de una superficie de revolución, por lo que los ejes de estos últimos nervios son circulares y horizontales.

Se comprende, pues, como según vengan combinadas estas dos clases de fajas, ya sea en su mayor ó menor número, ó extensión que abrazan, ó proximidad en que se encuentren recíprocamente, habrán de dejar compartimientos más ó menos capaces, sacándose así diverso partido del dibujo que en ellos se haya de alojar, dando lugar con esto á gran número de combinaciones.

218. Partiendo de este supuesto, supongamos (Fig. 162', Lám. 22) que el rectángulo *C A O B*, sea la cuarta parte de la planta total que se trata de cubrir; lo hecho en esta fracción de planta no habrá más que reproducirlo simétricamente en las otras partes restantes.

El embrión del dibujo parte del supuesto de la serie de líneas radiales *C H*, *C H'*, *C H''*..... etc., aquí en número de cinco, dividiendo al efecto en seis partes iguales el cuarto de circunferencia que da la medida del abanico.

Por los puntos *D*, *E*, *B*..... etc., escogidos en la línea *C B* (puntos cuya situación depende de la voluntad del artista, según el proyecto del dibujo que haya imaginado), trácense los arcos circulares *D A*, *E E'*, *B c'*, los cuales, como el *D A*, podrán estar completamente terminados por un cuarto de círculo, mientras que otros tales como *E E'*, *B c'* terminarán en la línea *O A*, que representará la proyección horizontal de la hilera, ó, si se quiere, espinazo de las bóvedas anteriores.

Estas dos clases de líneas, ya nos proporcionarán la serie de cuadriláteros curvilíneos á que antes nos referíamos. Sin embargo, continuamos suponiendo que el artista quiere introducir nuevos compartimentos, aunque secundarios, y al efecto se vale de porciones de radios intermedios, tales como *a a'*, *b b'*, *c c'*..... etc., entre los primeros que se habían trazado. Prodúcense con esto nuevos y más pequeños compartimentos, y, aprovechando el conjunto general que informan, así como el contorno particular que ofrece cada uno de ellos, alójese en los mismos el adorno ó dibujo que se crea más adecuado según dicha estructura, llenando al mismo tiempo las partes triangulares que quedan en los ángulos centrales, así como podrá disponerse una clave general, centro de la masa decorativa.

219. Antes de pasar adelante en el estudio de este aparejo conviene, para que luego nos sea más fácil seguir el orden de las futuras operaciones, examinar con atención la verdadera estructura y el modo de ser de dicha bóveda, fijándonos:

Primero: En la mitad superior de la Fig. 162', que representa el intradós acompañado de las líneas de junta, ya de las dovelas, ya de la parte de relleno ó macizo y ya también de las que conciernen á la decoración.

Segundo: La mitad inferior de la propia Fig. 162', que expresa el extradós de dicha bóveda, con las juntas de todas clases, en ella se observa en los tímpanos de arranque, la disposición del macizo de albañilería ó mampostería; la disposición de las superficies de junta, que lo propio en las bóvedas de revolución son superficies cónicas rectas, mientras que las discontinuas son planos meridianos.

Tercero: Examínese y téngase en cuenta la estructura por lo que se infiere de la Fig. 162'', que representa una sección vertical de la bóveda, cuyo plano secante es conducido á lo largo de la recta *B'' C''*.

Cuarto: La ya referida Fig. 161, Lám. 22ª en donde se expresan varias dovelas parciales correspondientes á un mismo meridiano, la que indica lo bastante para hacer comprender desde luego, que cada una de estas piedras se han de tratar en su conjunto como si fuesen dovelas de una bóveda de revolución, y una vez obtenida esta forma más sencilla como envoltorio del conjunto de su volumen, desvastar lo suficiente de la parte cóncava del intradós para que sobresalgan de éste los respectivos nervios aparentes que á la pieza pertenezcan.

Quinto, y finalmente, la perspectiva general del conjunto de esta bóveda (Fig. 162^{IV}), acabará de hacer comprender todas las partes de la construcción, la disposición del aparejo, el enlace de las hiladas continuas ó conos de junta, los planos de junta discontinua ó líneas de juntas alternadas y como vayan éstas dispuestas, para que según su sitio se dispongan sucesivamente, sorteándolas á fin de no alterar ó malograr el ornato de que la bóveda esté engalanada.

220. En los arranques, la bóveda está formada por el sistema anterior, esto es, arcos independientes apoyando en ellos el pequeño dovelaje que constituye la cubierta, aunque macizando todo el tímpano con mampostería, conforme es de ver en la planta y sección correspondiente (Figs. 162′ y 162″).

En cuanto á lo restante de la misma, está construída por medio de hiladas continuas y juntas discontinuas, conforme se hace con las bóvedas ordinarias, salvo la modificación, ó, por mejor decir, ampliación con los nervios adjuntos á que nos hemos referido en la Fig. 161.

En este último sistema cada dovela está terminada superiormente por un plano horizontal de operaciones, el cual tiene el mismo empleo que el que usamos al definir las dovelas cuando se trataba de las bóvedas ó nervios independientes del lienzo ó bóveda de cubierta.

En cuanto á las líneas de junta, ya se ha indicado más arriba que se disponen de modo que armonicen con la decoración, facilitando el trazado de la misma.

221. Y con esto pasemos á la Fig. 162, Lám. 22ª destinada al detalle de operaciones concretadas tan sólo al nervio aparente $A\ E$. El rectángulo $A\ D\ C\ B$, es la cuarta parte del espacio que ocupa la bóveda en proyección horizontal; dibújense los nervios radiales $A\ S$, $A\ E$, $A\ G$..... etc., y los circulares $M\ M'$, $N\ N'$..... etc., expresados por sus ejes y además el ancho de faja que se desee para los mismos, todo según el proyecto de antemano estudiado y con arreglo á la decoración preconcebida. Según lo dicho, nos fijaremos en las piedras que llevan consigo el nervio $A\ E$.

Ante todo conviene fijar bien en el espacio, todas las nervosidades radiales, partiendo de la base de afectar todas ellas la misma curvatura, esto es, que cada una forme parte de una misma circunferencia, pero tomando de ella mayor ó menor longitud, según la medida que tenga la proyección horizontal de la parte radial del nervio; así $A\ F > A\ E, > A\ G$... etc.

222. El radio de curvatura de todos ellos depende en general del nervio mayor, esto es, que coja más extensión en la circunferencia; siendo éste aquí el auxiliar $A\ C$ diagonal del rectángulo de la planta (bajo el punto de vista de conveniencia de la decoración no existe realmente aquí este nervio, que podríamos denominar tipo de todos los demás; pero no importa, lo concebimos como auxiliar para el trazado de los restantes). Rebatamos el plano vertical que pasa por $A\ E$, y en él dibujemos el arco circular $Q\ E^{IV}$, con centro tal como O; á la par que el concéntrico $R\ E^{V}$, separando del primero una cantidad igual al espesor que se quiera dar al arco. El primero será el intradós, el segundo el extradós.

Ahora con este arco matriz, puédense determinar los demás, así como también la línea $C\ D$ culminante, en donde concurran dos á dos los nervios radiales de las dos mitades de la planta.

Ya desde luego se desprende que esta línea $C\ D$ no puede ser horizontal, ni recta, puesto que teniendo igual curvatura los arcos circulares pero distinta longitud, los puntos culminantes extremos H, G, E, F... etc., se hallarán á distinto nivel.

223. Refiramos todas las operaciones á un mismo plano de proyección, el vertical $A\ C'$ por ejemplo, y conduzcamos girando el arco $Q\ E$ en $Q'\ E'$, siendo entonces su referencia sobre el plano vertical antedicho, el arco circular $Q'\ E''\ C''$, esto es, el mismo que antes teníamos rebatido en $Q\ E^{IV}$. Girémos del propio modo los otros arcos $A\ S$, $A\ G$, en $A\ S'$, $A\ G'$; proyectando en seguida los puntos obtenidos en S'', G''.

Los arcos que indicarán los ejes de las nervosidades serán pues $Q' S'$, $Q' G''$; igual operación repetiremos para los otros, así como también con respecto á los intermedios, tales como el $P F$, cuyos se han introducido por exigirlo así las necesidades de la decoración, á fin de que resulten más reducidos los compartimentos, formando como á casetones ó red de cuadriláteros curvilíneos.

224. Determinados que así sean estos datos, vuélvanse los arcos á su primitiva posición, y así tendremos que los puntos F'', E'', G'', H'' describirán en el espacio arcos horizontales colocándose definitivamente en sus posiciones F, E, G, H y en proyección vertical en F''', E''', G''', H''' que haciendo por ellos pasar la línea curva F''' E''' G''' H''', ésta será la proyección vertical de la línea culminante $D C$, en donde van á parar los nervios, línea que aquí sustituye á la del espinazo que entra á formar parte de las bóvedas góticas á simple nervio.

Trácese equidistante de ella y con arreglo al espesor de la bóveda la línea $Y Z$, ésta servirá para la parte concerniente al extradós.

225. Demos por supuesto ahora que sean los puntos a, b, c, aquellos por donde han de pasar las líneas de junta continuas, cuales serán las circulares $\alpha\ \alpha$, $\beta\ \beta$, $\gamma\ \gamma$, trazadas con los radios $A\ a$, $A\ b$, $A\ c$. Proyéctense verticalmente estos puntos en a' b' c', conduciendo en seguida por estos últimos las normales al arco $Q\ E^{IV}$, hasta que corten á la línea de extradós, así se tendrán las rectas $a'\ a''$, $b'\ b''$, $c'\ c''$.

Las proyecciones horizontales de los puntos de extradós a'', b'', c'' vendrán ahora en a''', b''', c''', y sus distancias respectivas al centro A servirán de radios para el trazado de los arcos $\alpha\ \alpha'$, $\beta\ \beta'$, $\gamma\ \gamma'$, cuales no serán más que las líneas de extradós de sus respectivas superficies de junta que en nuestro caso serán visiblemente conos de revolución análogos á las de una bóveda anular.

226. La conveniencia de la decoración exige ahora que las líneas de junta discontínua sean los planos limitados en $\gamma'\ \beta$, $\alpha'\ j$, $m\ n$, $k\ e$..... etc. Para facilitar las operaciones geométricas es como en la labra se terminan las dovelas por los planos horizontales $E^{V}\ a^{IV}$, $a''\ b^{IV}$, $b''\ c^{IV}$. Así las piedras están

completamente definidas y si se tienen en cuenta las construcciones por que hemos pasado para determinar dichas dovelas, no será difícil ver que la labra de las mismas se ha de llevar de un modo muy análogo al que se trató al hablar de las bóvedas de revolución, distinguiendo no más en dicho labrado las fajas ó arcos salientes simulando los nervios y anillos circulares, formando aparentemente la osatura de la bóveda de cuyo labrado hacemos caso omiso por ser análogo á otros que en el transcurso de esta obra se han pasado en revista.

227. En cuanto á la piedra $\alpha'\ \alpha'\ d\ e\ k\ j$, se presenta algún tanto más complicada que las otras, en atención á encontrarse en la concurrencia de tres nervios, dos radiales y el tercero correspondiente al culminante $k\ g$, forma hasta cierto punto dicha dovela una piedra doble y simétrica con seis juntas, dos radiales $\alpha'\ j$, $k\ e$, dos cónicas $\alpha'\ \alpha\ \alpha\ \alpha'$, $g\ d\ e\ f$, y otras dos que corresponden al nervio culminante, proyectadas según los trapecios $j\ k\ i\ h$, $\alpha'\ \alpha\ g\ d$; por lo tanto, su total proyección horizontal podrá definirse una vez ultimada su mitad $j\ \alpha'\ \alpha'\ d$, la cual se reproducirá hacia la parte opuesta del eje de simetría. Esta piedra ultimada está expresada en la Fig. 161 del detalle.

BÓVEDA
de la capilla de Enrique VII
en Westminster

228. Wesminster, una de las tres partes principales en que antes se dividía la ciudad de Londres. En ella se eleva la célebre abadía de su nombre, en donde se encuentran los sepulcros de los Reyes y de los grandes hombres de Inglaterra.

En ella también tenían lugar las ceremonias y grandes fiestas para solemnizar la coronación de los Reyes, á partir de Guillerno el Conquistador, y en ella, finalmente, fué en donde Enrique VII, en el año de 1502 elevó la capilla de su

nombre á la cual cubre una de las bóvedas más especiales, ingeniosas y sorprendentes que la imaginación pueda concebir.

Pendientes de su techo cuelgan gran número de caprichosos cuerpos conoidales Figs. φ, ψ, cual si fueran nuevas estalactitas primorosamente labradas y enriquecidas con los detalles de ornamentación más sobresalientes del arte gótico.

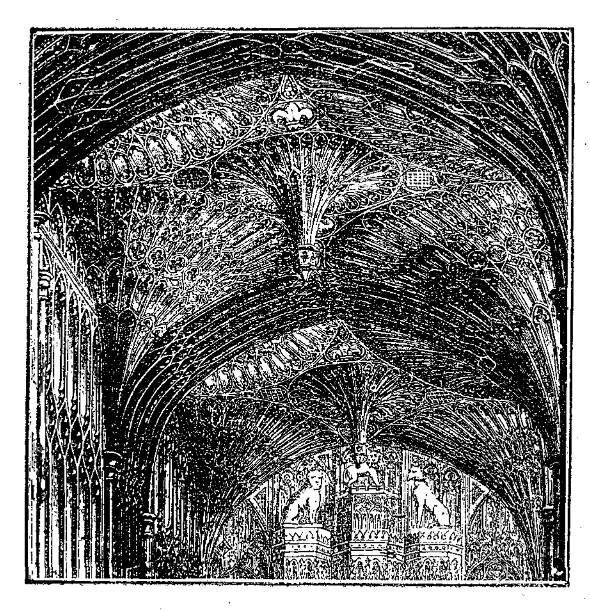


Fig. φ
Bóveda de la parte colateral en la capilla de Enrique VII

229. Su construcción difiere de las demás bóvedas llamadas góticas. Su base principal de sustentación la forman una serie de arcos apuntados, dispuestos paralelamente hacia la dirección transversal de la planta, dividiendo á ésta en una serie de zonas rectangulares, estribando dichos arcos en los muros laterales del recinto.

(Lám. 23, Fig. 163). Representa la proyección horizontal de una de estas zonas, siendo la mitad superior el dibujo del intradós con toda su ornamentación, mientras que la mitad inferior indica el extradós con todo su despiezo de juntas. Está

comprendida esta zona entre los arcos apuntados ya referidos; son los que están aquí proyectados en *A B*, *C D*. A un poco más de altura de un tercio de los mismos á partir de la línea de arranque, hay dispuestas unas grandes dovelas *E* (véase la Fig. 164, que representa la sección transversal), mucho mayores que las restantes del arco y de la cual pende formando cuerpo con ella una como pieza colgante que lleva consigo el vértice de la superficie conoidal ó estalactítica; además sobresalen de dicha dovela varios ramales, los que sirven para enlazarla con el resto de la bóveda por medio de las juntas señaladas en *a*, *b*, *c*, así como también hay dispuesta desde *c* hasta *a* una superficie cónica que ha de servir de lecho de junta para dar apoyo á la hilada siguiente de la superficie de revolución conoidal; junta cónica señalada con *m n p* en la proyección horizontal. Así van colocándose unas en pos de otras las hiladas circulares, divergiendo alrededor de su eje hasta encontrar definitivamente el abanico de las bóvedas vecinas, según las líneas *I M*, *M N*, *N P*. Otra bóveda análoga y con igual sección, tiene por núcleo el lecho cónico *r s t*, formado sobre la superficie de una pieza *C*, cual pieza interesa y está embebida en el muro del que sobresale lo indispensable para prestar á la bóveda el debido apoyo, cuya viene á encontrar á sus compañeras según las líneas *P N*, *N R*.

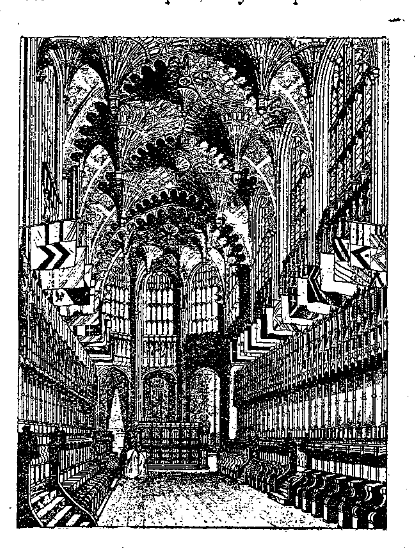


Fig. ψ
Bóveda de la nave de la capilla de Enrique VII

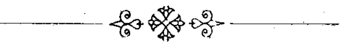
230. Según esto, vemos que se trata simplemente de bóvedas de revolución y de aparejo ordinario, como son, juntas

continuas cónicas y juntas discontinuas, planos meridianos, no entrando ya en su construcción los nervios de las bóvedas góticas, así como tampoco las ligaduras ni la parte especial de plementería que formar debía las bóvedas supletorias ó entrepaños de los casos anteriores.

El artificio consiste en disponer las juntas según las conveniencias exigidas por la decoración del intradós, siendo conveniente, á ser posible, el dirigir las juntas discontinuas según el eje de las nervosidades aparentes, tal como muestran las *v*, *x*, así como en llevar adelante y con método el armazón general, haciendo que se vayan neutralizando dichas bóvedas en su manera recíproca de obrar para luego recibir los definitivos empujes las que se encuentren más próximas á los muros de recinto.

231. Los extrados se labran paralelamente á los intrados, tal como es de ver en la Fig. 165, cuya demuestra una perspectiva del conjunto general, acusando detalladamante la estructura que informa la construcción.

232. El ramal *H* enlaza el arco maestro con el muro de recinto, y los espacios ó huecos que quedan en estos arcos como en *Q*, *R*, se aprovechan para alojar en ellos una calada ornamentación que contribuye á dar más uniformidad y belleza á la forma general, á la par que impide, por otra parte, que las juntas del arco maestro se abran por el extradós entre *F* y *c*. En *c* el arco atraviesa á la bóveda, ocultándose inmediatamente en lo interno de la misma, hacia la parte superior que media entre *E* y *G*, acusándose, empero, hacia la parte de intradós por la serie de pequeñas arcuaciones *z*, *z*, *z*... que siguen el contorno general del mismo.





CAPÍTULO SÉPTIMO

ESCALERAS

233. Escalera (del latín *Scala)*, considerada bajo el punto de vista estricto de la estereotomía de la piedra, es una construcción compuesta de una serie de piedras superpuestas en parte, en resalto unas con otras, al objeto de salvar distancias verticales, ya subiendo ó ya bajando con respecto á una altura determinada.

Según esto, dicha construcción vendrá en la mayor parte de ocasiones á constituir uno de los detalles más importantes de un edificio, permitiendo la comunicación de los distintos pisos, situados en las alturas parciales que juntas forman la total.

234. Cada una de dichas piedras, recibe el nombre de *peldaño;* éstos colocados siempre en el sentido horizontal, mas dispuestos de modo que obedezcan á la forma general y condiciones que hayan de concurrir en el conjunto y construcción de la escalera.

En cada peldaño se consideran exteriormente dos partes principales, y son: la una, la *huella*, que es el plano horizontal superior visto y en donde se apoya el pie en el momento de subir ó bajar, y la otra la *contra-huella* ó *altura*, que es el plano vertical delantero del propio peldaño. Estos dos pla-

nos se cortan, según una arista saliente y horizontal. El conjunto de todas estas aristas en el espacio, viene á formar parte y ser en cierto modo como generatrices aisladas de una superficie ideal de plano director, cual es el horizontal. Esta es la superficie que se llama el *extradós* de la escalera; en general es una superficie helizoidal ó plana, según que la dirección de la escalera obedezca á una línea curva ó recta.

235. Las dimensiones de la huella y contra-huella, son dos datos que se han de tener muy en cuenta para que la escalera reuna condiciones aceptables, y no llegue á causar fatiga durante el servicio á que está destinada.

Estos dos datos son dependientes entre sí, considerándolos enlazados de tal modo, que si aumenta el ancho de la huella, la altura de la contra-huella deba disminuir proporcionalmente. Sea como quiera, siempre se hace indispensable que, una vez elegidos ó calculados estos dos elementos, sean siempre constantes para todos los peldaños, y por lo tanto, constante también la relación de éstos dos datos en todo el tránsito de la escalera.

Pero, claro es que dicha relación variará de una á otra escalera, ya que éstas serán también distintas en forma, importancia, dimensiones, así como en el espacio disponible en planta, hecha comparación con las alturas que alcancen cada una de ellas.

Con todo, lo cierto es que la práctica ha demostrado que las dimensiones más convenientes que pueden darse á estos dos elementos, para que la escalera resulte descansada, son, tomando el centímetro por unidad:

Huella, $h = 32$. Altura ó contra-huella, $a = 16$.

Pudiendo, según lo indiquen las circunstancias, fluctuar el valor de a entre 12 y 20 y el de h entre 24 y 40, y de tal modo, que los valores adoptados satisfagan á la fórmula empírica $h + 2a = 64$.

Estas prescripciones, sin ser absolutas, son producto de repetidas experiencias y sancionadas y admitidas en la práctica.

En esta fórmula se infiere que cuando h aumenta a debe disminuir, mas no de una cantidad igual y recíprocamente, y que en el caso de convertirse en cero h, resulte $a = 32$; mas si es a la que se reduce á cero, resultará para $h = 64$, cuyos datos se han establecido tomando como fundamento un prin-

cipio bien sencillo, cual es: que el número de 64 centímetros puede conceptuarse como el paso medio del hombre andando en un plano horizontal, mientras que el número 32 centímetros se considera como el paso que puede verificarse en el sentido vertical, al ascender, por ejemplo, en una escalera de mano.

236. Cuando la escalera es uniforme, la longitud del peldaño viene á constituir el ancho de la misma: entonces esta longitud se llama *ámbito* de la escalera. (Siendo la escalera poligonal, la longitud de los peldaños, así como sus aristas salientes, varían, y entonces se considera el ámbito en la longitud del menor peldaño).

Si bien este ámbito depende de las condiciones y carácter del edificio, conviene, sin embargo, determinarlo, de modo que puedan cruzarse cómodamente dos personas, una subiendo y otra bajando, con lo cual se hace preciso alcance un ancho de 1,30 á 2 metros término medio; ensanchándose aún más en los públicos edificios en donde aquella medida llega hasta 4 y 5 metros; estrechándose más en las escaleras de servicio y de importancia secundaria en donde llega al mínimum de 90 centímetros.

237. Una serie no interrumpida de peldaños forma lo que se llama un *tramo* de la escalera, y cuando ésta tiene todos los tramos iguales, entonces la longitud del tramo se conoce por *tiro* de la escalera.

238. Mas, para hacer más cómoda la escalera y no cause fatiga, estos tramos se interrumpen, interponiendo *mesetas ó descansillos*, en donde haya lugar á reponerse de la fatiga de la subida ó de la continuidad de la bajada. Estas mesetas vienen á ser como unos peldaños más extensos que los del tramo, y por esta razón se conocen también bajo el nombre de *peldaños de meseta*. Suelen colocarse en los ángulos de la escalera y también en los distintos altos de los pisos, para así facilitar el ingreso á los mismos.

El ancho de estas mesetas no debe ser menor de 92 centímetros, con el fin de poder dar en ella un paso antes de ingresar en el tramo siguiente.

239. Cuando por circunstancias especiales se construyan las mesetas de gran extensión, ocupando toda la longitud al lado de una escalera, y es cuando principalmente hay precisión de hacer con ella el ingreso de dos ó más habitaciones situadas á una misma altura, entonces la meseta se llama *mesilla corrida.*

240. La experiencia lleva demostrado que la distancia vertical que separa dos mesetas sucesivas, no ha de exceder de 3'30 metros. (Los 3 m. contándose de sobre meseta inferior, á debajo meseta superior, quedando los 0'30 m. para el grueso de la meseta inferior.)

Para con respecto al número de peldaños que componen un tramo, es en general impar, no siendo este número menor que 3, ni mayor de 21, pues aparte de presentar mal aspecto son excesivamente defectuosas las escaleras cuyos tramos se aparten de estas prescripciones que la práctica se ha encargado de sancionar.

9.—Las mesetas de los pisos toman los nombres de éstos, los intermedios son los verdaderos descansillos y la última es la de *desembarco.*

241. Caja de escalera.—Es el espacio ó recinto circuído por los muros y dentro el cual aquélla se ha de disponer. Según esto, la forma de aquélla, dependerá del sinnúmero de formas que pueden afectar los polígonos, formados por las trazas horizontales de los planos ó superficies que limitan los precitados muros.

242.—Ojo de escalera.—Es el hueco ó vacío central que queda comprendido entre los tramos ó vueltas de la escalera.

243. Zanca.—Es una faja de piedra, de algo más de la altura de los peldaños, á los cuales enlaza por sus testas, situadas hacia el ojo de la escalera, bordeándola en toda la extensión lineal de los tramos ó vueltas y unificando al conjunto como especie de ligadura que aprieta y retiene fuertemente todas las piezas. Sobre la faja ó murete colgado, que representa la zanca, se coloca apoyando en ella la baranda ó antepecho de la escalera.

Sea como fuere, el modo de desarrollarse una escalera, por medio de sus zancas, y cualquiera que sea la inclinación

de sus tramos y vueltas, la zanca tiene un espesor vertical y horizontal constante: de modo, que el sólido que forma, puede considerarse engendrado por un rectángulo vertical.

Cuando la importancia lo requiere, se adornan los ángulos con molduras más ó menos ricas y complicadas, cuyos perfiles están trazados en este mismo rectángulo, para que su generación se sujete á la misma ley que la de la zanca y ésta entonces se presenta algún tanto complicada.

244. Línea de huella.— Llámase así, la trazada en el plano horizontal, paralela ó equidistante á la línea de ojo y á una distancia igual aproximadamente á la longitud del brazo. Su denominación proviene de que dicha línea, es la proyección horizontal del camino recorrido por el viajero que sube ó desciende por dicha escalera, apoyando la mano sobre el antepecho. Cuando haya posibilidad y no se peque en exageración, se tomará la línea de huella en medio del ámbito de la escalera. Es precisamente en la línea de huella, en donde los peldaños tienen las dimensiones reglamentarias de que se han hecho mérito, sobre todo si se trata de cajas irregulares en su forma.

Muchas y variadas son las clases de escalera que se emplean, y poco tendría que ocuparse de ellas la Estereotomía, si no fuera por las bóvedas que en muchos casos las sustentan y las superficies que las limitan en su intradós.

La división de las escaleras en distintas agrupaciones, responde, ya á la variedad de sus formas, ya á la exigencia de su disposición, ya también á la estructura general que informa el sistema especial de su construcción.

245. Según su forma.—Se comprende en este caso, que la denominación de la escalera depende de la figura que afecte el conjunto de su caja; así habrá escaleras: *cuadradas, rectangulares, poligonales* y estas últimas *regulares* é *irregulares*; *circulares, elípticas*, etc., etc..... según afecte dichas configuraciones el perímetro de la planta que forman las trazas horizontales de las superficies verticales, que constituyen los muros de caja.

246. Según su *disposición*: De *ida y vuelta.* La que tiene sus tramos en sentido inverso uno respecto de otro.

Escalera de *ida* y *doble vuelta.* La compuesta de un tra-

mo en un sentido y dos en el inverso. Son las de mayor suntuosidad y belleza, empleándose en los edificios de gran importancia.

Escalera de *caracol.* La que da vuelta, ascendiendo en forma helizoidal y por lo general los peldaños se suceden sin descanso alguno. Esta clase de escaleras pueden subdividirse en dos agrupaciones, en la una colocadas las de *simple ojo* y en la otra las que van acompañadas de *Alma* ó *Nabo* (*).

En esta última, los peldaños van entregados por el extremo de mayor testa, á un muro circular que le sirve de caja, y por el otro en su alma ó cilindro interior concéntrico al muro.

No siempre el alma de la escalera es un cilindro completamente macizo, pues cuando el diámetro de la misma es algún tanto considerable, se deja hueco una parte del espacio circular central, de modo, que en esta disposición, el alma viene á constituir un segundo cilindro concéntrico con el de la caja, considerándose en él dos paramentos ó caras, la una, la exterior, vista por la parte de la escalera, siendo la superficie convexa, y la otra interior, cóncava, considerada desde el eje central, formando con esto la planta de este segundo muro circular como un ánulo ó corona.

247. Escalera de *ojo y colgada.* La que en el medio deja un hueco en lugar de alma y cuyos peldaños se sostienen mutuamente ó bien por un semi-cañón. También se llaman colgadas las que no tienen zanca; pero entonces se las llama también escaleras *colgadas y al aire.*

248. Escalera de *repetición.* La dividida en su ancho en dos mitades, con peldaños de doble altura de los ordinarios, y dispuestos alternativamente, de modo, que la arista saliente de los unos, corresponde á la mitad de altura de los otros. Hay que subirlas sin cambiar cada pie de su correspondiente tramo; sólo se emplean donde falta espacio, y si se quiere que

(*) Lorenzo de San Nicolás, en su *Arte y uso de Arquitectura,* nos dice: «.. ..en su fábrica hay dos diferencias, una es, el ser de caracol de columna, que es cuando la parte donde rematan las gradas está maciza; otra es del ojo, que es cuando el extremo de las gradas rematan en un hueco que de arriba á abajo se vé por quien sube ó quien baja. El llamado caracol de Mallorca, es aún más ingenioso que el pasado, por la dificultad de las artes que tiene el ojo... .., etc.»

puedan cruzarse dos personas, hay que descomponerlas en tres partes, una central y dos laterales, con la mitad de anchura (Rebolledo, *Construcción general.*)

249. Escalera de *comunicación.* Toda la que sirve para comunicar dos pisos ó habitaciones.

250. Escalera de *desahogo-excusada.* La que sirve para ir á los entresuelos, sobrados y retretes, desde una habitación principal sin pasar por la escalera de piezas principales (Bails).

251. Escalera *hurtada.* La secreta ú oculta, construída por completo dentro del grueso del muro ó en otro sitio que es regularmente muy angosto.

252. Escalera de *servicio.* La construída en el sitio más á propósito de un edificio y la que aprovechan solamente los criados ó dependientes del mismo; son en general de dimensiones relativamente reducidas, aprovechándose para ellas, cuando las circunstancias lo indiquen, los espacios irregulares que quedarían en virtud de la especial distribución de las habitaciones.

253. En cuanto á su construcción. — Escaleras *colgadas.* Cuando sus peldaños están empotrados en el muro de caja, sosteniéndose en él y por medio de los cortes, con los cuales se enlazan y se sobreponen, teniendo ojo la escalera, la cual por otra parte, puede ó no ir acompañada de zanca.

254. Escalera *encajonada.* Cuando los peldaños de la misma van empotrados en sus dos testas, á dos muros concéntricos. (Valdivieso.)

255. Escaleras *voladizas.* Cuando los peldaños van sustentados sobre una bóveda en forma de semi-cañón, que está apoyada, formando parte del muro de caja hacia un lado, mientras que por el otro vuela hacia el ojo de la escalera y en una anchura un poco mayor á la que corresponde al ámbito del tramo. Son varias las bóvedas á que se recurre, para el apoyo de esta escalera; mas en general suelen ser las ci

líndricas para los tramos y las de rincón de claustro y las trompas para las mesetas.

256. La escalera de *San Gil*. Son todas aquellas que se construyen bajo el tipo de la que existe en la abadía de San Gil, en Francia (1.ª parte de este tratado, pág. 105, núm. 73). Sostenidos sus peldaños por una bóveda anular en bajada. Estas escaleras pueden ser de planta circular ó cuadrada y también rectangular, en cuyos dos últimos casos, las bóvedas de apoyo son cilíndricas.

257. Además de toda la serie de escaleras, cuya clasificación acabamos de mentar, existen otras de índole especial y que carecen de caja: son las que se llaman escalinatas. Compónense de una serie de escalones en pequeño número, dispuestas en uno ó más ramales, que comunican con una meseta cubierta ó descubierta, situada ante la entrada de un piso poco levantado del suelo. Se aplican preferentemente para comunicar los pisos bajos con los jardines.

En la Edad Media tuvieron gran importancia, viéndoselas en palacios y también en casas particulares; se adornaban con ricas balaustradas.

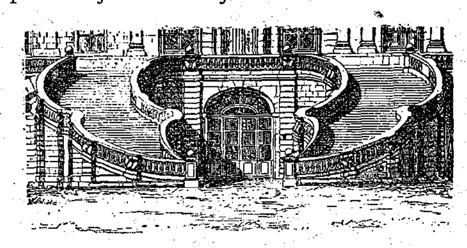


Fig. *e*

Los peldaños de las escalinatas pueden ser rectos, ochavados ó curvos. Dícese que la escalinata es sencilla cuando la forma una sola andanada de peldaños, (1.ª parte, pág. 125, Fig. 94), y doble cuando se compone de dos tramos, (Fig. *e*).

Los peldaños se colocan, bien sobre un terraplén macizo ó sobre dos muros de apoyo ó también sobre arcos y bóvedas en bajada.

ESCALINATAS

258. Siendo las escalinatas la parte más sencilla bajo el punto de vista estereotómico, del estudio de las escaleras, empezaremos por ellas, conociendo así los cortes más elementales de las mismas.

Los peldaños en esta clase de construcciones, puede darse el caso de que vayan comprendidos entre los muros laterales, ó bien que estén independientes y respectivamente aislados. En el primer caso, pueden ó no ir empotrados en los citados muros laterales; y en el concepto de no tener efecto este empotramiento, entonces será cuando se colocarán encima de una masa construída de mampostería, la que constituirá el verdadero lecho y asiento de cada una de las piezas que encontrarán en ella su debido apoyo.

259. Sea, por ejemplo, en la Lám. 24, Fig. 166, una altura $A B$, á la cual está elevada una meseta horizontal $A A'$ para con respecto á la línea de tierra $L T$, y que es necesario alcanzar por medio de peldaños convenientemente dispuestos. Esta altura se supone de 0,96 metros y como quiera que en su lugar correspondiente (núm. 3), convinimos en asignar la altura de 0,16 metros para las parciales de los peldaños, todo quedará reducido á dividir la altura total 0,96 metros por la parcial 0,16 m., y el cociente 6, así obtenido, nos indicará el número de peldaños, y, por lo tanto, el número de partes iguales $A C$, $C D$, $D E$..... etc., que se habrá de dividir la altura $A B$, conduciendo por cada uno de estos puntos de división las horizontales $C C'$, $D D'$, $E E'$...... etc.; mas como hemos representado en otro lugar (235) a, á la altura del peldaño y que había de cumplirse la condición $h + 2\,a = 0{,}64$, lo que es lo mismo $h = 0'64 - 2\,a$; si pues, $a = 0{,}16$, $h = 0{,}64 - 0{,}32 = 0{,}32$, por lo tanto, existiendo seis huellas, habremos de tomar la distancia horizontal $x\,z = 0{,}32 \times 6 = 1'92$, y trazando horizontales por los puntos de división quedarán así establecidas las $A'' A'''$, $C'' C'''$, $D'' D'''$..... etc. y serán las aristas salientes de los peldaños. Todos ellos se suponen comprendidos entre dos muros, tales como los $B K M N$, y el otro colateral, los dos de planta rectangular y terminados en la parte superior por medio de un escalonado que va siguiendo el que naturalmente forman los peldaños, como así se demuestra en el plano vertical auxiliar (Fig. 167), que indica á la par que proyección vertical la sección producida en la escalera, á lo largo de su eje y por el plano vertical que se levanta sobre la recta $x\,z$.

Ahora el cruce de las horizontales que pasan por los pun-

tos de altura 1, 2, 3..... etc., con las verticales trazadas desde los puntos *A''*, *C''*, *D''*..... etc., irán formando los peldaños *H aa' cc' dd'*..... etc., faltando tan sólo terminar cada uno de éstos en la forma que hayan de afectar, y esta es la que demuestra en detalle la Fig. 168, en la cual se dibuja una moldura *q p n m*, que sustituye á la arista saliente del peldaño con el objeto de evitar el desgaste de ésta, á la par que contribuye á producir más realce y efecto en la totalidad de la escalera.

260. Para con respecto á la parte inferior del peldaño, se abre un descalce de todo lo ancho del mismo en la forma que indica el trapecio *s t u v*, en el cual se alojará una espiga de la misma forma que llevará consigo el peldaño inferior, contribuyendo este detalle al buen enlace de los peldaños, así como también para evitar los efectos que el agua podría producir al introducirse por medio de las juntas en el contacto de los peldaños. Otras veces se suele prolongar el plano horizontal *n t* hacia *x*, suprimiendo la parte *u v z* toda vez que el corte *t s* por sí sólo aminora algún tanto los efectos de la capilaridad y esta disposición es precisamente la que se adopta en la Fig. 167.

Admitido el caso que los peldaños no hayan de ir colocándose sobre un macizo de mampostería, que les sirva de lecho, entonces van empotrados en los muros laterales en el grueso que indica el rectángulo *G'' Q P B*, cuya línea *Q P* se suele colocar á unos 6 centímetros de distancia de la recta *G'' B*, llevando consigo cada peldaño, adherido entre sus testas, el apéndice de empotramiento, el cual no afecta el molduraje como lo indica la Fig. 167, en las verticales *aa'*, *cc'*, *dd'*, etc.

261. Labrado.—(Fig. 170). Es esta operación sumamente fácil; después de haber escogido una prisma de base rectangular, que tenga las dimensiones aproximadas y con creces de las que corresponden al peldaño, se empieza labrando la cara horizontal de huella en toda la extensión que ésta alcance, incluso los apéndices de empotramiento; labrado éste, se pasa al labrado de los planos verticales α α' correspondientes á las testas de dicho empotramiento, auxiliados solamente de una escuadra y partiendo de ellos, se procede á trabajar las caras verticales β, cuya última operación se ha de hacer con mucha cautela para no devastar demasiado el material.

A este efecto es que se emplea una contra-plantilla de palastro, Fig. 169, que ofrece la moldura del peldaño, considerándola negativa ó en su parte cóncava, dibujándola en las caras β, β' en la disposición que muestra la Fig. 170, cuidando sobre manera que la distancia ó salida γ δ sea la verdadera deducida de la Fig. 167.

Dibujadas que sean, pues, estas molduras, una por parte, ellas sirven de directrices para todas las superficies que constituyen la parte delantera del peldaño.

Se colocarán en seguida en las partes laterales, las plantillas Σ, y sus contornos también servirán de directrices, para poder devastar el resto de la piedra, produciendo las superficies planas que la Fig. 170 manifiesta, y que ella basta por sí sola para comprender las citadas operaciones.

Cuando el ancho de la escalera es considerable, los peldaños se construyen cada uno de varias piezas, introduciendo una junta plana del modo como está indicado en la Figura 171, Lám. 24, en la proyección horizontal *a b*, *c d*; mas al objeto de evitar la introducción de agua en la junta, admitido el caso en que la escalera esté destinada á emplazarse á cielo abierto, entonces á esta junta se le da un resalto formado por dos planos verticales *d' d''*, *e f*, (Fig. 172) y el plano horizontal intermedio *d'' e* sobre el cual solapan las dos piezas, introduciendo además como á medida de precaución, una pequeña acanaladura terminada por un extremo (véase el detalle, Fig. 173) por un arco de circunferencia *k l*, y por el otro por la recta *g h*, dando así á esta acanaladura, la pendiente necesaria para que pueda desalojar el agua así que caiga en el hueco.

Facilita también la operación del desagüe dando una ligera pendiente de 7 á 8 milímetros á las huellas de los peldaños, tal como demuestra la figura con la línea *m n*, comparándola con la línea horizontal *t n* que pertenece al apéndice lateral de empotramiento.

La cabalgadura de los peldaños se hará, como en el caso anterior, por medio de los cortes *p q*, *r s*. La faceta *p q* está inclinada á 45° evitando así más la capilaridad, la *q r* es horizontal de unos 5 centímetros de anchura; la *r s*, inclinada perpendicularmente á la dirección de la escalera. La extensión del contacto de la huella de un peldaño con la parte inferior del otro peldaño que le cabalga, antes de interesar al corte *p q* puede fluctuar de 5 á 10 centímetros; dicha exten-

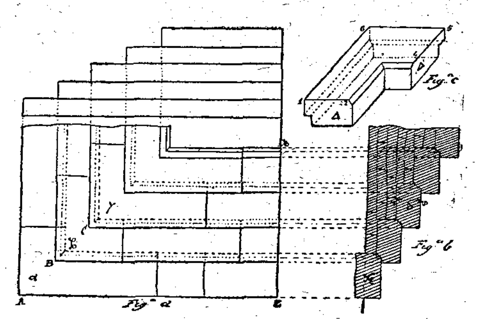
sión está marcada por la línea $x\ z$ en la Fig. 174 de la sección longitudinal. El espesor de todo el corte $p\ q\ r\ s$ (Fig. 173) puede ser de unos 8 centímetros, habiendo de tener por lo tanto igual dimensión la profundidad del hueco con que va acompañada la parte inferior del peldaño que siga en pos del primero.

Aquí en este caso los muros laterales están terminados por un plano inclinado $\alpha\ \beta$ (Fig. 174), verificándose el despiezo por medio de los cortes, 1-2, 3-4, perpendicular á la dirección de la escalera, siendo su despiezo análogo al que vimos en la primera parte de este libro al tratar de los muros en bajada.

Sería por demás superfluo entrar en otros detalles, teniendo en cuenta que todo lo que de más podría indicarse, cae dentro de lo expuesto en el caso anterior.

262. Mas ya se ha dicho que las escalinatas pueden dejar de encontrarse comprendidas entre dos muros, presentándose aisladas y admitiendo variedad de formas, y en este caso es cuando se desarrollan en gran extensión, tomando hasta cierto punto un aspecto monumental, ya sea adherida á un edificio para dar subida á una gran meseta ó terraza (Fig. *e*), ó ya sea también para hacer juego como á base de un monumento levantado en la parte superior de la gran meseta, y en estos casos suelen apoyarse los peldaños sobre un macizo de mampostería que rellena la parte central. El aparejo de todos modos es sumamente fácil y nada nuevo presenta en sus cortes de los ya vistos en los casos anteriores, por lo cual bastará la simple inspección de las figuras que lo representan para que pueda hacerse cargo completo de la disposición que afecta en todos sus detalles.

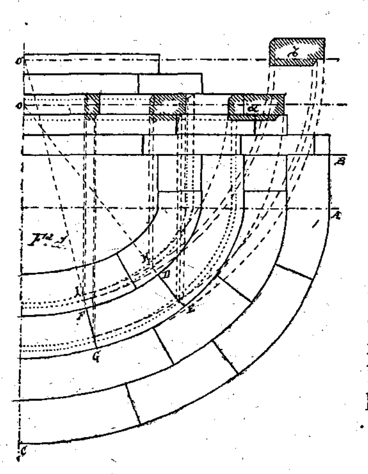
La Fig. *a* representa una escalinata de forma rectangular en su conjunto, y aquí una misma hilada de peldaños ofrece ángulos rectos en los encuentros A, B, C, etc., de sus ramales, y, por



lo tanto, conviene que cada una de estas partes α, β, γ, etc., vengan constituyendo una sola pieza, esto es, desterrando junta en donde exista el mencionado ángulo.

La Fig. *b*, que representa una sección vertical levantada á lo largo de la línea $X\ Z$, completa el conocimiento del aparejo, demostrando el medio de enlace de los peldaños en sus distintas hiladas, así como el asiento de éstas sobre el lecho central de mampostería. Conviene precisamente que toda la primera hilada de peldaños G, desde la cual arranca la escalera esté empotrada en el planterreno de unos 10 centímetros para el mejor asiento y fijeza de la misma.

El labrado es sumamente elemental, y si como ejemplo nos fijamos en una pieza de ángulo en la que interesan los dos ramales, todo quedará concretado á escoger un prisma cuyas bases sean el contorno aparente de la proyección horizontal, y su altura la máxima que tenga la hilada, tomada dicha altura $r\ s$ en la figura auxiliar, labrando luego el plano horizontal superior en el cual se colocará (Fig. *c*) la plantilla 1-2-3-4-5-6, deducida del plano horizontal. Las rectas 1-2 y la 4-5, servirán para que por ellas hagamos pasar los planos perpendiculares al primero indicado; estos planos verticales son los que corresponden á las juntas discontinuas, y en ellos se colocará inmediatamente la misma plantilla $\triangle$ deducida de la figura auxiliar, puesto que allí está en su verdadera magnitud, y haciendo definitivamente partir de los bordes de estas dos plantillas las dos series de líneas paralelas, las unas al primer ramal y las otras al segundo, éstas guiando el labrado correspondiente de los planos que van limitando la pieza, concluirán la piedra en la forma que la figura detalla, cuyas operaciones no exponemos minuciosamente, en atención á que dejan fácilmente inferirse del gran número de labrados que se han expuesto hasta el presente.



263. En la Fig. *d* se ofre

ce el ejemplo de una escalinata de forma elíptica *C A*, cuyas hiladas enlazan acordando con otras rectilíneas *A B*. Los cortes inherentes á los peldaños son exactamente los mismos que los vistos enel caso anterior, y aquí también como allí, las hiladas van además sustentadas por un macizo de mampostería.

Se comprende ya desde luego que con semejante disposición de escalinata curvilínea, la parte delantera de los peldaños, sean superficies cilíndricas rectas y que al efectuar el despiezo de juntas discontinuas tales como *D E*, *F G*, éstas se conduzcan normalmente á las curvas de hilada *F D*, *G E* ó si se quiere perpendiculares á la línea media entre estas dos.

Mas fijándonos bien en que todas estas aristas salientes elípticas no pueden ser equidistantes, resultará que la totalidad de las juntas *H E I G* no serán iguales en cuanto á su longitud, por lo que se deducirán aparte cada una de ellas según su verdadera magnitud en α y β, bastando sólo para esto hacerlas girar alrededor de los ejes verticales *O*, *O'* hasta colocarlas paralelas al plano de proyección vertical (*), tal como expresan las construcciones que vienen indicadas, no insistiendo ya en más detalles sobre el particular, ni tampoco con respecto al labrado de la piedra, pues queda comprendido perfectamente recordando lo dicho en los casos anteriores.

ESCALERA
de ida y vuelta

264. La planta de esta escalera, Lám. 25, Fig. 176, es rectangular y designada por las letras *A B C D*, y para con respecto á la disposición de los alzados se acude en auxilio de dos planos de proyección vertical, cuyas líneas de tierra son respectivamente *L T*, *L' T'*.

(*) Téngase en cuenta, con respecto á la plantilla β, que después de girada y paralela al plano vertical, se ha trasladado en movimiento vertical hasta trasladarse en donde se dibuja, pues dispuesta así no se confunden sus líneas con las de la obtenida en α, conforme hubiera sucedido á no mediar dicha precaución.

La altura que hay que salvar se supone que es de 2'72 metros, expresada por la vertical *K H''* (**). Empiécese, pues, ante todo conociendo el número de alturas parciales ó peldaños que entran en la formación de esta escalera, y á este efecto divídase la altura total por la parcial de 0'16 que se aconsejó se adoptara como la mejor en el párrafo 235. Si el cociente es exacto, como aquí sucede al darnos el número 17, adóptese desde luego, y de no serlo se escogerá el número más inmediato del cociente, para el número entero exacto de peldaños.

265. Admitimos ahora que han de existir tres tramos, y que éstos, en virtud de ser la caja rectangular, dos de ellos tendrán mayor número de peldaños que el tramo intermedio, pues éste corresponderá al lado menor del rectángulo. Demos á los dos primeros, á razón de 7 peldaños cada uno, y con esto al tramo intermedio le corresponderán tres alturas.

Ahora es cuando procede la averiguación de la longitud que debemos dar á los peldaños, ó lo que es lo mismo el ancho de los tramos, pues conviene para la regularidad de la escalera, que todos los tramos tengan el mismo ancho, y éste lo hacemos depender del número de peldaños que entran en el intermedio. Siendo tres las huellas de que está formado y deduciendo cada una de ellas del número de 32 centímetros con arreglo á la fórmula del párrafo 235, resultará para las tres una extensión de 96 centímetros, cuya cantidad, restada del ancho *A B* de la escalera, el número que aquí se obtenga se dividirá por dos, dándonos con esto el ancho de los citados tramos y con arreglo á él se trazarán las líneas *E G*, *E F*, *I H*, *H G*, todas equidistantes de los lados de la caja de una cantidad igual á aquel ancho, formando con esto un rectángulo concéntrico con el primero y verdaderamente constituirá el ojo de la escalera.

Trácese luego la horizontal (Fig. 177) *G' G''* á la altura de la sobre meseta segunda, ó sea más alta de diez alturas de peldaño á contar del plan terreno *L' T'*. Luego la horizontal

(**) En este ejemplo, en que el dato es de 2'72 metros, la altura es muy exigua, mas se la adopta con el fin de que el detalle del dibujo pueda hacerse mayor para que los resultados sean más inteligibles y las líneas se presenten con más claridad, pues se comprende que en la práctica sería mayor la altura, pues de no serlo tendría poca importancia la escalera para ser construida de piedra.

$E' E''$, elevada de diez alturas de peldaño del mismo planterreno $L' T'$, y representará la parte superior de la tercera meseta. Márquense á seguida las horizontales $M N$, $P Q$ hacia la parte inferior de las $H' H''$, $G' G''$, separadas de ellas una cantidad al igual grueso de la meseta, prolongando inmediatamente las líneas de ojo $E G'$, $1 H$, hasta que respectivamente vayan á encontrar á las indicadas líneas en P á la una y en N á la otra, cuyos puntos unidos darán la línea $N P$ que indicará la pendiente general del tramo, y á la cual trazaremos una paralela auxiliar $x z$, á una distancia de unos 4 ó 5 centímetros (que será la extensión que queramos dar al corte de los peldaños entre sí).

266. Divídase la altura $O G''$, separación de las dos mesetas consecutivas, en siete partes, trazando por ellas una serie de horizontales que cortarán respectivamente en a, b, c, d..... etc., á la línea $x z$, á partir de los cuales se dirigirán los cortes $a a'$, $b b'$, $c c'$, $d d'$..... etc., normales á la dirección $N P$ y terminando en ella, y éstos serán los planos de junta de los peldaños.

La cabalgadura de los mismos que puede ser de 7 centímetros, se colocará en $a a''$, $b b''$, $c c''$..... etc., y en pos de éstas las horizontales $a'' a'''$, $b'' b'''$, $c'' c'''$..... etc., igual cada una de ellas á la extensión calculada de la huella, dibujando inmediatamente delante de las mismas, el perfil que se adopte para la moldura del peldaño, cuya contribuirá á aumentar con su vuelo la extensión de la citada huella.

267. Puede procederse ahora, para con respecto á todas las líneas que forman la proyección vertical de este tramo, á referirlas en el plano de proyección horizontal, y así vendrán representadas las aristas salientes de los peldaños, en las horizontales dibujadas vistas, siendo la primera la $\alpha \alpha'$ y la última $\beta \beta'$, indicando ellas la parte más saliente de la moldura, mientras que las indicadas ocultas, tales como $a_1 a_2 \ldots \lambda m$, significan la parte vertical delantera del peldaño, más entrante por lo tanto, que dicha moldura. Estas últimas se extenderán en cuanto á su anchura entre la línea de ojo $H G$ y la $B D$ de caja, y las primeras entre la línea $r s$ que significa el vuelo de la moldura por la parte lateral y la misma pared de caja $B D$, resultando con esto que las molduras de frente, los peldaños y sus correspondientes laterales se

cortarán en el ángulo por medio de curvas planas proyectadas horizontalmente según las pequeñas rectas $\alpha\, a_1$,..... $\beta\, \lambda$.

Como el tramo siguiente contiene no más tres peldaños comprendidos entre el plano horizontal $G' G''$ y el $E' E''$, dividiendo esta altura en tres partes iguales, podremos ya trazar las horizontales por los puntos de división 8 y 9, dibujando las molduras salientes que aquí se presentan de frente en la Fig. 177, limitándolos en la prolongación de la línea de ojo $E G$. Sin embargo, conviene, para que este último dato se obtenga con todos los requisitos y detalles debidos, disponer de un nuevo plano de proyección vertical $L T$ paralelo á la línea de ojo $E G$. A este efecto dibújense en él, las horizontales $G''' G^{IV}$, $E^{V} E^{IV}$, que estén situadas con respecto á la línea de tierra $L T$ á las alturas de la primera y segunda sobre mesetas ó descansos, pudiendo así demarcar los gruesos de las mismas por medio de las horizontales $t t'$, $k k'$; éstas vendrán á ser cortadas en los puntos k, t' por las prolongaciones de las líneas de ojo $H G$, $F E$; así es, que uniendo t' con k, la recta que se obtenga representará el plano inclinado que constituye la parte inferior de este tramo.

Concordando con lo hecho en el tramo anterior, dividiremos en tres partes iguales la altura $E^{V}\, 7'$, conduciendo por los puntos de división, horizontales, y éstas cortarán á la línea auxiliar $x' z'$ en puntos por los cuales conduciremos los planos de frente que han de servir de juntas de las piezas de peldaño.

Dibújese ahora la cabalgadura, así como los planos de huella y vuelos de molduras, proyectando, finalmente, todos estos resultados en el plano de proyección horizontal, insiguiendo las mismas operaciones que hemos dejado expuestas para el tramo anterior.

Por último, resta solamente fijar los peldaños del primer tramo, y esto se hará pudiéndolos hacer depender de los del tercero, ya que aquí el número que entran en cada uno es igual. Para eso tómese en la proyección horizontal la distancia $H a_1$ colocándola de E hacia δ' y luego en pos de ésta la distancia $\delta' l'$ igual á $a_1 \lambda$, dividiendo ahora la distancia $l' \delta'$ en 6 partes iguales; trácense por los puntos de división líneas horizontales ocultas y éstas representarán las partes verticales delanteras de los peldaños.

Pásese en seguida al plano vertical (Fig. 177), dividiendo en 7 partes iguales la altura $E'' - 17$ que separa la primera

meseta, del plan terreno. El cruce de estas horizontales con las prolongaciones de las líneas análogas á las δ δ'... *l l'* del plano horizontal, nos irán dando el escalonado de los peldaños, de modo que por medio de operaciones inversas á las seguidas en los tramos anteriores, puédense ahora determinar la extensión de las cabalgaduras, huellas y facetas de junta normales al plano $U E_1$ representación de la parte inferior del tramo, el cual puede ir entregado por medio del corte *Z U X* en el primer peldaño, el cual mucho más potente que los demás, queda fijado en el plan terreno introduciéndole en él, en todo el exceso de altura que se le da para aumentar su grueso, adquiriendo así más resistencia.

268. Téngase en cuenta ahora que todos los peldaños han de ir empotrados de unos 6 á 7 centímetros en los muros de la caja, y que por lo tanto al labrar la piedra, se ha de tener en cuenta las creces correspondientes á la porción que se entrega de la misma, en el grueso de los muros.

269. Notemos por último, y aquí para todos los casos que van á ocurrir, que no es siempre dable calcular las alturas y huellas de una manera exacta tal como ha sucedido en el presente caso, máxime cuando las dimensiones y forma de la caja, así como la altura que hay que salvar, son datos fijos é ineludibles á los cuales hay precisamente que concretarse, no siendo en muchas circunstancias fácil adoptar rigurosamente las dimensiones establecidas para las alturas parciales, huellas, anchos de tramos, etc., etc., en cuyo caso hay que hacer algunos tanteos parciales, sorteando combinaciones entre dichos elementos, reduciendo algún tantou nos, á la par que aumentando ligeramente otros, hasta que se logre encontrar un término medio que satisfaga á las conveniencias generales, medios todos que llegan fácilmente á obtenerse, cuando el operador se ha hecho algún tanto práctico en semejantes cuestiones.

270. La Fig. 175 representa toda la proyección vertical de la escalera para con respecto al plano vertical *L T*, y no hay para qué detenernos en los medios empleados en su obtención, pues un simple cambio de plano vertical ha sido suficiente, demostrando de una manera evidente las varias alturas relacionadas con las del plano *L' T'*, así como las

líneas de correspondencia conducidas desde el plano de proyección horizontal.

271. **Labra.**—En el presente caso todos los peldaños, excepción hecha de las mesetas, son iguales; bastará por lo tanto uno cualquiera de ellos, sirviendo todos los elementos de que dispongamos en la labra, para todos los demás.

Escojamos al efecto (Fig. 180) un prisma cuya altura *a b* sea la total del peldaño y cuyas bases *a d d' a'*, *b c c' b'* sean el máximo rectángulo que pueda circunscribirse á su proyección horizontal, inclusión hecha del vuelo de molduras y de las creces de la piedra suplementaria que entra embebida, interesando al muro de caja.

Princípiese labrando el plano horizontal superior, limitándolo por medio de la plantilla rectangular *a' a m m'* y así representará la parte correspondiente á la huella con más su cabalgadura. Tómese luego una hoja de palastro cortada según el perfil que representa la sección recta Σ (Fig. 179) de la moldura con que termina la parte más saliente del peldaño, colocándose momentáneamente en los planos verticales *a b e*, *d c e'*, para lo cual con mucho cuidado se labrarán á raíz de los los puntos *a*, *d* las partes de plano vertical rigurosamente indispensables hasta que pueda colocarse de una manera holgada y precisa la plantilla á que nos referimos, tal como marcan los puntos de trazo que indica la Fig. 180. Así las cosas, se comprende ahora fácilmente cómo con el auxilio de estas dos plantillas, que vienen á ser directrices de las posiciones de una recta que permanece siempre horizontal, al resbalar por las curvas ó rectas que informan los patrones, se irá labrando la moldura correspondiente á la testa del peldaño, desvastando al efecto toda la piedra que se oponga al movimiento de la regla generatriz, dando forma á la vez que contorneando todas las superficies de las mencionadas molduras.

Mas ya las superficies labradas, precisa limitarlas en sus justos extremos; uno el ángulo *a* en el corte diagonal *a x z*, y el otro en el ángulo recto muy poco saliente *m x' z'*, cuyos límites se dibujan fácilmente, ó bien echando mano de pequeños desarrollos de las superficies curvas, ó bien valiéndonos de las distancias de cada uno de los puntos más notables de estos perfiles á los planos de comparación que aquí pueden ser fácilmente y se prestan á ello, los dos verticales *a b e*,

d c e', de los cuales hemos partido como á base de operaciones.

Para con respecto á la moldura volada de frente el peldaño, se puede ahora labrar de un modo expedito, adoptando como directriz, el mismo perfil diagonal que se ha encontrado en *a x z*, y mientras que la segunda se podrá obtener empleando una contra plantilla Σ'' (Fig. 179') hasta poderla colocar en el plano vertical que con mucho tiento se labre á partir de la vertical *f g* y en la dirección de la *g h* perpendicular á la *g e*. Se comprende que la línea *g h*, colocada en la parte inferior de la piedra, ha de ser igual al vuelo total de moldura, mientras que la cantidad lineal *a f* ha de ser igual al preciso ancho del tramo de la escalera; en esta operación quedará también labrado el plano vertical de altura del peldaño *h' y z*.

Teniendo en cuenta ahora la línea *e e'* que por ella pasa el plano de testa del peldaño cuyas trazas en los planos de frente y posterior del prisma auxiliar son *v e*, *v' e'* se podrá trazar este plano y en él disponer su labra de modo que pueda colocarse la plantilla Ω expresada en la Fig. 180 en la parte correspondiente rayada, colocándola también en la otra testa que resulta empotrada en el muro de caja, viniendo aquí indicados los límites de la plantilla en las líneas *m' n'*, *n' r'*, *r' s'*, *s' b''*.

Finalmente, con las rectas *m'' n*, *m' n'*, labraremos la junta *m n*, *m' n'*; con las *n r*, *n' r'* se podrá trabajar el plano inclinado de intradós; con las *s r*, *s' r'*, se determinará el plano de junta inferior, y con las *y s*, *b'' s'* se trabajará el plano horizontal de cabalgadura.

ESCALERA COLGADA,

planta circular, de ojo y con testas aisladas

272. Los peldaños en esta escalera, lo propio que los del caso anterior, se sostienen solamente por el mutuo corte y por el empotramiento en el muro de caja, contrarrestando el

peso de este último, al que concierne al de todos los peldaños, los cuales se presentan aislados en sus testas hacia el interior del ojo, por cuya razón se llaman colgadas, esto es, como colgando y pendientes del muro de caja que aquí, en este nuestro caso, es circular, como así se expresa en este artículo.

273. Sea pues (Lám. 26, Fig. 181) la semicircunferencia *A B C*, la traza horizontal del paramento interior de la mitad del muro de caja, mientras que la circunferencia concéntrica á la primera *D E F*, representa la traza horizontal de la mitad del cilindro recto en el cual están situadas las testas aparentes y aisladas de los peldaños. Según esto, la equidistancia *D G* de estas dos circunferencias representará el ancho del tramo circular, siendo *H* el punto que corresponde á la mitad de *G D*.

Haciendo centro en *O* y con el radio *O H*, descríbase otra circunferencia *H I* de trazos, y ésta será la línea que se conoce con el nombre de **Línea de huellas**, porque sobre ella se toman las unas á continuación de otras, las distancias iguales que representan el justo límite del ancho de las huellas, con arreglo á las prescripciones establecidas en el núm. 235 (pues como que por lo general no es muy considerable el ancho del tramo en esta clase de escaleras, resulta que esta línea media de huellas, ella es aproximadamente la que indica el camino que recorre el viajero al subir ó bajar la misma).

Mas al objeto de regular el ancho de esta huella sobre la línea media trazada, procede á establecer ciertos cálculos preparatorios para que obedezca al mejor trazado. A este efecto fíjase en la proyección horizontal la línea de partida *A K*, dividiendo en seguida la altura total que hay que salvar, en partes iguales, cada una igual á la altura parcial ú ordinaria que se quiera dar al peldaño, adoptando el número entero que más se aproxime á un cociente exacto, éste será el número de peldaños que entrarán en la escalera. Multiplíquese en seguida la magnitud ordinaria de una huella por el número de peldaños menos uno, y el número que así resulte representará el desarrollo que alcancen todas las huellas, unas á continuación de otras.

Calcúlase la longitud de la circunferencia entera *M I L*, dividiendo luego el número que expresa la longitud del desarrollo de todas las huellas que ya antes hemos encontrado

por el que corresponde á la circunferencia *M 1 L*, el cociente representará el número (entero ó fraccionario) de revoluciones que tendrá la escalera para llegar á la altura dada.

Mas si la línea de llegada estuviera ya fijada de antemano, entonces podría muy bien dar el caso, que llevando el cálculo de la manera como lo hemos efectuado, la escalera no llegase exactamente á alcanzar esta línea; y en este caso la parte fraccionaria que resultase la dividiremos por el número de huellas, añadiendo el obtenido al ancho de la huella, ó restándola de ella, según que la escalera terminará detrás ó delante de la línea de llegada.

Si la diferencia fuese muy notable, también podríamos disminuir ó aumentar del número de un peldaño, lo cual aumentaría ó disminuiría la altura de todos ellos, sin alterar por esto en mucho al ancho de las huellas.

274. Dando, pues, por supuesto que han precedido ya todas estas operaciones, habiendo fijado el ancho de las huellas sobre la circunferencia *M 1 L*, á partir del punto *M* de la línea de partida *A K*, es como así se han obtenido las distancias *M H*, *H N*, *N P*..... etc., uniendo cada uno de estos puntos con el centro *O* por medio de las rectas *D g*, *N' n*, *P' p*.... etc., y éstas representarán las aristas que limitan las huellas de los peldaños, teniendo en cuenta que alcanzarán hasta los puntos *g*, *n*, *p*, situados en la circunferencia punteada, cuya separación de la que corresponde á la de la línea de caja *A G B* representará la cantidad del empotramiento de los peldaños en el grueso del muro cilíndrico de caja.

Si los peldaños llevaran molduras en su arista saliente, se tomaría ahora su vuelo en *G Q'* hacia delante de *G D*, lo propio que en las demás aristas, tal como describe la figura, trazando enseguida las rectas, como por ejemplo *Q' Q* paralelas respectivamente á su arista compañera *G D*; mas como quiera que el molduraje retorna hacia la parte del ojo, de aquí es que se trace la circunferencia *Q R S T* separada de la línea de ojo *D N' P'* de la cantidad de la volada, y sea dicha línea *Q R S T* el límite hasta donde alcancen las líneas más salientes *Q' Q*, *R' R*..... etc.

275. En este estado propongamos determinar en su conjunto cada una de las piezas de peldaño, y para esto desarrollemos el cilindro recto cuya traza horizontal sería la línea

Q R S T, tomando los distintos elementos curvilíneos *Q R*, *R S*, *S T*..... etc., y rectificándolos (Fig. 182) sobre la línea *x z* en las distancias q_1 r_1, r_1 s_1, s_1 t_1..... etc., levantando ordenadas por cada uno de estos puntos, haciendo que la primera q_1 q_2 sea igual á la altura de un peldaño, la segunda r_1 r_2 igual á la altura de dos peldaños, la tercera s_1 s_2 igual á la de tres, la cuarta t_1 t_2 igual á la de cuatro, etc., así obtendremos los puntos q_2, r_2, s_2, t_2..... etc., por los que se trazarán líneas horizontales, y estas últimas cortando á las verticales en puntos tales como r_3, s_3..... etc., nos formarán como un escalonado.

A partir de los puntos análogos al s_3 tómense sobre las horizontales que pasan por ellos distancias tales como s_3 φ igual al vuelo de la moldura más φ α que representará la cabalgadura del peldaño acusada en el cilindro que situado en el ojo pasa por el vuelo de la moldura.

Por dos de estos puntos análogos α, β, á bastante distancia uno de otro, haciendo centro en ellos con radios α γ, β δ iguales á unos ocho centímetros, trácense dos pequeños arcos de circunferencia á los cuales se les construirá la tangente común γ δ; esta recta es la que indicará la inclinación de la escalera, al mismo tiempo que la línea de intradós de la misma, referida al cilindro auxiliar desarrollado en la Fig. 182. Si ahora á partir de todos los puntos análogos á los α, β se dirigen rectas α γ, β δ perpendiculares á la γ δ, todas ellas nos representarán las intersecciones de las facetas de junta en el propio cilindro desarrollado.

Con lo dicho se comprende que ahora será preciso colocar todos estos detalles en el lugar que les corresponda, disponiendo á este efecto el desarrollo de la Fig. 182, arrollándolo en la Fig. 181, de manera que coincidan todos los puntos de correspondencia. Para ello, desde los puntos α, γ y otros intermedios bájense las ordenadas α α_1.... γ γ_1; hágase lo mismo con los puntos análogos á φ por el que se trazarán las ornadas φ φ_1 así como las verticales φ π, dibujando á la vez las molduras del peldaño, tal como expresa la Fig. 182, tomando en ella las distancias s_1 φ_1, φ_1 α_1, α_1 γ_1 y colóquense en la Fig. 181 en φ_2 α_2, α_2 γ_2, trazando en seguida rectas por los puntos que así resulten; la primera φ_2 *n* que coincidirá con la ya establecida paralela á la arista saliente del peldaño, y las otras dos que parten de α_2, γ_2, concurrentes al punto *o*, dándonos así las α_2 α_3, γ_2 γ_3.

276. Terminando definitivamente los peldaños por medio de su empotramiento en el cilindro auxiliar $g\ R''\ \gamma_3\ p$..... etc., es evidente que desarrollando ahora esta superficie cilíndrica en la Fig. 183, obtendremos allí las testas de los mismos peldaños, pudiendo de este modo deducir patrones para el labrado que luego va á seguir. Desarróllese, pues, esta superficie cilíndrica en la Fig. 183 en donde $x'\ z'$ es la sección recta en donde se colocarán las partes rectificadas $R''\ n$, $n\ \alpha_3$, $\alpha_3\ \gamma_3$, (indicando para más claridad las mismas letras en la Fig. 183 que en la Fig. 181). Levántese ordenadas por cada uno de estos puntos de división, terminándolas á las alturas que les correspondan para encontrarse al mismo nivel de las líneas compañeras de la Fig. 182, expresándolo así, las líneas horizontales de referencia que corren entre ambas figuras. Termínense luego la última de éstas, dibujando las molduras salientes de los peldaños así como las alturas, huella, facetas de corte $\alpha'_3\ \gamma'_3$, así como la recta $\gamma'_3\ \delta''$ que representa la intersección de la superficie de intradós con el cilindro límite de empotramiento.

Todas estas construcciones se han hecho referentes á un solo peldaño, siendo evidente que para los demás serán completamente idénticas, habiéndolas aquí omitido para evitar pesadas repeticiones. Es de advertir que todo el dibujo contenido en la Fig. 183, lo hemos de imaginar como arrollándolo, situado en el cilindro de la Fig. 181, $a\ g\ R''\ \gamma_3$.. etc., de manera que haya una perfecta correspondencia con los puntos homólogos.

277. Con todo este previo trabajo, es como ahora nos podremos formar completo cargo del modo como terminan los peldaños. Así, si nos fijamos en el peldaño $\triangle$, $\triangle'$, termina: *Primero:* por la parte de intradós por medio de una superficie helizoidal de plano, director, engendrada por una recta constantemente paralela al plano horizontal, al mismo tiempo que apoyándose en el eje vertical O, y por la hélice proyectada en la Fig. 181 en el arco circular de ojo $D\ N'\ P'\ E'$, la cual está representada en el desarrollo Fig. 182 por la recta $r_1\ \delta$. *Segundo*: por las dos facetas de junta $\alpha\ \gamma$, $\alpha'\ \gamma'$, que también son superficies alabeadas de plano director, cuyo es el horizontal, apoyándose luego la generatriz en el mismo eje O y en las dos pequeñas hélices situadas en la parte del ojo de la escalera y que vienen representadas según las dos pequeñas

líneas rectas, $\alpha\ \gamma$, $\alpha'\ \gamma'$, en el desarrollo de la Fig. 182. *Tercero*: de dos superficies cilíndricas rectas situados en los testeros del peldaño, la una $R''\ \gamma_3$ convexa, que coincide con el empotramiento en la caja de la escalera, la otra $N'\ \gamma''_3$ cóncava, formando parte del contorno del ojo de la construcción. *Cuarto*: de dos planos horizontales $s_2\ t_2$, $\varphi\ \alpha$, que son los de huella y cabalgadura. *Quinto y finalmente*: del plano vertical $\varphi\ \pi$ que es la llamada altura de peldaño. Además de todos estos elementos se han de contar también con las pequeñas superficies que terminan el molduraje, cuya misión es la de fortalecer la arista saliente del peldaño.

278. Labra.—La Fig. 186 representa la piedra labrada con las demás operaciones previas.

Se principia labrando un primer prisma auxiliar 1-2-3-4, 1'-2'-3'-4' cuyas bases sean el máximo contorno aparente de la proyección horizontal, la que para mayor claridad se señala con un rayado en la Fig. 181, y tiene por altura la mayor que alcance la piedra, dada esta distancia por la diferencia de nivel que existía en la Fig. 182 entre el plano horizontal $s_2\ t_3$ y el punto más bajo γ. Colóquese en seguida la plantilla 1-5-6-1' que representa la parte superior horizontal de huella, haciendo la coincidencia del patrón á lo largo de la arista 1-1'. También se colocarán: *Primero*: el patrón 1-7-8-9-10-11, deducido del contorno $\triangle$, arrollándolo en la parte cilíndrica cóncava, 1-3-4-2. *Segundo*: el patrón $\triangle'$, arrollándolo en el cilindro vertical convexo 1'-2' pudiendo ya en seguida unir los puntos homólogos y dos á dos correspondientes á estos patrones, labrando, por lo tanto, las superficies planas que lo limitan, ya sean la horizontal de huella y cabalgadura, ya también la cara vertical del peldaño y molduras de frente del mismo.

En cuanto al molduraje lateral y retorno del perfil se hará conforme se expresó en el párrafo 271. Por lo que respecta á la superficie vista de intradós, siendo ésta, como sabemos, alabeada, se labrará por medio de puntos de marca pareados, $\theta\ \theta'$, $\mu\ \mu'$, colocados en las líneas directrices 10-11-, 10''-2'', los cuales se deducirán de las Figs. 182 y 183, trazando horizontales entre $\gamma\ \gamma'_3$ y $\gamma'\ \gamma'''_3$. Igual procedimiento se seguirá para el labrado de las facetas de junta, las cuales tendrán por directrices las curvas 5-11, 6-2'' la superior; mientras que la inferior, sus directrices serán las 9-10 y 9''-10''.

Finalmente falta tan sólo limitar la testa en la parte cóncava, aislando la moldura lateral, labrando el cilindro cóncavo vertical del ojo que pasa por la curva 3''-4'', en el cual se irán marcando los puntos en altura tales como 5'-11'-10'-9'-8', uniéndolos por medio de las líneas que demuestra la figura, verificándose la unión por medio de cerchas. Este segundo cilindro, que es el que verdaderamente se aprovecha en el ojo de la escalera se determinará fácilmente por medio de las distancias iguales 4-4'', 10-10'', 3-3'', deducidos de la proyección horizontal por la separación de las líneas concéntricas *D N' P'*..... etc., *Q R S*..... etc.

ESCALERA

circular de ojo y con zanca

279. En ésta, las testas de los peldaños no se presentan aisladas hacia el ojo de la escalera, no pudiendo retornar, por lo tanto, por la parte lateral las molduras salientes de los mismos. En este concepto, estas testas van invariablemente unidas á la pieza llamada zanca, especie de faja de piedra colgada, siguiendo la inclinación de la escalera (Fig. X) y que se hace solidaria uniéndola invariablemente con los peldaños en el sentido de las testas de los mismos, tendiendo así á unificarlos más en su conjunto. Es de advertir que en la zanca es en donde se apoya directamente la baranda de la escalera, teniendo, pues, con esto doble utilidad el empleo de semejante especial pieza.

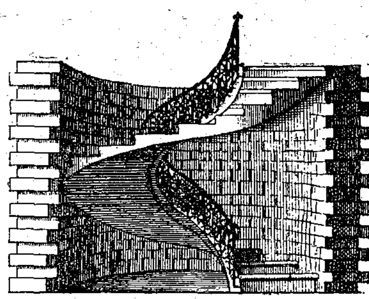


Fig. X

280. Pocas serán las explicaciones que hagamos en nuestro caso, al aplicar la zanca en la escalera circular que acabamos de pasar en revista, pues todo lo dicho allá para

con respecto á proyecciones y desarrollos de las testas de los peldaños, se habrá de reproducir en nuestro caso ampliándolos no más con la modificación que en sí lleve la colocación de la zanca. A este efecto supongamos que la Fig. 181' sea la proyección horizontal de la escalera circular, determinados sus peldaños y todas sus aristas, vistas y ocultas, del mismo modo como lo hemos hecho en la Fig. 181. Tómese luego desde la línea de ojo hacia el centro las distancias *d d'*, *a a'*..... etc., iguales al espesor de la piedra que constituye la zanca (este grueso dependerá del ancho del tramo), y haciendo pasar por todos los puntos la línea *a d*, concéntrica con la del ojo, entonces toda la parte comprendida entre estas dos curvas, nos indicará la proyección horizontal de la zanca.

Fijémonos ahora en la Fig. 184, que representa el desarrollo del cilindro, más próximo al eje; en una palabra será la misma figura que la 182, abstracción hecha del retorno de molduras. Imagínese, pues, una línea tal como *p q* paralela á la más inferior *r s*, sobresaliendo dicha *p q* de unos 5 ó 6 centímetros de las líneas de asiento horizontales de huella; entonces la zona comprendida entre dichas paralelas *p q*, *r s* será la faja desarrollada correspondiente á la zona vista en la parte cóncava de la misma, faltando solamente determinar su despiezo. Este puede llevarse de dos maneras distintas, la primera, á *simple superficie de junta*, expresándolo así la Fig. 184, que consiste en imaginar las líneas rectas *b a*, *d c* prolongaciones sucesivas de las *e b*, *h d*, líneas de junta respectivas de los peldaños, y entonces cada testa de peldaño llevará consigo la raja de zanca que le corresponda, quedando expresado en el desarrollo por el rectángulo *a b c d*. Con esto podrá procederse al labrado de la piedra en la Fig. 187. El prisma capaz se compondrá de dos partes: la primera para la zanca, y será el prisma cilíndrico recto *D D' B' E'* α α' cuya base *D' B' E'* α deducida de la proyección horizontal en *a a' d' d* y cuya altura *D D'* igual á la diferencia de nivel que existe entre los puntos *b*, *c* de la Fig. 184. La segunda parte de la piedra es la que contendrá al peldaño, y será la *B E F' G G' F*, cuidando que en el labrado auxiliar de estas dos partes, haya una diferencia de nivel *B B'* igual á la que exista entre el punto más alto de la zanca y el plano horizontal de huella del peldaño que va adjunto á la misma. Con ésto puede definirse inmediatamente la zanca por medio de su labrado. A este efecto arróllese el rectángulo *a b d c*

de la Fig. 184 sobre el cilindro cóncavo de la piedra y así vendrá en ella en la disposición de *a c d b*.

En la parte posterior convexa *G F F' G'* se dispondrá la plantilla $\triangle'$ de la Fig. 183 correspondiente al caso anterior cuyo patrón queda exactamente el mismo que el que sirvió en el primer caso.

Además en la parte cóncava del cilindro *B B' E' E*, podrán disponerse las cerchas γ *c'*, *c' a'*. Prescindiendo ahora del labrado del simple peldaño, considerándolo no más en las superficies planas que lo limitan, pues que este trabajo es igual al del caso anterior (únicamente llevando mucho cuidado en el desvaste de la piedra, en las inmediaciones del cilindro cóncavo de la zanca, para poder colocar el dibujo de la moldura en $m\ \delta\ n$, una vez ya trazada la línea horizontal $m\ \gamma$) y limitándonos no más á las superficies alabeadas que forman las juntas y límites, tanto del resto del trozo de zanca, como las del peldaño, nos concretaremos indicando que la superficie de intradós se labrará con el auxilio de las directrices *d b*, *d'' b''*, que la superficie de junta de peldaño y zanca á la vez, tendrá por directrices la curva *d''* γ' y la parte que corresponde de la *d c*, y luego la restante de ésta que será compañera de la γ *c'*. Análogamente haremos con respecto á la junta inferior cuyas directrices serán la *b a*, *b'' e''*, *e a'*. Finalmente, la superficie superior de la zanca tendrá por directrices la *c a*, *c' a'*, excusando decir que en todas ellas se apoyarán las generatrices de los helizoides, distribuyendo de una manera conveniente una serie de puntos de marca deducidos de la proyección horizontal, al unir cada uno de los puntos escogidos en la parte cóncava de la zanca con el centro del ojo de la escalera. Estas superficies son, pues, helizoides que tienen por plano director el horizontal, moviéndose la generatriz sobre curvas hélices y el eje vertical de la escalera.

281. Segunda solución de la zanca.—Otras veces se extiende más el ancho de la sección correspondiente á la zanca, interesando en cuanto á esta anchura, la correspondiente á dos peldaños sucesivos, apareciendo con esto una suerte de cuerpo saliente en forma de orejón adherido, y formando cuerpo con el peldaño correspondiente. Esta disposición se muestra en la Fig. 185, indicando con un subrayado que afecta la forma del contorno que indican las letras ***a b c h g f e d***, cuyo representa el desarrollo de la parte cóncava del cilindro, cuya figura indicada, ha de servir luego de patrón para arrollarlo en la concavidad del cilindro de la piedra.

Esta pieza está representada ya labrada en la Fig. 188. Omitiendo el trabajo inherente á su labrado, toda vez que puede colegirse con facilidad del anteriormente detallado.

ESCALERA COLGADA

de ojo y de planta irregular

con ó sin zanca

282. (Lám. 27, Fig. 189.) Sea un polígono irregular cualquiera *A B C D*, que representa la forma y contorno general de la caja de escalera; en los puntos medios tales como el *E* de cada uno de los lados de este polígono, trácense respectivamente las perpendiculares *E E'* á cada uno de dichos lados, tomando sobre cada uno de ellos las distancias *E E'* iguales al ancho mínimo del tramo de la escalera; y téngase en cuenta, llamando la atención sobre este particular, que decimos el ancho mínimo, por prestarse esta clase de escaleras á distintos anchos en su curso, toda vez que los peldaños que se encuentren en las inmediaciones de los ángulos de la caja tienden forzosamente á ser más extensos en su longitud que los demás.

Trácense ahora sobre estas mismas perpendiculares á partir de los puntos análogos al *E'* líneas como la ***d c***, paralelas respectivamente á los lados de la caja, como por ejemplo el *DC*; así vendremos á obtener un segundo polígono, ***a b c d*** equidistante del *A B C D*, y si luego inscribimos al nuevo polígono obtenido una curva que expresan las letras ***i g*** *E'' l h*, esta línea será la que se conoce por *Línea de huellas*, porque sobre ella precisamente se tomarán las distancias que expresen las huellas de los peldaños, recorriendo esta línea el viajero que suba ó baje la escalera, por lo cual se ha llevado buen cuidado de tomar la cota de 50 centímetros antedicha, que la separa de la línea que ahora determinaremos, por ser

esta separación la que regularmente se adopta como á comodidad de la persona que suba ó baje, para así poder apoyarse en la baranda de la escalera.

283. Supongamos ahora que el primer peldaño parte del punto *h*, punto situado en la línea de huella, en este concepto se tomará sobre esta línea y á partir de dicho punto *h*, una serie de distancias *h l*, *l m*, *m n*..... etc., todas iguales al ancho de la huella que se haya deducido por medio del cálculo, insiguiendo los procedimientos que en su lugar correspondiente se expusieron; por cada uno de estos puntos de división, así como también por los puntos medios de las referidas distancias, trácense una serie de rectas normales á la curva de huellas, prolongándose lo suficiente hasta que vayan cortándose, produciendo la unión de los puntos de intersección la curva *F E'' H*, cuya vendrá á ser la envolvente de todas estas rectas, de las cuales las primeras que representaremos vistas, serán las proyecciones horizontales de las aristas salientes de los peldaños, mientras que las segundas, dibujadas ocultas serán la representación de las generatrices de la superficie continua del intradós.

284. Estamos ahora en el caso de limitar unas y otras fijando definitivamente el ojo de la escalera. Tómese para ello, y á partir de los puntos *h*, *l*, *m*, *n*..... etc., la distancia constante de 48 centímetros, uniendo luego los puntos que así resulten, obteniendo así la curva *H' l' m' n'*..... etc., curva que será, por lo tanto, equidistante de la línea de huellas, quedando en ella limitados los peldaños hacia la parte del ojo, mientras que por el lado de la caja, se terminarán en el polígono *A' B' C' D'*..... etc., equidistante del *A B C D*..... etc., cuya equidistancia será igual al empotramiento que queramos tengan los peldaños en el muro de caja.

285. Precisa ahora fijar la posición en el espacio de las aristas salientes de los peldaños y suplir así lo enojoso que sería dibujar la proyección vertical. A este propósito, imaginemos en el cilindro vertical de huellas arrollada una hélice en la que la relación constante de sus abcisas y ordenadas, sea igual á la que existe entre la altura y huella de los peldaños, operación que es sumamente fácil si se atiende, que ya se ha indicado que el punto *h* es el de partida, y que, por lo tanto, está á una altura separado del plano horizontal, y en su consecuencia el punto siguiente *l* lo estará á dos alturas, el *m* á tres..... etc., de modo que si tomamos sobre esta línea de huellas hacia la parte anterior, una de aquellas distancias, tal como en *h k*, visiblemente el punto *k* será el origen ó partida de la hélice mencionada

Considéresela ahora como directriz de una recta *H' h* que, apoyándose constantemente en aquella curva y conservándose horizontal, permanece siempre tangente al cilindro vertical que se levanta sobre la curva *H E''' F*, y en este caso fácilmente se comprenderá que todas las aristas salientes de los peldaños, tendrán perfectamente fijadas la posición en el espacio, en sus distintas alturas, por formar parte de un helizoide de plano director, el cual obedece á la generación última mentada, aunque no sea dable aprovecharla formando la superficie continua por no permitirlo el resalto de los peldaños.

Mas no así sucederá con la superficie de intradós formada por las líneas ocultas, pues aquella será continua é idéntica con el helizoide superior, aunque más baja que éste de una cierta cantidad constante, dependiendo este desnivel de los cortes ó planos de junta que muy en breve pasaremos á detallar en el despiezo.

286. Estas juntas las haremos pasar por las rectas tales como *P Q*, generatrices del helizoide de intradós, y que vienen dibujadas en proyección horizontal en la mitad de las huellas, y para que cumplieran con las mejores condiciones geométricas, sería forzoso formarlas por todas las normales á la superficie de intradós trazadas desde cada uno de los puntos de la *P Q*; así todas ellas formarían una superficie normal, que en este nuestro caso sería un parabólide hiperbólico, más como quiera que por otra parte esto produciría gran trabajo en la mano de obra, así como también no poca dificultad en el debido asiento y yuxtaposición de las piezas, suélese sustituir á aquella superficie alabeada por un simple plano de junta, toda vez que, atención hecha á la poca superficie de esta clase que se aprovecha en la práctica, resulta por otra parte insignificante el error de normalidad que se comete llevando á cabo dicha sustitución.

El plano en tales circunstancias se determina, de modo, que pase por la generatriz *P Q* y la normal á la superficie en el punto medio *R* de dicha generatriz. Pero esta normal, es

evidente que depende del plano tangente en el mismo punto al helizoide, y aquél á su vez se puede obtener para facilitar las operaciones, recurriendo al auxilio de un paraboloide de acuerdo con el helizoide, á lo largo de la generatriz común $P\,Q$. Procedamos, pues, á la construcción de este paraboloide de acuerdo.

A este efecto escojamos un plano de proyección vertical $L\,T$ que se encuentre perpendicular á la generatriz escogida $P\,Q$ y al mismo tiempo á un desnivel, por ejemplo, de tres alturas de peldaño más bajo que la misma, por lo que ésta se proyectará en P', siendo así $P'\,P''$ igual á la suma de tres alturas de peldaño.

Para que exista acuerdo entre las dos superficies, precisa que tengan dos planos tangentes comunes, así como también común el plano director. Si nos fijamos en el punto R' y trazamos en él la tangente $R'\,r$ á la hélice de huellas, dicha tangente cortará al plano horizontal $L\,T$ escogido, en el punto r, separado de R de una distancia de tres huellas, ó lo que es lo mismo $3 \times l\,h$, pudiendo sustituir á la hélice $R'\,E''\,n\,m$, por su tangente $R'\,r$.

Del mismo modo, si nos fijamos en el cilindro vertical $F\,E'''\,H$, veremos que en él, todas las generatrices del helizoide efectuarán su tangencia de tal modo, que unidos los puntos de contacto, nos dan una línea curva, y el plano tangente al helizoide en el punto q, es evidente que está dado por la generatriz $P\,q$ y la vertical del punto q, luego claro está, que si sustituimos en el movimiento de la generatriz la directriz curvilínea que está arrollada en el cilindro $F\,q\,H$ por la vertical del punto q que está en el plano tangente mencionado, y hacemos ahora emprender el movimiento de la generatriz $P\,q$, de modo, que conservándose siempre horizontal, vaya resbalando por las rectas directrices $R'\,r$ y la vertical del punto q, llegaremos á formar un paraboloide hiperbólico, que tendrá el mismo plano tangente que el helizoide en R, el mismo plano tangente en q, y el mismo plano director, cual es el horizontal, y por lo tanto, será de acuerdo con nuestra superficie de intradós, tendrán por lo mismo todos los planos tangentes comunes á lo largo de $P\,Q$, sucediendo, según esto, la misma condición para el punto R escogido.

En virtud de lo dicho si hacemos emprender el movimiento á la generatriz $P\,Q$, siempre horizontal, y resbalando por la $R'\,r$ y la vertical del punto q hasta que pase por el punto

r, en esta nueva posición vendrá en $q\,r$ y así tendremos una segunda posición de la generatriz; trácese ahora por el punto R un plano vertical $R\,\rho$ paralelo á $R'\,r$, este plano, que es paralelo á todas las generatrices del primer sistema que comprende á las análogas de $R'\,r$, cortará en ρ á la segunda posición $q\,r$ y entonces la recta $R\,\rho$ que encontraremos, será la intersección del plano vertical antedicho con el paraboloide engendrado; será, pues, la recta $R\,\rho$ una generatriz del primer sistema, y, por lo tanto, esta, junta con la $P\,Q$ generatriz del segundo sistema nos determinarán con toda evidencia el plano tangente que corresponde al punto R. Falta ahora referir esta operación al plano vertical de la Fig. 190, y para eso no hay más que referior ρ en ρ', y uniendo ρ' con P' ésta será la traza vertical del plano tangente cuya traza horizontal será $\rho'\,\rho$; queda luego reducido á trazar en P' la perpendicular $P'\,U'$ á la $P'\,\rho'$, y será ella la normal al paraboloide, y, por lo tanto, al helizoide de intradós; resultando con esto que el plano de junta vendrá definido en $U'\,V\,X$. Mas como ahora conviene limitar este plano de junta, lo haremos echando mano de un plano secante horizontal, y á una altura, cuando menos de seis centímetros para con respecto á la generatriz de intradós proyectada en P', la intersección que resultará de estos dos planos será la recta U-$'u'\,u$ paralela á la $P\,Q$, viniendo así la junta proyectada en $P\,Q\,u\,u'$, de modo que ahora, todo el plano que corresponde á esta junta se halla completamente proyectado en el plano horizontal, en el contorno aparente fijado en los límites que indican las letras $P''\,Q\,\varphi\,z$.

287. Con idénticas operaciones determinaríamos las juntas de los demás peldaños, valiéndonos para cada una de ellas de nuevos planos de proyección vertical análogos á la de la Fig. 190, y con ello se habrán ya terminado las operaciones inherentes que se refieren á la fijación definitiva del conjunto y detalles de la escalera, pudiendo ya pasar al labrado de los peldaños, necesitando con esto las plantillas ó patrones concernientes á las testas de los mismos, la una que corresponde al ojo de la escalera, y la otra á la línea de empotramiento $D'\,C'$; en esta última la plantilla será plana, mientras que en la primera el patrón será cilíndrico, por lo que será forzoso desarrollarlo. A este efecto fijémonos en la figura 191, en la cual sobre la línea $L''\,T'$, tomaremos la distan-

cia u' φ igual á la rectificación del arco u φ levantando luego ordenadas por los puntos extremos de división u', φ', ordenadas que terminaremos por un plano horizontal cualquiera como es el u'' φ'' será la huella del peldaño hacia la parte del ojo. Trácese luego la vertical φ'' φ''' igual á la altura de un peldaño, ésta será la contra-huella. Hágase pasar por φ''' la horizontal φ''' δ'' igual á la rectificación de φ δ, y así tendremos la línea de cabalgadura ó asiento; tómese luego la distancia α' δ' igual á la rectificación de la α δ, levantando luego la ordenada α' α'' de modo que sea tal, que la distancia de α' á la línea horizontal δ'' φ''' sea igual á la altura con que hemos trazado el plano z y en la Fig. 190, para con respecto á la generatriz que represente á la que hace el oficio de la que está proyectada en P'; de modo que si luego repetimos esta operación para un punto intermedio entre α'' δ'', llegaremos á obtener la curva α'' δ'', y será la línea de junta desarrollada que proviene de la intersección del plano de junta con el cilindro de ojo. Con igual operación se inferiría la junta superior en la curva Q'' u'', y finalmente así operando se encontrarán una serie de puntos inferiores, tales como Q'', α'', β'... etc., que unidos determinarán la línea inferior de la superficie de intradós con respecto al ojo de la escalera y con ella cerraremos los patrones del desarrollo concernientes á las testas adjuntas al ojo de la escalera, fijándonos solamente en uno de ellos, que designaremos para abreviar con la letra $\triangle$.

288. Pasemos ahora al que corresponde á la línea de empotramiento, y para esto prolónguense las horizontales que pasan por los puntos u'', δ'', γ'', así como las que parten de Q'', α'', β', tomando sobre la primera horizontal una distancia u_1 z_2 igual á la u' z de la figura, de la proyección horizontal, esta será la línea de huella. La vertical z_2 z_1 igual una altura de peldaño será la contra-huella. La horizontal z_1 δ_1 igual á la z δ''' de la proyección horizontal será la cabalgadura. Refiriendo ahora δ_1 en δ_2, tomando luego la abcisa δ_2 α_2 igual á α''' δ''' y levantando luego la ordenada α_2 $\alpha_1 = \alpha'$ α'' nos darán la recta α_1 δ_1 y será la intersección del plano de junta con el vertical de empotramiento, y del propio modo se obtendrá la junta superior en P_1 u_1, y finalmente, uniendo los puntos inferiores que resultan en P_1, α_1 β_1..... etc., se obtendrá la curva P_1 α_1 β_1..... etc., representando la intersección del helizoide de

intradós con el plano de empotramiento, cerrando con esto la figura ó plantilla de los peldaños, que, fijándonos solamente en uno, denominaremos en la Fig. 192, por $\triangle'$ que es el que corresponde á la misma pieza del otro patrón hallado en $\triangle$ en la Fig. 191.

Aquí haremos solamente notar que existirá algún peldaño en los ángulos, en que el patrón de la testa del empotramiento se dividirá en dos, como por ejemplo si nos fijamos en el ángulo C' que párte de él corresponderá al plano C' B, mientras que por la otra, coincidirá con el C' D', y esta variación la expresará la Fig. 192, por medio de la vertical μ μ' que demuestra en donde la testa queda dividida en dos, la una en Θ y la otra en Θ'; mas esto no ofrece ninguna dificultad para con respecto á lo dicho en las construcciones anteriores. Véase la Fig. Y.

289. Labra.—El labrado se presenta sumamente expedito y queda reducido á formar un prisma auxiliar cuyas bases sean el contorno aparente de la piedra ó peldaño P Q φ z sobre el plano de proyección horizontal y por altura la máxima de la pieza, que nos la da la distancia que existe en la Figura 192 del punto α_1 al plano horizontal superior u_1 z_2. Este prisma esta expresado en la Fig. 195 en 1-2-3 4-4'-3'-2'-1', colocando inmediatamente en él los patrones $\triangle$, $\triangle'$ el primero en la parte cóncava, el segundo en la parte plana y dispuestos así estos contornos no hay más que desvastar la piedra uniendo dos á dos los puntos de $\triangle$ con los correspondientes de $\triangle'$, así tendremos todos los planos que envuelven el peldaño, así como la superficie de intradós alabeada limitada por las curvas τ ω, τ' ω' y valiéndonos de puntos de marca situados en ellas, dos á dos á una misma altura, por los cuales conduciremos las generatrices que nos guiarán en el labrado de dicha superficie.

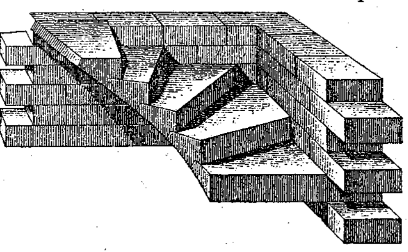


Fig. Y

290. Caben aquí también las mismas observaciones que hicimos en el caso anterior, y es de que los peldaños, en lugar de terminar en una arista saliente, pueden hacerlo por medio de una pequeña moldura, que se ha de dibujar en las plantillas de las Figs. 191-192, retornando la moldura también hacia la parte del ojo, ó bien pueden ir acompañados los peldaños con zanca, y según sea la disposición de ésta en su despiezo, las piedras afectarán la forma de las piezas que representan las Figs. 194 y 193.

ESCALERA

de compensación

291. Cuando por la forma especial de la escalera, la dirección del tramo experimenta un súbito cambio de dirección en el que los peldaños, especialmente en sus testas, sufren una brusca disminución en el ancho de sus huellas hacia la parte del ojo de la escalera, entonces ésta se presentaría muy defectuosa é incómoda, dando lugar á accidentes desgraciados para los que transitaran en ella, próximas á la línea del ojo, por no tener quizá espacio suficiente para la colocación del pie en el plano horizontal de la huella, que quedaría reducido á una cantidad exigua. Es, pues, de toda necesidad recurrir á medios que eviten semejantes inconvenientes, y esto se consigue llevando á cabo una prudente cuanto equitativa repartición entre el ancho de las huellas reducidas y el de aquellas que no lo estén, aumentando algún tanto las primeras y disminuyendo de la misma cantidad las segundas, de modo que exista entre todas al pasar de una á otra un cambio en disminución lento y progresivo. En resumen se aumentan las huellas que se presentaban reducidas, á expensas de las que cumplan las condiciones que se exigen en sus anchos, compensándose así las unas con las otras y de aquí el nombre de *compensación* que se da á estas escaleras

Llevar á cabo la compensación es, según esto, efectuar todas las construcciones inherentes para que aquellos requisitos queden cumplidos.

292. Como quiera que estas operaciones muchas veces son hijas de varios tanteos hasta conseguir la disposición más adecuada en la progresiva variación de las huellas, esto también ha motivado que por muchos autores se conozcan semejantes escaleras con el nombre de *escaleras de huellas tanteadas*.

293. Sentadas estas breves nociones, pasemos ya directamente al estudio de tan importante caso. Supongamos que el muro de caja se componga de una parte recta $U\,V$ (Lámina 27, Fig. 196), y de otra parte semicircular $V\,Z$ la cual es tangente á la primera. Esta línea mixtilíne $U\,V\,Z$ representa la traza horizontal del paramento interior del muro de caja. Hacia la parte del espesor del muro dibújese una línea $a_2\,b_2 \ldots.. l_2$ equidistante de la primera á una distancia de ella igual al trecho que se quiera empotrar los peldaños. Trácese también otra curva tal como $a\ b \ldots\ l$ equidistante de la línea de caja, pero cuya separación de ella sea igual á la longitud que queramos tengan los peldaños ó lo que es lo mismo, al ancho del tramo, así obtendremos la línea de ojo, y finalmente, tomando las distancias $a\,a_3 = l\,l_3 = 0'50^{m}$ se describirá otra curva $a_3\ b_3 \ldots..\ l_3$ que representará la línea de huellas.

294. Divídase esta línea en partes iguales que cada una represente el ancho que ha de tener la huella. Las aristas salientes de los peldaños quedarán determinadas en proyección horizontal, haciéndolas pasar por los puntos a_3, $b_3 \ldots\ l_3$, dirigiéndolas normalmente á la línea de huellas; pero aquí ya en este caso se observa que los anchos de las huellas consideradas en la parte circular del ojo $l\,k$, $k\,i$, $i\,h$, $h\,g$, serán mucho más reducidas que las $g\,f$, $f\,e$, $e\,d \ldots$, cuyas están colocadas en la parte recta, y, por lo tanto, se desprende fácilmente que este inusitado cambio, ocurriendo bruscamente en el punto g, en él se presentará el paso incómodo, peligroso y fácil á ocasionar caídas.

Para fijar mejor las ideas y éstas aparezcan más claras á proposito de lo que decimos, concibamos por un momento que sobre el cilindro vertical que se levanta sobre la línea de huellas se imagina una hélice cuya pendiente, ó lo que es lo mismo, la tangente trigonométrica del ángulo α que hace con

el horizonte, sea igual á $\frac{h}{g}$ siendo h y g respectivamente la altura y la huella del peldaño, ambos datos que se hayan escogido; ahora bien, precisamente por los puntos de esta hélice proyectados en $a_3, b_3, c_3, \ldots\ l_3$ es que pasarán las aristas salientes de los peldaños, cumpliendo además la condición de ser normales al cilindro vertical de huellas. Admitiendo, pues, esta hipótesis, todas dichas rectas formarán parte de una superficie reglada que tendrá por plano director el horizontal cuyas generatrices, apoyándose sobre la hélice de huellas, serán constantemente normales al cilindro del mismo nombre.

Mas observemos, por otra parte, que en la sección recta de la escalera, lo que hemos llamado cilindro de huellas se convierte en un simple plano vertical, la hélice en una recta, y la superficie reglada que formaban las aristas salientes, cambia aquí en un plano inclinado. Consideremos actualmente la intersección del cilindro vertical del ojo con la superficie que forman las aristas salientes de los peldaños; y observando que los anchos de las huellas, sobre la línea de ojo son precisamente iguales á la huella escogida g sobre la parte recta, mientras que esta magnitud se presenta menor, aunque también constante, que llamaremos γ en la parte circular, resultará que la intersección considerada se compondrá de una recta de pendiente $\frac{h}{g}$ y de una hélice teniendo por pendiente $\frac{h}{\gamma}$; y he aquí el cambio brusco de pendiente, peligrosa á la vez que desagradable á la vista, necesitando á este objeto la compensación ó tanteo.

295. Desarróllese al efecto el cilindro del ojo; en esta operación la base $a\ b\ c \ldots\ l$ se desarrollará según una línea recta sobre la cual se tomarán los elementos (Fig. 197) $a'\ b'$, $b'\ c' \ldots\ f'\ g'$ iguales á la $a\ b$, $b\ c \ldots\ f\ g$, que son iguales á las huellas g, y en pos de ellas las longitudes $g'\ h'$, $h'\ i'$, $i'\ k'$, $k'\ l'$, iguales á la longitud común γ de los arcos $g\ h$, $h\ i$, $i\ k$, $k\ l$.

Por todos los puntos b', $c' \ldots$ etc., levantándose ordenadas iguales sucesivamente á las h, $2\ h$, $3\ h \ldots$ etc., los extremos $A'\ B'\ C'\ D' \ldots$ etc., estarán situados sobre una sola línea recta, y los otros extremos obtenidos en G', H', K', lo estarán

sobre una segunda recta, estas dos líneas serán las transformadas de la intersección del cilindro de ojo, con la superficie de las aristas salientes de los peldaños.

Terminada que sea esta operación, trácese por L' una curva continua tangente á la recta $A'\ G'$, pero que intercepte sobre la horizontal del punto K', una longitud $K''\ K'_1$ igual á la menor distancia de huella que se quiera dar.

Finalmente, prolónguense todas las horizontales de los puntos K', I', $H' \ldots$ hasta que encuentren á la línea mixta $L'\ P'\ A'$ en los puntos K'_1, I'_1, H'_1. Ahora se supone que se arrolla esta línea sobre el cilindro de ojo, uniendo los puntos de división de la hélice de huellas, puntos que están proyectados en l_3, k_3, i_3, $h_3 \ldots$ con los que resulten de los situados en la línea de ojo en virtud de la última operación, se tendrán así fijadas las posiciones en el espacio de las aristas salientes de los peldaños. Para tener, pues, sus proyecciones horizontales, trácense ordenadas por los puntos L_1', K_1', I_1', $H_1' \ldots$ etc.; los pies de éstas que están en l', k_1', i_1, $h'_1 \ldots$ etc., se las transportará en l', k_1, i_1, $h_1 \ldots$ etc. sobre la curva del ojo, uniendo luego l_3 con l, k_3 con k_1, h_3 con h_1, g_3 con $g \ldots$ etc.; las rectas así obtenidas serán en definitiva las proyecciones horizontales de las aristas salientes de los peldaños. En este estado prolónguense todas estas aristas, hasta que vayan sucesivamente cortándose, produciendo en su intersección la curva $\omega\ \zeta$ que no será más que la envolvente de estas posiciones, y entonces podremos definir por completo la superficie en donde están situadas estas aristas, diciendo: que es una superficie reglada que tiene el plano horizontal como á director y que la generatriz se apoya sobre la hélice de huella, permaneciendo constantemente tangente al cilindro vertical cuya base es la curva $\omega\ \zeta$.

296. Así como hemos venido á efectuar gráficamente la compensación, así también se llega á ella por medio del cálculo. Veamos cómo. Sea:

n el número de peldaños de la parte curvilínea,

γ su ancho primitivo,

λ el ancho mínimo que se quiera dar á la última huella de esta parte curvilínea,

x el número desconocido ó incógnito de peldaños de la parte recta, número dentro del cual ha de interesar la compensación

g el ancho primitivo de las huellas de la parte recta, esto es, la huella ordinaria,

ρ la razón incógnita de la progresión aritmética $\lambda, \lambda + \rho, \lambda + 2\rho \ldots g$, según la cual se quiere que vayan siguiendo los anchos definitivos de los peldaños ó huellas compensadas.

Según esto, se tendrían las dos relaciones:

$$g = \lambda + (n - 1)\rho$$

$$g\,x + n\,\gamma = \frac{1}{2}(g + \lambda)(x + n)$$

que resultan de las fórmulas conocidas que dan el valor del enésimo término y la suma de los términos de una progresión.

Estas dos relaciones darán los valores de x y de ρ. Si x no fuese entero, se le sustituiría por el número entero que le sea más próximo, modificando, empero, ligeramente á λ. Con esto se colige que esta solución equivale ó viene á ser lo mismo, por mejor decir, á que se sustituya la línea quebrada $A'\,G'\,L'$ por otra línea también quebrada; y, por lo tanto, no hace desaparecer en absoluto el quebranto de líneas ó quiebro de las mismas al formar ángulo más ó menos pronunciado; pudiendo admitirse, sin ningún recelo, la solución gráfica, máxime, cuando lleva consigo una cierta indeterminación que aquí precisamente es una cualidad inherente, á la par que ventajosa para la más acertada solución de la índole especial del problema de que se trata.

297. Plantillas y Patrones. Datos para la labra.— Si bien la superficie en donde están situadas las aristas salientes de los peldaños es discontinua ó, por mejor decir, imaginaria, pues no más ha servido su consideración para fijar dichas aristas en el espacio, no sucede, sin embargo, lo propio para con respecto á la superficie inferior de intradós, la cual es perfectamente continua é idéntica á la superficie ideal del extradós á que nos hemos referido. Este intradós es una superficie alabeada que tiene por plano director el horizontal y cuyas generatrices, permaneciendo constantemente en su movimiento tangente al cilindro vertical $\omega\,\xi$ resbalan sobre una hélice idéntica á la de huellas, la cual ha bajado toda ella de una cantidad constante sobre el cilindro que la proyecta en el plano horizontal, cuya cantidad constante se infiere que ha de ser el grueso que queramos dar á la escalera (Fig. 199).

Según esto, sea $V\,Z$ la traza horizontal del muro interior de la caja; $l_2\,g_2$, la línea á que alcanza el empotramiento; $l_3\,g_3$, la línea de huellas; $l_1\,g_1$, la línea de ojo $\omega'\zeta$, la traza del cilindro vertical, al cual son tangentes las generatrices de intradós y de extradós.

Tomemos ahora en consideración un solo peldaño, y sea, por ejemplo, el que en su parte vista corresponde á la división $m_3\,n_3$ de la línea de huella, de modo que si por los puntos m_3 y n_3 se dirigen tangentes á $\omega\,\zeta$, se obtendrán las proyecciones horizontales $m_1\,m_2$, $n_1\,n_2$, de las aristas salientes del peldaño considerado y del siguiente que viene en pos de él subiendo.

Dibújese aparte la línea recta $x\,y$ (Fig. 202), tomando sobre ella una longitud $M_3\,N_3$ igual al arco $m_3\,n_3$ de la línea de huella, parte que es igual al ancho de la huella g. Levántese luego una perpendicular $M_3\,T_3$, igual á la altura de la contra-huella, trácese una horizontal $T_3\,S_3 = \frac{1}{2}\,h$, únese $T_3\,N_3$ y complétese el paralelógramo $S_3\,T_3\,N_3\,P_3$, trácese $S_3\,R_3$ perpendicular á $S_3\,P_3 = \frac{1}{3}\,h$, en fin, completemos el rectángulo $R_3\,S_3\,P_3\,Q_3$.

Concibamos ahora arrollado el contorno rectilíneo $M_3\,P_3\,Q_3\,R_3\,S_3\,T_3$ sobre el cilindro de huella y de modo que M coincida con el punto de la hélice de huellas, proyectando en m_3, mientras que $M_3\,T_3$ coincida con la generatriz vertical del expresado cilindro; si designamos por $M\,P\,Q\,R\,S\,T$ la figura que resulta de arrollar dicho polígono $M_3\,P_3\,Q_3\,R_3\,S_3$, esta figura será la intersección del peldaño que se ha considerado con el cilindro de huella.

Para obtener las proyecciones horizontales de los vértices $P\;Q\;R\;S$, proyéctese Q_3 y S_3 en Q'_3 y S'_3 sobre $x\,y$ (Fig. 202), tomando luego sobre la línea de huellas, á partir de m_3 (Fig. 196), los arcos $m_3\,s_3$, $m_3\,r_3$, $m_3\,p_3$, $m_3\,q_3$, respectivamente iguales á las longitudes $M_3\,S'_3$, $M_3\,R'_3$, $M_3\,P'_3$, $M_3\,Q'_3$.

Señalemos ahora la proyección horizontal del peldaño, considerándolo por sí solo, esto es, lo mismo que si estuviese aislado. Al arco $r_3\,q_3$ corresponde la parte de superficie de intradós en la que $r_3\,q_3$ es precisamente una porción de la hélice directriz cuyas generatrices son tangentes al cilindro

$\omega\ \zeta$; trazando luego por r_3 y q_3, tangentes á $\omega\ \zeta$, así se tendrán las aristas extremas $r_1\ r_2$, $q_1\ q_2$ de esta superficie de intradós, al arco de hélice $s_3\ r_3$ que proviene dearrollar $S_3\ R_3$ corresponde un lecho cilíndrico cuya arista de intradós es $r_1\ r_2$ este cilindro horizontal está así perfectamente definido y su generatriz extrema partiendo de s_3 es paralela á la arista de intradós, obteniendo, pues, su proyección trazando por s_3 una paralela $s_1\ s_2$ á $r_1\ r_2$. Iguales operaciones se repetirán para con respecto á la junta cilíndrica que corresponde á $Q\ P$; se obtiene la generatriz extrema trazando por p_3 la recta $p_1\ p_2$ paralela á $q_1\ q_2$.

A $m_3 s_3$ le corresponde un plano horizontal que se extiende de $s_1\ s_2$ hasta $m_1\ m_2$, atención hecha á que $m_1\ m_2$ representa la proyección completa de la contra-huella que es el plano vertical $M_3\ T_3$. Finalmente, á $p_3\ m_3$ le corresponde un plano horizontal; es la huella propiamente dicha, y se extiende de $p_1\ p_2$ á $m_1\ m_2$; la parte comprendida entre $p_1\ p_2$ y $n_1\ n_2$ es la cabalgadura, y por lo tanto, cubierta por el peldaño superior; estando así por completo el peldaño definido. Una pequeña modificación de detalle haremos al objeto de facilitar la labra, y es que las juntas cilíndricas de lecho correspondiente á $R\ S$, $P\ Q$, siendo de muy poca extensión en su anchura difieren muy poco de dos porciones de plano, así es que en la práctica se las considera como á tales.

298. Labra.—Escójase una piedra capaz de contener el contorno aparente de la proyección horizontal del peldaño y que tenga una altura igual cuando menos al espesor vertical del mismo. Sobre una de sus caras, la que tenga la dirección del lecho de cantera, después de labrado se dibujará el contorno $m_2\ q_2\ q_1\ m_1$, Fig. 198 de la proyección horizontal, colocándose al mismo tiempo la recta $p_1\ p_2$ que limita la parte $m_1\ p_1\ p_2\ m_2$. Hecho esto, se descarga la piedra á lo largo de los arcos $m_1\ q_1\ m_2\ q_2$ á fin de labrar los cilindros verticales en los que han de estar situadas las testas del peldaño; aplíquense sobre estos cilindros los patrones de testa que se han obtenido por medio de los desarrollos, ya desde luego puede labrarse la altura ó contra-huella, el plano horizontal de cabalgadura, así como las pequeñas facetas que representan las juntas de lecho. La superficie alabeada del intradós se se labrará del mismo modo con gran facilidad, puesto que sus trazas sobre los dos cilindros cóncavo y convexo nos in-

dican las directrices sobre las cuales se ha de apoyar la regla, señalados que sean ya los puntos de marca.

En la obtención de patrones no hemos hecho mención de los correspondientes á las testas de los peldaños, situadas en el cilindro interior de empotramiento, mas estos son fáciles de encontrar tal como hemos indicado otras veces. Así sobre la prolongación de $x\ y$, tomemos respectivamente las distancias $M_2\ S'_2$, $S'_2\ R'_2$, $R'_2\ N'_2$, $N_2\ P_2$, $P_2\ Q'_2$ respectivamente iguales á los arcos $m_2\ s_2$, $s_2\ r_2$, $r_2\ n_2$, $n_2\ p_2$, $p_2\ q_2$ de la Figura 199.

Basta entonces trazar las verticales de los puntos M_2, S'_2, R'_2, Q'_2 (Fig. 201) hasta las horizontales trazadas por T_3, S_3, R_3, Q_3 (Fig. 202) y así obtendremos los vértices M_2, T_2, S_2, R_2, $Q_2\ P_2$ (Fig. 201) del patrón de desarrollo.

$S_2\ R_2$ y $P_2\ Q_2$ son curvas que representan los desarrollos de las trazas de las juntas de lecho sobre el cilindro $l_2\ g_2$ (Figura 199); pero la curvatura de esas líneas es tan insignificante que no hay inconveniente en sustituirlas por líneas rectas; la $R_2\ Q_2$ (Fig. 201) es la curva del desarrollo de la intersección del intradós con el cilindro de empotramiento; pudiéndose determinar los puntos intermedios que se consideren más á propósito. Así si se quiere obtener el punto ν_2 que se encuentra sobre la vertical del punto N_2; se tomará (Figura 199) el arco $m_2\ n_2 = M_2\ N_2$; por n_2 trácese la tangente á la curva $\omega\ \zeta$; esta recta $n_2\ n_1$, será la proyección de una generatriz de intradós; si n_3 es el punto donde corta á la línea de huellas, se tomará (Fig. 202) $M_3\ N_3 =$ arco $m_3\ n_3$, trácese la vertical $N_3\ \nu_3$ del punto N_3, y por el punto ν_3 donde corta á $R_3\ Q_3$, se trazará la horizontal $\nu_3\ \nu_2$ (Figs. 201 y 202), la cual cortará á la vertical $N_2\ \nu_2$ en el punto que se busca. Este punto intermedio ν_2 y los extremos R_2, Q_2 bastarán generalmente para el trazado de la curva.

Con análogas operaciones se obtendrá el patrón de la testa (Fig. 203), que corresponde á la línea de ojo.

ZANCA

(Estudio detallado de la misma)

299. En los varios casos de escaleras que hemos tratado hasta ahora, se ha visto como éstas podían ir acompañadas

del apéndice llamado *zanca*, formando parte con el cuerpo de cada uno de los peldaños, pero no así sucede en muchos casos en donde la totalidad de la zanca se fracciona en distintas secciones, haciendo que cada una de ellas sea completamente independiente, salvo después el hacerlas solidarias en las mismas testas de los peldaños, uniéndolas con ellos de modo que cada raja de zanca interese á dos, tres ó cuatro de los mismos, según sea la importancia y dimensiones que puedan alcanzar.

Nos proponemos aquí hacer el estudio detallado de una zanca de esta naturaleza y concretado á una sección de la misma, describiendo sus proyecciones así como el despiezo de que es susceptible.

Hay distintas clases de zanca cuyas variaciones dependen de la forma de su planta y de las superficies que las limitan, pero nos concretaremos por ahora á la que se llama zanca circular limitada por superficies helizoidales en la parte superior é inferior, estudiando después las que dejan de ser circulares, ya estén limitadas superior é inferiormente por superficies alabeadas ó también por planos.

ZANCA

circular 1.ª Solución

300. En la Lám. 28, Fig. 205, se supone que se da la proyección de una escalera circular de ojo tal como la que estudiamos en el número 279.

La circunferencia $A'' B'' C''$..... G'' es la línea de huellas, $A' B' C'$..... G' concéntrica á la primera es la línea de ojo, y la $A B C$.... G la línea circular que limita la zanca. Todas estas circunferencias tienen su centro en O; el grueso de la zanca está, pues, comprendido entre la segunda y tercera circunferencia, cuales parten respectivamente de los puntos A', A.

La línea de huellas previamente ya se ha dividido; según en otras ocasiones se ha dicho, $A'' B''$, $B'' C''$, $C'' D''$..... etc., y cada una de ellas representa el ancho calculado de la huella, trazando en seguida las aristas salientes de los peldaños $A' A''$, $B' B''$, $C' C''$... etc., todas concurrentes hacia el eje O. También recordaremos que todas estas aristas están completamente fijadas en el espacio por situar en un helizoide de plano director, cuyo es el horizontal, apoyándose sucesivamente en el movimiento de ascenso ó descenso, en las directrices, cuales son, una la vertical del punto O, y la otra la hélice circular situada en el cilindro vertical de huellas $A'' B'' C''$..... etc.

La zanca adherida á estos peldaños excederá de algunos centímetros en su altura, de las aristas salientes de los mismos, así como también excederá de estos mismos centímetros mas baja en su parte inferior, que la superficie de intradós de la escalera, la cual recordaremos que es continua é igual á la que están fijadas las aristas salientes superiores. También son exactamente iguales á estas dos superficies, las que limitan la zanca por la parte superior é inferior, coincidiendo al efecto cuando una de aquellas suba de una cantidad constante hasta colocarse en la parte superior de la zanca, ó que ha bajado de otra cantidad constante para coincidir con la parte inferior de la misma zanca. He aquí por qué si prolongamos las aristas salientes de los peldaños, en la proyección horizontal hasta obtener las rectas $A' A$, $B' B$, $C' C$..... etc., éstas podrán servir perfectamente de generatrices de las superficies helizoidales que limitan la zanca superior é inferiormente.

301. Con estos antecedentes podemos ya empezar con la representación de la proyección vertical de la zanca, partiendo para ello de una generatriz superior de la misma, cualquiera, por ejemplo, la $D D'$, proyectándola en un plano vertical perpendicular á la misma y así en este plano vendrá proyectada en un solo punto el D^{IV}, sobre la vertical $D' D^{IV}$; tómense por arriba y debajo del punto D^{IV} distancias iguales á la altura del peldaño, dirigiendo en seguida por los puntos de división líneas horizontales indicadas por los números 3, 2, 1 : 1', 2', 3' y haciendo el convenio que la dirección de subida de la escalera la expresa la flecha ζ deduciremos ya en seguida que cuando la generatriz $D D'$ haya pasado á ocupar la posición $E E'$ habrá descendido de una altura de peldaño, y, por lo tanto, los puntos $E E'$ habrán venido á colocarse verticalmente en $e e''$ sobre la horizontal del número 1'.

Cuando pase por la posición $F F'$ los puntos $F F'$ corresponderán á los $f f''$ sobre la horizontal del número $2'$ que está más bajo á dos alturas de peldaño. Cuando pase por $G G'$ los dos puntos $G G'$ corresponderán á los $g g''$ situados sobre la horizontal del número uno más bajo á tres alturas de peldaño, etc., y asimismo para cuando la generatriz suba pasando por $C C'$, $B B'$, $A A'$, cuyas generatrices vendrán proyectadas verticalmente en $c c''$, $b b''$, $a a''$; de modo que haciendo pasar dos curvas por esta serie de puntos tendremos las dos hélices $a'' b'' c'' D^{IV} e'' f'' g''$, $a b c d^{IV} e f g$, que serán las dos hélices con que termina la superficie helizoidal superior. Ahora las dos hélices inferiores se obtendrán inmediatamente teniendo por dato la altura de la zanca que colocaremos de D^{IV} á D^{V}, conduciendo luego verticales por todos los puntos de las hélices encontradas y colocando á partir de éstos hacia la parte inferior de estas verticales, la altura constante $D^{IV} D^{V}$, y uniendo así los puntos que resulten deduciremos dichas dos hélices inferiores en $l'' m'' h'' D^{V} \gamma'' \beta'' \alpha''$, $l m h D^{V} \gamma \beta \alpha$.

302. Conviene también para operaciones ulteriores, dibujar una hélice media entre las dos primeras y así como la media que corresponde entre las dos segundas, ambas á dos proyectadas horizontalmente en la circunferencia media $g_1 f_1 e_1 d_1 c_1 b_1 a_1$; por lo tanto, no hay más que proyectar cada uno de los puntos en las horizontales correspondientes ya trazadas en la proyección vertical y unir los puntos resultantes, viniendo así en la obtención de dichas curvas, las cuales la superior es $g' f' e' D^{IV} c' b' a'$, mientras que la inferior es $l' m' h' D^{V} \gamma' \beta' \alpha'$.

También se hace preciso construir la hélice media que pasa por el cuerpo ó espesor de la zanca, hélice que se proyecta sobre la referida $a_1 b_1 c_1 d_1 e_1 f_1 g_1$, encontrándose, por lo tanto, los distintos puntos en la proyección vertical en las mitades respectivas de las verticales, tales como $\iota' a'$, $m' b'$, $h' c'$, $D^{V} D^{IV}$, $\gamma' e'$, $\beta' f'$, $\alpha' g'$, así obtendremos la hélice media en $\omega R' D''' Q \varphi$.

303. Pasemos al despiezo, limitando la zanca en sus testas por dos planos que sean normales á la hélice media. Esta construcción puede facilitarse, teniendo en cuenta las propiedades geométricas de la hélice, cual es una de tantas la de

que todas sus tangentes están igualmente inclinadas con respecto al plano horizontal, resultando con esto que los planos normales lo estarán igualmente, por lo que se inferirá que todas las secciones de dichos planos con las superficies de la zanca, se proyectarán, según figuras iguales en el plano horizontal, y así con tener una de éstas, que podrá escogerse en la situación más fácil, podremos rápidamente obtener las demás, con sólo trasladar la primera en el sitio que más nos convenga para la disposición del plano de junta escogido.

Ahora bien, es evidente que el sitio más indicado para trazar este plano de junta, es el d_1, D''', puesto que en él la tangente $d_1 t'$, es paralela al plano vertical, y, por lo tanto, el plano perpendicular á ella, lo será también á dicho plano vertical, proyectándose toda la junta en la recta que representa $P P$ dicha traza. La tangente en proyección vertical, sabemos que se obtendrá fácilmente, formando un triángulo $D''' 3' t$ en que el cateto vertical sea dos alturas de peldaño, por ejemplo, mientras que el cateto horizontal $3' t$, sea dos distancias horizontales rectificadas, correspondientes á la curva media de la zanca $d_1 c_1 a_1$, cuyas divisiones guarden la misma relación que la establecida en la línea de huellas.

304. El plano normal P corta ahora á la zanca, según cuatro curvas, dos de ellas, referentes á los cilindros cóncavo y convexo, son las que se proyentan horizontalmente, en $s' D r'$ y la otra en $v' D' q'$ encontradas, proyectando los puntos de intersección de las hélices superiores é inferiores con el plano P, el punto D''' de todos modos representa la proyección vertical de los puntos D, D' proyectados horizontalmente.

Combinando las hélices medias, superior é inferior $D^{IV} c' a' b'$, $D^{V} \gamma' \beta' \alpha'$, con el plano P se obtendrán dos puntos intermedios, el uno entre s y v y el otro entre r y q, cuales puntos proyectados horizontalmente en z_2, x_2, serán bastantes para el trazado de las otras dos curvas $v' z_2 s'$, $q' x_2 r'$; teniendo así con esto el cuadrilátero curvilíneo $q' v' s' r'$ como resultado de la sección que nos proponíamos.

Sea ahora trazar las dos juntas discontinuas para limitar la zanca en sus testeras en los puntos $R - f_1$, $Q - b_1$, lo cual lo conseguiremos fácilmente moviendo el plano secante P, ya bajándolo ó ya subiéndolo, permaneciendo siempre normal á la hélice media $\varphi D''' \omega$, hasta que se traslade en los puntos

R, Q, y cuando esta evolución se haya efectuado, tendremos que la recta $D\,D'$ se colocará en $B\,B'$, conservándose la figura de sección siempre igual al cuadrilátero curvilíneo $q'\,r'\,s'\,v'$, el cual irá á colocarse en $q''\,r''\,s''\,v''$, bastando con esto tomar las distancias $D\,s'$, $D\,r'$ en $B\,s''$, $B\,r''$ lo propio que las $d_1\,z_2$, $d_1\,x_2$, que se trasladarán en $b_1\,z''$, $b_1\,x''$ y lo mismo que las $D'\,b'$, $D'\,q'$ que tomarán la posición de $B'\,v''$, $B'\,q''$.

Operaciones idénticas nos darán hacia la parte opuesta, el cuadrilátero curvilíneo, correspondiente á la testa inferior $q_1\,r_1\,s_1\,v_1$.

Queda reducido ahora á proyectar verticalmente todos los puntos encontrados en las hélices respectivas de la proyección horizontal y hecho esto, se obtendrán la configuración de estas juntas en $r'''\,q'''\,v'''\,s'''$, $q'_1\,r'_1\,s'_1\,v'_1$, quedando con esto completamente proyectada horizontal y verticalmente la zanca en sus verdaderos límites.

305. Para el labrado de la misma puede recurrirse á dos sistemas distintos, lo que da otras tantas soluciones, la una valiéndose de un prisma envolvente en forma de paralelepípedo rectangular, y la otra recurriendo á un prisma envolvente de forma trapecial, los pasaremos en revista, empezando por la primera.

306. Los seis planos que van á constituir el paralelepípedo son los siguientes: 1.° Dos planos verticales $S\,U$, $M\,Y$ perpendiculares á la línea media horizontal $D\,D''$. 2.° Dos planos perpendiculares al plano vertical $T'\,U'$, $S'\,Z'$ que siguen la dirección aproximada de la zanca, excediéndola algún tanto de su contorno aparente. 3.° Otros dos planos perpendiculares al plano vertical $S'\,T'$, $Z'\,U'$ y que también sean perpendiculares á los dos últimos que hemos mencionado, excediendo algún tanto al contorno aparente de las testas. Estos dos planos de testa auxiliar, se proyectan horizontalmente, según los rectángulos $Z\,U\,Y\,X$, $S\,T\,N\,M$. Así las intersecciones sucesivas de estos seis planos, darán las aristas que limitan el paralelepípedo envolvente.

El artificio de este sistema, queda concretado ahora á imaginar prolongados los cilindros de la zanca, ó por mejor decir, todo el cuerpo de la misma, hasta que vengan á cortar á las caras de este paralelepípedo, para así obtener patrones auxiliares que nos den directrices suficientes para engendrar

las superficies, para que una vez éstas formadas, se pueda ir á buscar el verdadero límite de las caras de la zanca en el interior de este paralelepípedo.

Sea con esto averiguar la intersección que produce la zanca prolongada con el plano de testa $Z'\,U'$. Prolónguense todas las hélices tal como indica la figura de la proyección vertical, éstas cortarán á la traza del plano $Z'\,U'$ en puntos que se referirán en seguida á la proyección horizontal, y unidos por su orden, á medida que se vayan obteniendo, proporcionarán las intersecciones que se desean.

Sin embargo, si bien se observa, podemos inferir estas intersecciones operando en sentido inverso. En efecto, siendo los cilindros de que se trata cóncavo y convexo verticales, claro es que las intersecciones de los mismos con el plano de que se trata se confunden en proyección horizontal con las trazas horizontales de estos mismos cilindros, y, por lo tanto, teniendo en cuenta las partes de curvas de traza, correspondientes á estas bases, en las partes comprendidas dentro el límite aprovechable del rectángulo $X\,Y\,U\,Z$, base del paralelepípedo auxiliar, tendremos allí expresadas claramente y sin ninguna operación ulterior las curvas $s_1\,\tau$, $v_1\,k$, cuyos puntos podrán proyectarse ahora directamente en la traza vertical del plano $Z'\,U'$.

307. Es cuestión ahora de hallar la verdadera magnitud de toda la testa $Z'\,U'$ con inclusión en ella de las curvas obtenidas en las últimas operaciones. A este efecto, giremos alrededor del eje $U' - U\,Y$ el plano $Z'\,U'$ hasta que se coloque en $U'\,Z''$, paralelo al plano horizontal. En este giro el rectángulo $U\,Y\,X\,Z$ se rebatirá en $U\,Y\,X_2\,Z_2$, la curva $v_1\,k$ se colocará en $v_2\,k$, teniendo en cuenta que el punto k es de por sí mismo fijo por estar situado en la charnela, el punto v_1 se trasladará en v_2, porque al estar situado en $Z\,X$ y ésta trasladarse en $Z_2\,X_2$ se llevará consigo el punto en la evolución, un punto intermedio tal como θ se proyectará verticalmente en θ' y una vez girado se colocará en θ'', θ_2.

Lo mismo razonaremos en la otra curva $s\,\tau$. El punto s_1 situado en $X\,Z$ vendrá en s_2 sobre $X_2\,Z_2$ el punto k que aquí es auxiliar, por estar situado en la charnela quedará fijo; si escogemos el punto tal como τ, éste se proyectará verticalmente en τ' y después del giro se colocará en τ'', τ_2. Obteniendo ya este patrón auxiliar se le subrayará para que quede

mejor indicado, conociéndolo por un signo cualquiera tal como $\triangle$.

Con idénticas operaciones deduciremos el patrón que hemos llamado Ω referente á la testa opuesta (Fig. 204).

308. Pasemos ahora á la intersección de los mismos cilindros con los planos $T' U'$, $S' Z'$. Aquí en este caso dicha intersección tiénese ya determinada en proyecciones, puesto que se corresponde con los trazos verticales de los respectivos planos y las trazas horizontales de los cilindros que se consideran. Así si consideramos el plano $T' U'$, la forma que afectará la intersección de los cilindros con el mismo dentro los límites $T N Y U$, serán evidentemente según lo antes expuesto, las curvas $\varepsilon D' k$, $\pi D \tau$. Hagamos girar luego alderredor del eje $T' U'$, $T U$, todo el plano $T' U'$, hasta colocarlo paralelo al vertical de proyección; al concluir este giro todo el rectángulo superior correspondiente al paralelepípedo se colocará en $T' N'' Y'' U'$, obtenido con sólo colocar la distancia $T N$ sobre $T' N''$, construyendo ahora el rectángulo; ahora dentro de él, se colocarán las curvas de intersección en $\tau'' f^4 D^8 C_3 \pi'$, $k'' f^5 D^9 C_2 \varepsilon$, cuya obtención es fácil. Para la primera curva, por ejemplo, imaginemos sus generatrices verticales, la que pasa por τ, ésta corta al plano $T' U'$ en τ'', precisamente en la misma charnela, luego éste será ya un punto de la curva. La generatriz vertical del punto F, corta al plano en cuestión en f^3 que, rebatido, pasa en f^4, cuya distancia es igual á la que existe del punto F á la charnela $T U$. De la misma manera la generatriz vertical del punto D, corta al plano en el punto D^7 y éste viene á rebatirse en D^8, cuya distancia es también igual á la que existe desde el punto D á la recta $T U$.

Por la misma razón el punto π' se obtendrá tomando $T' \pi' = \pi T$.

En cuanto á la curva que corresponde al cilindro convexo se infiere del mismo modo, así la vertical del punto k corta en U' al plano y éste, al rebatirse, traslada el punto en k'' á una distancia $U' k'' = U k$.

La generatriz vertical que pasa por D' corta en D^7 al plano en cuestión, y luego se traslada el punto de corte en D^9 á una distancia del eje $D^7 D^9$, igual á la perpendicular trazada desde el punto D' á la recta $T U$. La generatriz vertical del punto ε, corta en T' al plano de base, rebatiéndose

luego con este, en ε'. Subráyase luego toda la figura así obtenida distinguiéndola por un signo especial como Φ.

Para facilitar más adelante la disposición de los puntos de marca que fijen dos á dos las posiciones de las generatrices de las superficies alabeadas helizoidales; será conveniente disponer en las curvas del patrón puntos tales como C_3, C_2 que obedezcan á otros tales como C, C', y así aquéllos estarán de este modo dispuestos para hacer pasar generatrices de los cilindros cóncavo y convexo, resultará que los puntos en donde aquéllas cortan á las curvas límites de la zanca nos indicarán dos á dos las generatrices de las mentadas superficies alabeadas.

Igualmente se obtendrá el otro patrón analógo, que designaremos por el signo Σ, correspondiente al plano inferior $S' Z'$.

309. Aquí hemos obtenido cuatro patrones, más en realidad dos nos hubieran bastado, de haber escogido de una manera á propósito los seis planos que envuelven á la piedra, al objeto de que las secciones por los $Z' U'$, $S' T'$, fuesen iguales pero invertidas, lo propio que las intersecciones con los planos $T' U'$, $S' Z'$ y en este concepto la plantilla $\triangle$, por ejemplo, invertida que fuese, coincidiría con la Ω, lo mismo que la Φ invertida con respecto á su longitud podría confundirse con la Σ.

310. Labra.—El medio de servirse de estos patrones es el siguiente: Empiécese labrando el paralepípedo $M N T S Z U Y X$ (Fig. 206) de las dimensiones del prisma envolvente. Sobre la cara superior colóquese todo el rectángulo y su patrón indicado en la letra Φ, así como también en la cara inferior $M S Z$ el rectángulo y su patrón conocido por Σ.

En las dos caras de testa superpónganse los rectángulos y patrones correspondientes á Ω, $\triangle$.

Así dispuestos estos patrones úniase μ con ρ, τ'' con γ y las dos rectas que así se obtengan representarán la dirección de las generatrices del cilindro cóncavo, cuyas dos rectas serán las intersecciones de este cilindro con el plano vertical anterior del paralepípedo. Puntos de marca cuidadosamente señalados en las curvas $\psi \tau''$, $\psi \mu$, $\rho \theta$, $\theta \gamma$ serán á propósito dos á dos para darnos generatrices $C_3 C_4$, $1 - 1'$, $2 - 2'$..... etc.,

que nos guiarán en el desbaste para el labrado del cilindro cóncavo.

Si ahora nos valemos para el cilindro convexo de las curvas directrices $\varepsilon\, k$, $\varepsilon_1\, k_1$, $\varepsilon_1\, \varepsilon_1$, $k\, k_1$, también con sus puntos de marca, vendremos del propio modo á verificar su labrado.

Suponiendo así labrada la primera forma de la piedra, descartando de ella la parte excedente del paralepípedo, pasaremos á la Fig. 207 en donde se hará adquirir á esta primera forma, otra que será ya la piedra definitiva; y para esto limitaremos los cilindros cóncavo y convexo en las verdaderas y justas líneas correspondientes á nuestra piedra.

Desarróllese al efecto toda la parte de cilindro cóncavo que se proyecta verticalmente en $\tau'''\ s'''\ v'_1\ s'_1$ y una vez desarrollado, colóquese en la Fig. 207 en $a\ b\ c\ d$, encogiéndolo á propósito para que se adapte á la concavidad de la superficie; más para atender á su verdadera situación; se fijarán de una manera conveniente dos puntos tales como a, b, cual operación se conseguirá partiendo de los puntos de marca a', b', haciendo pasar por ellos generatrices del cilindro, tomando respectivamente sobre ellas las distancias $a'\ a$, $b'\ b$, iguales á las verticales que median en la proyección vertical entre el punto τ''' y el plano $T'\ U'$, y la que pasa por s''' hasta cortar el plano $S'\ T'$, otras dos operaciones análogas figuran para los puntos d, c, así con ellos podrá hacerse la coincidencia de las cuatro verticales del cuadrilátero curvilíneo.

Hubiéramos podido prescindir de este desarrollo una vez ya fijado los puntos a, b, c, d, bastando solamente disponer de dos reglas flexibles encorvándolas para poder ajustarse en la concavidad de la superficie cilíndrica, pasando respectivamente la una por los puntos a, d, y la otra por los b, c. Estas operaciones las reproduciremos en el cilindro convexo para colocar el cuadrilátero curvilíneo $m\ n\ q\ p$.

Puntos intermedios entre $a\, b$, $m\, n$ se obtendrán conforme hemos hecho con los propios a y b y así determinar con precisión las pequeñas curvas elípticas $a\, b$, $m\, n$, $d\, c$, $p\, q$.

Se concibe ahora que al colocar en la plantilla Φ los puntos de marca $1'$, $1'''$ convenientemente escogidos en la proyección horizontal, habremos hecho pasar por ellos, en virtud de las operaciones anteriormente descritas, las generatrices $1' - 1$, $1'' - 1'''$, limitándolas la primera en 1, la segunda en $1'''$, y precisamente estos dos puntos indicadores nos fijarán ya definitivamente generatrices tales, como $1 - 1''$, $2 - 2'''$, $a\ n$, que en su lugar geométrico vienen á constituir la superficie alabeada superior de la zanca.

Iguales consideraciones se harán para con respecto á la superficie helizoidal inferior. Finalmente, las rectas ó generatrices límites $m\ a$, $n\ b$, así como $p\ d$, $q\ c$ nos determinarán los planos de junta discontinua, dándonos con esto medios para concluir el desvaste y labrado de la piedra considerada.

ZANCA CIRCULAR

Segunda solución

311. (Lám. 29, Fig. 208). En esta segunda solución se sustituye, según ya hemos dicho anteriormente, el prisma ó paralepípedo rectangular por otro trapecial cuyas seis caras, cuatro de ellas son las mismas que teníamos en la solución anterior, cambiando solamente las de testa que aquí en este nuestro caso coinciden con los mismos planos de las dos juntas discontinuas.

Supongamos, pues, que la zanca la tenemos ya completamente determinada en proyecciones conforme hemos visto y trazado al tratar de la primera solución. También suponemos que en el punto m, m' se ha determinado la tangente $m\ t$, $m'\ t'$, á la hélice media, y que conociendo esta dirección se ha podido de momento construir el plano normal $p\ q$ que á la vez es perpendicular al plano vertical; este plano $p\ q$ ha cortado al grueso de la zanca según el polígono $A\ B\ C\ D$. Imagínese ahora que dicho plano $p\,q$ desciende apoyándose en la hélice hasta que el punto m, m', venga á colocarse en la posición de m'', m''' por el cual ha de pasar la junta inferior. Por lo dicho ya en otro lugar sabemos, que en proyección horizontal todo el contorno de la figura y líneas que existan en su plano, guardarán siempre en el movimiento la mismo relación y magnitud; variando solamente, como es natural en su posición, pues la tangente $m'\ t'$ vendrá en $m'''\ t'''$, la recta $O\ m'$ vendrá en $O\ m'''$, conservándose horizontal en el espacio y proyectándose verticalmente en $s\ r$, mientras que

la figura de corte $A\ B\ C\ D$ se colocará en esta nueva posición en $A'\ B'\ C'\ D'$.

En este estado será cuando habremos de encontrar la intersección del plano de testa con los otros cuatro planos $R\ S$, $T\ U$, $M\ N$, $P\ Q$. Esta operación la haremos fácilmente teniendo en cuenta que la horizontal 3 m''' 3 está precisamente situada en este plano de junta, y que, por lo tanto, prolongándola por una y otra parte los puntos s', r' que resulten de la intersección de la misma con los planos límites $R\ S$, $T\ U$ ya serán puntos de la intersección. Estos puntos proyectados verticalmente en la horizontal que pasa por el punto m'' nos darán los s', r', y como que por ser el plano perpendicular á la tangente $m'''\ t''$, $m''\ t''$, sus trazas han de ser perpendiculares á las proyecciones de esta recta, bastará trazar por s, r las rectas $M\ P$, $X\ Z$ perpendiculares á $m''\ t''$, y con esto, el rectángulo $M\ P\ X\ Z$ será la total intersección del plano de junta con los otros cuatro planos que envuelven el prisma. Este rectángulo se proyecta horizontalmente en el paralelógramo $M'\ R\ T\ Z'$ en el cual va encerrada en su relativa posición la figura de testa $A'\ B'\ C'\ D'$.

312. Todo este resultado así obtenido lo trasladaremos haciendo otra vez subir el plano de junta hasta que coincida con la posición $p\ q$, de que habíamos partido, en cuya traza van á colocarse los vértices de este rectángulo, los cuales se proyectarán horizontalmente en la intersección de las líneas proyectantes que por ellos pasen, con los arcos de circunferencia descritos en el giro por los puntos M', R, T, Z'. Todas estas operaciones para la testa inferior se repetirán ahora para la superior con sólo hacer subir el plano $p\ q$ hasta el punto $m^{IV} - m^{V}$, determinando allí el cuadrilátero que encierre la figura de testa, y bajarlo luego á la posición $p\ q$, determinando en seguida la proyección horizontal.

313. Dichos dos planos de junta se han referido precisamente al mismo plano $p\ q$, puesto que encontrándose éste perpendicular al plano vertical era sumamente fácil girarlo hasta que fuera paralelo al horizontal y con ello averiguar la verdadera magnitud de las juntas de testa junto con el rectángulo que las envuelven.

Esta es la operación que hemos hecho, pero dividiéndola en dos, esto es, un giro alrededor de la horizontal proyectada en h, en cuya operación el plano se ha colocado en $h\ Y$, y, por lo tanto, siguiendo el curso de las construcciones se ha obtenido el rectángulo y su junta en la Fig. 212, marcando el patrón con la letra Ω.

El otro giro se ha llevado acabo alrededor de la horizontal k y el plano ha venido en $k\ \zeta$ dándonos con esto la plantilla △, Fig. 213; incluyendo en estos dos rectángulos además del cuadrilátero de testa $A\ B\ C\ D$, las intersecciones de dicho plano con los cilindros cóncavo y convexo en todo el límite que alcanzan dentro del rectángulo $M\ R\ T\ Z$.

314. Insiguiendo el mismo procedimiento que en el caso anterior, se encontrarán ahora las intersecciones de los cilindros verticales cóncavo y convexo con los dos planos $P\ Q$, $M\ N$, superior é inferior, que son bases del prisma trapecial, cuyas intersecciones, como ya de antemano se infiere, se confunden con las mismas trazas verticales, ya que éstas están, situadas perpendicularmente al plano vertical.

Conviene, pues, encontrar la verdadera magnitud de estos dos patrones auxiliares que, operando así, se han formado en el espacio. Para esto hagamos girar el plano $P\ Q$ alrededor de la recta $P\ Q$ - $R\ S$ como á charnela, hasta colocarlo paralelo al plano vertical, no sin que antes lo traslademos paralelamente á sí mismo en $P'\ Q'$, con el fin de hacer las operaciones más claras. En el indicado giro la recta $X\ E$ se rebatirá en $X'\ E''$, Fig. 211 paralela á la $Q'\ P'$, y á una distancia de ella igual á la que media entre las $T\ U$ y $R\ S$; así es que uniendo X' con P', E'' con Q' se llegará á obtener el trapecio $X\ P'\ Q'\ E''$ y dentro del cual vendrán á alojarse las curvas de intersecciones de los cilindros mentados con el plano del citado trapecio. Así, la generatriz vertical del cilindro cóncavo, $\beta'\ \beta''$ - L corta al plano en el punto β y éste, al rebatirse, lo hace en el punto 4 á la distancia β - 4 igual á la que exista del punto L á la charnela $R\ S$.

Si consideramos una generatriz del cilindro convexo tal como $\alpha\ \alpha'$ - L'', ésta corta en α al plano $P\ Q$, y luego al rebatirse este punto de intersección va á situarse en 4, á la distancia α - 4 igual á la que separan al punto L'' de la charnela $R\ S$. Estas dos operaciones son suficientes para comprender cómo irán determinándose los demás puntos de las citadas curvas, cuales unidos nos las darán y subrayando el

contorno que así resulta vendremos á obtener el patrón que llamaremos Σ.

Repitiendo estas construcciones para el plano inferior $M\,N$ deduciremos el otro patrón auxiliar Σ'.

315. **Labra.**—Constrúyase ante todo (Fig. 214) el prisma trapecial de que se ha hecho mención, colocándose en seguida en la parte superior é inferior los patrones Σ, Σ', así como en las partes laterales los patrones Ω, △, con el auxilio de los puntos de marca que consigo lleven estas plantillas, y que dos á dos indiquen posiciones de las generatrices de los cilindros (y que de antemano habremos tenido buen cuidado de disponer en las proyecciones y rebatimientos de la manera como expresan las construcciones de las Figs. 210, 211, 212 y 213); pasaremos inmediatamente á labrar estos dos cilindros, y una vez tengamos así desvastada la piedra se nos presentará en la disposición de la Fig. 215; en ella ahora se limitará la piedra en sus verdaderas superficies que determinan; cuya operación será muy fácil, observando que las mismas testas, aquí en este caso, llevan ya consigo el límite de la junta en $\varphi\ \theta\ \gamma\ \rho$, así es que enlazando γ con δ, δ con μ por medio de dos hélices trazadas con el auxilio de reglas flexibles y haciendo lo propio con las hélices exteriores que parten de los puntos ρ y φ, se tendrán ya todas las líneas límites del contorno de la zanca.

Resta sólo el labrado de los helizoides superior é inferior, cuales se obtendrán valiéndonos de generatrices 1-1, 2-2, 3-3..... etc., que deduciremos de las líneas que de antemano se habrán señalado en las plantillas Σ, Σ' por medio de las cuales venimos á deducir la separación de los puntos 1, 2, 3 .... etc., en dirección vertical para con respecto á los planos de base superior é inferior del prisma trapezoidal conforme indican las operaciones y líneas de referencia que constan en las Figuras de la lámina 29.

ZANCA
cualquiera sin ser circular
(Tercera solución)

316. (Lám. 30, Fig. 215).—Se supone que la proyección horizontal de la zanca viene comprendida entre dos superficies cilíndricas verticales proyectadas horizontalmente según dos curvas cualesquiera, pero equidistantes tal como son las $A\,B\,C$, $A'\,B'\,C'$, y que en ella se han determinado por los métodos anteriores los helizoides superior é inferior cuyas generatrices son, $A\,A'$, $B\,B'$, $C\,C'$, y otras intermedias, y aquí por no ser circular la zanca toda esta serie de generatrices van cortándose en proyección horizontal según una serie de puntos que unidos forman una línea envolvente, $V\,Z\,U$, que no es otra cosa que la traza horizontal de un cilindro recto al cual son tangentes dichas generatrices, con cuya condición y la de resbalar por las hélices correspondientes, superior é inferior de la zanca, siendo siempre horizontales, da lugar á que estén así completamente fijadas en el espacio, tal como vimos en uno de los párrafos anteriores.

317. Se trata ahora de limitar esta zanca por los planos de junta discontinua, conducidos cada uno de ellos, por los puntos que se escoge en la hélice media, tales como ω', k'. Con este motivo si nos fijamos en el punto ω' escogeremos un punto de proyección vertical (Fig. 216) perpendicular, á la generatriz $\pi\ \omega'$ que pasa por dicho punto. Así se nos proyectará verticalmente en ω, de modo que formando sobre la vertical de dicho punto, la distancia superior $\omega\ X''$ y por la parte inferior la $\omega\ X'''$, iguales cada una á la mitad de la altura de la zanca, la altura total vendrá representada en $X''\ X'''$. Encontremos ahora la proyección auxiliar de la zanca sobre dicha (Fig. 216) y de modo que si partimos del punto X'', en donde se proyecta una generatriz del helizoide superior, tomaremos varias alturas iguales hacia arriba y abajo de esta

generatriz, alturas que están designadas por los planos horizontales indicados en 6, 5, 4, 3, (alturas que se regularán por las que tienen los peldaños, sobre ellas proyectaránse los puntos extremos de las generatrices, dibujadas horizontalmente, en $A\ A'$, así como en las demás análogas que se fijan en la misma proyección, demostrándolo las operaciones de la figura, teniendo en cuenta siempre, el número de divisiones que median, entre el plano 3 y el 6, ha de ser igual al número de divisiones que existen entre $A\ A'$ y $B\ B'$ de la proyección horizontal; así llegaremos á obtener los dos hélices $A''\ X''\ B''$, $A_1\ X''\ B_1$, cuyas limitan el helizoide superior. Si ahora bajamos verticales por todos los puntos de estas dos hélices, tomando sobre ellas la cantidad constante $X''\ X'''$ igual á la altura de la zanca, uniendo luego los puntos que así resulten, vendremos á deducir las hélices inferiores $A'''\ X'''\ B'''$, $A_2\ X'''\ B_2$, cuales serán las que comprenden el helizoide inferior. Constrúyanse á la vez por procedimientos análogos, otras tres hélices, tal como muestra la figura; la primera intermedia entre las encontradas, en primer lugar, la segunda intermedia entre las dos últimas inferiores y la tercera la que pasa por el centro mismo del grueso de la zanca, esto es, la que parte del punto $\omega - \omega'$. Así dispuestas estas construcciones, imaginemos la tangente $\omega\ t - \omega'\ t'$, á la hélice intermedia que pasa por $\omega - \omega'$, construyendo el triángulo $\omega\ j\ t$, en donde un cateto $\omega\ j$ sea, por ejemplo, igual á dos alturas de peldaño, mientras que el otro $j\ t$, equivalga á dos abcisas curvilíneas rectificadas, correspondientes á la hélice media, entonces será evidente que encontrándose esta tangente paralela al plano de proyección vertical, el plano P perpendicular á esta tangente lo será igualmente al plano vertical, y, por lo tanto, la sección de este plano P con la zanca se confundirá con la misma traza vertical. Por lo tanto, los puntos a, b, c, d de intersección de dicho plano con las hélices podránse proyectar directamente en el plano horizontal en a', b', c', d', así como también puntos intermedios tales como $n\ p$, de modo, que así llegaremos á obtener la proyección horizontal de la sección que representará la testa inferior fijada en el cuadrilátero $d'\ a'\ p\ b'\ c\ n$.

318. Pasando ahora al punto k', procederemos á efectuar igual operación, para así fijar el plano de testa de la parte superior, escogiendo, por lo tanto, en la Fig. 217 otro

plano de proyección vertical, perpendicular á la generatriz $k'\ v$ en donde ésta se proyecta en el punto k, y luego valiéndonos de los distintos planos de altura 6', 7, 8, 9 vendremos á deducir las hélices $B_1\ Y''\ C_1$, $B''\ Y''\ C''$, $B_2\ Y'''\ C_2$, $B'''\ C'''$, así como también las tres hélices intermedias superior, inferior y central; la tangente $k\ q - k'\ q'$ á la hélice central nos proporcionará el plano P', que será el de la junta, resultando con esto el contorno de la misma, proyectando horizontalmente en el cuadrilátero curvilíneo $f'\ j'\ g'\ h'\ m'\ e'$.

319. Con estas operaciones tenemos por completo limitada la zanca en la proyección horizontal, mas falta ahora unificar las operaciones sueltas que hemos llevado á cabo en los dos planos auxiliares de proyección vertical, refiriéndolos á uno solo y único, cual será el de la Fig. 218, en donde la generatriz media $B\ B'$ se proyecta en un solo punto B^8 y la superior é inferior en B^6 y B^7 respectivamente; dicho se está, pues, que este nuevo plano vertical se ha escogido con aproximación, simétrico con respecto á la posición de la zanca que se considera, haciendo de modo que fuese perpendicular á la vez á las generatrices medias que se proyectan en B, B', en el plano horizontal. Trasladando, pues, en esta nueva proyección las alturas de los distintos planos 2, 3, 4, 5, 6..... etc., de que antes nos hemos servido, se podrán proyectar en ellos los distintos puntos de las hélices $A'\ B'\ C'$, $A\ B\ C$, así como de las intermedias, y una vez éstas obtenidas, proyectar en ellas los vértices y puntos intermedios de los cuadriláteros de las juntas, viniendo éstos en definitiva á proyectarse verticalmente en $a\ x\ d\ c\ x'\ b$ la una, y la otra en $e\ y'\ f\ g\ y\ h$, las cuales, unidas en sus correspondientes hélices nos darán completado el contorno aparente de la zanca, sobre el plano de proyección vertical.

320. Una vez así obtenida se podrá pasar á la formación del prisma auxiliar que la envuelva, pudiendo escoger este prisma en forma de paralepípedo, según vimos en el Núm. 306, ó bien que afecte la forma trapecial conforme se refirió al tratar de la segunda solucion.

Escogeremos este último caso; así es que los planos serán: 1.° los dos verticales $M'\ E'$, $H'\ G'$ paralelos al plano vertical; 2.° otros dos $N\ E\ M\ D$ que siguen la dirección de la zanca y son perpendiculares á dicho plano vertical; 3.° y finalmente

otros dos $M H I N$, $F D E G$, cuales son los mismos planos de las juntas de testa. El medio de limitar estos últimos al cortar á los otros cuatro es el siguiente. Concíbase la horizontal y $k' y'$, que es la generatriz que pasa por el punto $k - k'$, del helizoide intermedio, esta horizontal situada, en el mismo plano de testa suficientemente prolongada en el plano de testa, corta en los puntos r', s' á los planos verticales $M' E'$, $H' G'$, cuales puntos proyectados verticalmente en la horizontal del punto k darán los r, s. Ahora, trazando por cada uno de ellos las $M N$, $H I$, perpendiculares á la tangente $k q'—k q''$ á la hélice media (puesto que el plano de testa se ha conducido anteriormente á esta recta), se llegará á obtener el plano $M N I H$, y de éste su proyección horizontal $M' N' I' H'$.

Esta operación repetida para la otra testa nos proporcionará el límite de la cara opuesta á la ya encontrada del prisma trapecial.

321. Resta ahora buscar los patrones que contienen cada una de las caras así definidas de este prisma.

Para el plano de testa $M' H' I' N'$ podemos tomar como á charnela la misma horizontal $r' s'$, haciendo girar este plano, hasta que sea paralelo al plano horizontal, y con el fin de hacer más claras las operaciones, supondremos la figura de todo este paralelógramo, junto con todas sus líneas interiores trasladada paralelamente á si misma, hasta situarse en la Fig. 219, en donde la charnela viene á tomar la posición $r'' s''$.

Al efectuar el giro el punto tal como N' se mueve en la dirección $v N'$, colocándose después de efectuado el rebatimiento sobre esta misma perpendicular á una distancia de v igual á la mínima que exista en el espacio entre estos dos puntos; y con esto es evidente que esta distancia la tenemos en verdadera magnitud en la Fig. 217, puesto que dicha recta se encuentra paralela al plano de proyección vertical que es objeto de dicha (Fig. 217). Tómese, pues, en ella dicha distancia y colóquese en la Fig. 219, desde v á N^5. Ahora, repitiendo esta operación para los otros puntos, se llegarán á obtener los otros tres vértices M^5 H^5 I^5, así como los puntos interiores f''; d'', g'' y también otros intermedios para el trazo de las curvas de testa, y así se tendrá formado el patrón Σ.

El otro patrón de testa opuesto á la que acabamos de encontrar le llamaremos Σ', deduciéndolo con análogas operaciones.

Para con respecto al patrón auxiliar del plano $N E$ se rebatirá este plano alrededor de la línea $M' E'$ hasta que sea paralelo al plano vertical, y en este movimiento los puntos I, G se colocarán en I'', G'' á la distancia $I I''$ igual á la separación que exista entre los planos paralelos verticales $M' E'$, $H' G'$. El trapecio que así resulta $I'' N E G''$ será la cara rebatida y en ella se rebatirán igualmente las curvas $\delta' \beta' \psi$, $\mu' \beta \varphi$ que no son más que las intersecciones con dicha cara de los cilindros verticales cóncavo y convexo de la zanca. La obtención de un punto cualquiera, el β', por ejemplo es como sigue: Concibamos á este efecto la generatriz vertical B^6 B^7 del cilindro cóncavo, esta corta en β al plano $N E$, y este punto de corte al hacer el giro se trasladó en β' á una distancia β β' igual á la que existe del punto B á la recta $M' E'$ de la proyección horizontal.

Pero la generatriz B^6 B^7 puede concebirse también como proyección de una generatriz del cilindro convexo, y en este caso el punto B' irá á situarse en la misma línea $N E$ en β.

322. Claro es que el patrón inferior se encontrará del propio modo haciéndolo girar alrededor de la charnela $M D$, mas atención hecha á la analogía de estas construcciones y disposición especial que se hallan estos planos de base, para con respecto á los cilindros verticales cóncavo y convexo se podrán aprovechar en parte las operaciones hechas anteriormente con sólo suponer que el patrón $M D$ se traslada paralelamente á sí mismo, ascendiendo de modo que todos sus puntos recorran en su camino las verticales proyectantes, hasta que venga á confundirse con el primer plano $N E$ en la extensión $M'' D''$ y allí efectuar inmediatamente el giro; así es, que el punto M vendrá en M'', H en H'', D en D'', F en F'', mientras que al girar H'' vendrá en H_1, F'' en F'''; el trapecio que así obtengamos $M'' D'' F''' H_1$ será la cara inferior de la verdadera magnitud, dentro la cual encontraremos como anteriormente las curvas $S \delta \beta' \gamma$, $R \mu' \beta \zeta$, y subrayando la forma que afecten en su interior será el resultado del patrón Φ.

323. Con estos elementos pasemos á la labra en la Figura 220. Constrúyase el prisma trapecial con las dimen-

siones que nos suministre el que hemos empleado en las proyecciones. Sobre las caras $M N I H$, $F D E G$ colóquense los patrones Σ, Σ' así como en las caras superior é inferior los patrones Φ, Φ'. Con el auxilio de las curvas $\delta \psi$, $S \gamma$, como á directrices, podrá labrarse inmediatamente la superficie cilíndrica cóncava, siendo sus generatrices fáciles de fijar, pues que se habrá tenido buen cuidado de colocar una serie de puntos de marca en una y otra, los cuales dos á dos correspondan á una misma generatriz; así, por ejemplo, el punto B^5 corresponderá al B^4, y así los demás, llamando sobre todo la atención las generatrices límites cuales son $s g$, ψa, puntos límites de los patrones colocados y cuyas generatrices extremas vienen á ser producidas por el corte del plano $I H F G$ con el cilindro cóncavo. Finalmente trabajado que éste sea, será necesario definirlo en su justo límite, colocando el desarrollo $h g d a$, cuyos puntos extremos están ya colocados en los patrones de testa; mas si se quisiera encontrar alguno de los puntos intermedios de un modo directo, tal como indican los B^6, B^7 todo quedaría reducido á tomar sobre la generatriz $B^5 B^4$, las distancias $B^5 B^6$, $B^5 B^7$, las que tenemos en verdadera magnitud indicadas con las mismas letras en el plano vertical.

Con procedimiento análogo se deduciría el límite del cilindro convexo en $f e b c$.

Con puntos de marca señalados en las curvas $h a$, $e b$ se podrá trazar la superficie alabeada ó helizoide superior, mientras que con las $g d$, $f c$ se labrará el helizoide inferior, cuya disposición de sus generatrices demuestra la figura de su referencia.

CUARTA SOLUCIÓN

(siendo alabeadas las juntas de testa)

324. En las soluciones anteriores en donde las caras de testa eran simples planos normales á la hélice intermedia, resultaba que las intersecciones de estas juntas con los helizoides superior é inferior de la zanca, eran líneas curvas, aunque de curvatura muy ligera; se trata, pues, ahora de emplear para estas testas, superficies que sean tales que vengan obligadas á cortar á los referidos helizoides, según rectas que sean generatrices de los mismos, y entonces estas caras de testa las constituirán superficies alabeadas y hé aquí el objeto que nos proponemos en esta cuarta solución.

325. (Lám. 30, Figs. 221 y 221′) Sin pasar por las explicaciones preliminares que conducen á las proyecciones de las hélices limitando la zanca, pues serían las mismas que las referidas en los casos anteriores, las daremos ya por encontradas, proyectando horizontalmente en las circunferencias concéntricas $E C A$, $E' C' A'$ y en proyección vertical las curvas $E_1 C_1 A_1$, $E'' C_1 A''$, las superiores, $E_2 C_2 A_2$, $E''' C_2 A'''$ las inferiores.

326. Procedamos ante todo á desarrollar los cilindros y á este efecto (Fig. 223), tracemos una recta $E_3 a'$ que sea la rectificación de todo el arco circular $E' C' A'$, coloquemos á la vez sobre la misma y también á partir del punto a' la rectificación del otro arco circular cóncavo $A C E$, levántense en seguida las ordenadas $a' A_4$, $E_3 E_5$, $e_3 e_5$, iguales cada una de ellas á las distancias que median en altura sobre el plano horizontal de los puntos del espacio proyectados verticalmente en A_1, E'', E_1. Uniendo ahora A_4 con E_5 y A_4 con e_5 obtendremos las rectas $A_4 E_5$, $A_4 e_5$, cuales serán el desarrollo de las hélices superiores con que terminan los cilindros cóncavo y convexo. Tomando ahora en las proyecciones verticales la altura $C_1 C_2$ de la zanca y colocándola en la figura del desarrollo desde E_5 á E_4 y desde e_5 á e_4, y uniendo ahora los puntos así obtenidos con el A_3, resultando también de colocar la altura de la zanca en $A_4 A_3$, resultarán las otras rectas $E_4 A_3$, $e_4 A_3$, que serán el desarrollo de las hélices inferiores.

327. En este estado, escojamos en la hélice $E_5 A_4$ dos puntos tales como S, A_4, cuales serán aquellos por los que se quiera conducir las juntas transversales. Desde los mismos tracemos dos rectas $S E_4$, $A_4 p$, que sean respectivamente perpendiculares á la recta $E_5 A_4$, y así estas, ya de hecho, representarán en el desarrollo, la intersección de las juntas alabeadas de testa, con el cilindro convexo; es evidente ahora que queriendo que exista la condición de cortar estas juntas,

según rectas de nivel y generatrices, á las superficies helizoidales superior é inferior, á de cumplirse forzosamente el requisito de que estas mismas juntas, corten al cilindro cóncavo en líneas tales, que consideradas se expresen en $r\ e_4$, $A_4\ q$, que concluyan en los puntos r que sea de nivel con S, e_4 que sea de nivel con E_4, q que sea de nivel con p; cuyos puntos quedan determinados en el momento de trazar las horizontales $s\ r$, $E_4\ e_4$, $p\ q$.

328. Ya efectuadas estas operaciones, arrollaremos toda la Fig. 223, ya sobre el cilindro vertical convexo, ya también sobre el cilindro vertical cóncavo, tomando al efecto en consideración la parte que concierne de dicha Fig. 223, para con respecto cada uno de los cilindros mencionados.

A este objeto se trazaron verticales por todos los puntos S, r, p, q..... etc., hasta que corten á la sección recta $E_3\ a'$. Tómense elementos de las abcisas obtenidas en $E_3\ S$, colocándolos en las proyecciones, horizontal, desde E' á S''; luego elementos desde e_3 á r' colocándolos en el arco desde E á r''. Unanse luego E con E'; r'' con S'', así llegaremos á obtener el cuadrilátero mixtilíneo $E\ E'\ S''\ r''$ que será la proyección horizontal de la testa. De esta proyección horizontal y refiriendo todos los puntos en altura á sus respectivas hélices, conforme pueden comprobarse también con las alturas de la figura del desarrollo, con la cual será conveniente comprobar á cada operación, viendo así ya de momento que esta superficie de junta, corta á los helizoides superior é inferior según las generatrices horizontales, $S''\ r''$, $E'''\ E_2$.

Por medio de estas mismas operaciones vendremos á determinar la testa inferior en $A\ A'\ p''\ q''$ en la proyección horizontal y $A_1\ A''\ p'''\ q'''$ en la proyección vertical.

Es evidente ahora que siendo curvas las líneas $A_1\ q'''$, $A''\ p'''$ se habrá de encontrar para ellas, cuando menos un punto intermedio tales como son las n'', m'', que pueden estar situados para mayor facilidad en una horizontal. Para encontrarlos, trácese á la altura que se desee, una horizontal $m\ n$ en la figura del desarrollo, esta recta nos cortará en los puntos n, m á las líneas de junta $A_4\ p$, $A_4\ q$. En seguida los puntos m, n se refieren por medio de verticales á la sección recta en n', m', trasladándolos luego á la proyección horizontal en n'', m''; y finalmente de estos por medio de verticales inferir las segundas proyecciones en n''', m'''.

Ahora es como nos podemos hacer cargo perfectamente, de cómo la junta alabeada de testa, vendrá engendrada por una recta que, permaneciendo siempre horizontal, vaya resbalando por las curvas $A_1\ q'''$, $A''\ p'''$.

329. Seremos parcos aquí en la explicación de la labra de la piedra, toda vez que reproduciríamos taxativamente lo dicho en las soluciones anteriores. Nos limitaremos solamente á indicar, que se ha hecho la elección del sistema que emplea el paralepípedo envolvente, habiéndose llevado las operaciones á este efecto, conforme pueden consultarse con la figura en donde obran detalladamente, junto con los patrones (Fig. 222) indispensables para que con ellos se puedan labrar las superficies cilíndricas, así como los helizoides superior é inferior.

La Fig. 224 expresa claramente el labrado de la piedra, y la única diferencia que existe entre éste, y los que han sido objeto de los casos anteriores, es en el labrado de las juntas de testa, puesto que aquí será necesario disponer en las curvas directrices los puntos pareados, 1-1', 2-2', 3-3'..... etc., y que unidos dos á dos nos guiarán en el desbaste, señalando además generatrices de la misma superficie.

ZANCA
terminada por planos en sus partes superior é inferior
5.ª Solución

330. Empléase generalmente esta zanca especial, para las grandes escalinatas al descubierto, ornamentación de jardines, parques, etc., etc., cuando en el juego que ha de formar el conjunto de la escalera, convenga establecer un tramo curvo entre dos rectos tal como aparece (Lámina 31, Fig. 225), la planta en donde el conjunto de la zanca viene li-

mitada por las líneas $A\ B\ C\ D\ G\ F\ F\ E$ su parte intermedia comprendida lateralmente entre dos cilindros rectos, mientras que superior é inferiormente viene limitada por dos planos paralelos $J\ K$, $M\ N$ expresados en la proyección vertical (Figura 226), á cuyo objeto se ha escogido este plano de proyección perpendicular á los citados planos, los cuales llevan la inclinación que corresponde á la escalera, dato que se habrá deducido al calcular ésta, indicando á la vez en dicha disposición el grueso ó altura de la zanca, en virtud de la separación de los citados planos.

331. El despiezo en la misma se facilita notablemente, refiriendo las operaciones al desarrollo de uno de los cilindros laterales, como por el ejemplo el exterior convexo, y á este objeto sobre la recta $E'\ G'$ (Fig. 228) desarróllese la línea $E\ F\ I\ G$, valiéndonos de distintos elementos de la misma, levantando en seguida ordenadas respectivas $E'\ E''$, $F'\ F''$..... $I'\ I''$, $G'\ G''$ iguales á las alturas de los puntos que se consideren, para con respecto al plano horizontal ó línea de tierra $L\ T$; estas alturas son: $F^{vi}\ F^{v}$ para los dos primeros puntos; $I^{vi}\ I^{v}$ para el penúltimo; $G^{vi}\ G^{v}$ para el último, conforme muestran las proyectantes y líneas de correspondencia.

Así la línea desarrollada será mixta, compuesta de tres partes, esto es, la recta $E''\ F''$, la curva sinuosoide $F''\ I''$, y finalmente la recta $I''\ G''$. Colocando ahora, á partir y hacia abajo de los puntos obtenidos, distancias todas iguales á la altura que se ha dado á la zanca, vendremos á deducir una segunda línea mixta equidistante de la primera cual es la $E'''\ F'''$, $I'''\ G'''$.

332. Suponiendo ahora que por los puntos a, c de la primera curva han de pasar precisamente las juntas, trácense por ellos dos rectas $a\ b$, $c\ d$ normales á dichas dos curvas. Estas dos rectas representarán aquí el desarrollo de las líneas de intersección de las juntas con el cilindro convexo, y dicho se está con esto que al colocar este desarrollo sobre el cilindro en cuestión, estas líneas serán hélices. Coloquémoslas pues allá, bajando al efecto las ordenas $a\ a'$, $b\ b'$, $c\ c'$, $d\ d'$, trasladando luego los puntos a', b', c', d' en a'', b'', c'', d'', trazando á partir de ellos las normales $a''\ a'''$, $b''\ b'''$, $c''\ c'''$, $d''\ d'''$ á los arcos de base, y, por lo tanto, todas concurrentes al punto Q; las juntas, pues, están completamente proyectadas

horizontalmente en los cuadriláteros mixtilíneos $a''\ a'''\ b'''\ b''$, $d''\ d'''\ c'''\ c''$.

Para obtenerlas verticalmente, proyéctense en el plano $J\ K$ los puntos a'', a''', c'', c''', y en el plano inferior $M\ N$ los otros cuatro b'', b''', d'', d'''; así estas juntas se obtendrán en los otros cuadriláteros mixtilíneos $b^{7}\ a^{7}\ a^{v}\ b^{v}$, $c^{7}\ d^{7}$, $d^{v}\ c^{v}$. Mas teniendo en cuenta que las líneas tales como $d^{v}\ c^{v}$ son curvas, necesitarán cuando menos un punto intermedio x, y..... etc., los cuales fácilmente se obtendrán escogiéndolos en el desarrollo, como x', refiriéndolo luego en x'', trasladándolo en seguida á la proyección horizontal en x''', desde el cual se podrá dirigir la generatriz $x'''\ y'$ concurrente en O, y, por fin, trasladando por medio de proyectantes los x''', y' en x é y sobre el plano vertical, teniendo en cuenta para ello que la altura de x sobre el plano horizontal está regulada según la distancia $x'\ x''$ del desarrollo; así, pues, aquí las juntas de testa vienen engendradas por una recta que resbala en su movimiento por dos hélices $d^{v}\ c^{v}$, $d^{7}\ c^{7}$, y el eje vertical O; es, pues, una superficie alabeada.

333. La Fig. 229 demuestra la labra de la piedra. Se ha escogido un bloque, y en él, labrado un prisma recto cuyas bases son el máximo contorno aparente de la piedra en el plano horizontal $b''\ b'''\ c'''\ c''$, y por altura el desnivel que existe entre los puntos a^{7}, d^{v}, esto es, el más alto y el más bajo de la piedra en los cilindros cóncavo y convexo; se han colocado luego los desarrollos $\alpha\ \beta\ \delta\ \gamma$, $\alpha'\ \beta'\ \gamma'\ \delta'$, concernientes á los encontrados para nuestra piedra, que uno de ellos, el que corresponde al cilindro convexo, lo tenemos en $a\ b\ d\ c$ (Fig. 228), y el otro del cilindro cóncavo se encontrará fácilmente insiguiendo el procedimiento que se ha efectuado para el primero. Excusado es decir que para la colocación de estos desarrollos, se buscarán con mucho cuidado los vértices de los mismos $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta$, que guarden en la piedra la misma situación relativa que indica la proyección de la misma. Únase ahora α con α', γ con γ', pudiéndose con esto desvastar la parte superior hasta obtener el plano que pase por su justo límite $\alpha\ \alpha'\ \gamma\ \gamma'$, cuyo contorno total será objeto de una plantilla Σ, de la cual podremos echar mano como á comprobación, y aun si posible fuera prescindir de los desarrollos anteriores, fijando con cautela las rectas $\alpha\ \alpha'$, $\gamma\ \gamma'$, que por sí solas ya

determinan el plano y puede con ellas labrarse hasta que en dicho labrado sea dable colocar la plantilla Σ.

334. Esta plantilla se puede obtener fácilmente rebatiendo en el plano vertical el plano $J\ K$ alderredor de su traza vertical como á charnela. En este giro los puntos a^{7}, a^{v}, c^{7}, c^{v} se mueven perpendicularmente al eje $J\ K$, colocándose en sus posiciones respectivas en a_1, a_2, $c_1\ c_2$ á las distancias de $J\ K$ iguales á las que existen desde los puntos de la proyección horizontal a'', a''', c'', c''', á la línea de tierra $L\ T$, uniendo luego a_1 con a_2; c_1 con c_2 repitiendo análogas operaciones para todos los puntos intermedios de las curvas rebatidas en $a_1\ g\ c_1$, $a_2\ h\ c_2$, y así quedará ultimada la plantilla Σ.

En cuanto á la plantilla inferior que contiene el plano $M\ N$, se encontrará también de un modo muy expedito, aprovechando las operaciones anteriores con sólo suponer que este segundo patrón junto con su plano $M\ N$ se eleva verticalmente, de modo que, los puntos tales como F^{IV}, I^{IV} pasan á colocarse en F^{V}, I^{V}, en el plano $J\ K$, girando en seguida el plano tal como hemos hecho anteriormente y así la plantilla vendrá dada por el contorno $b_1\ g\ d_1\ d_2\ h\ b_2$.

335. Del propio modo (Fig. 229) pueden fijarse los puntos α', β', γ', δ', así como los β, δ; de esta suerte las rectas $\beta\ \beta'$, $\delta'\ \delta'$ determinan el lecho inferior, cuyo plano puede labrarse, y en él colocar el patrón encontrado más anteriormente $\beta\ \beta'\ \delta\ \delta$. Ahora por medio de reglas flexibles aplicadas respectivamente sobre los cilindros cóncavo y convexo, se dibujarán los cuatro hélices $\alpha\ \beta$, $\alpha'\ \beta'$, $\gamma\ \delta$, $\gamma'\ \delta'$, y finalmente puntos de marca convenientemente distribuídos de α á β y de α' á β' nos indicarán posiciones de la generatriz de la junta de testa, repitiendo igual operación para la otra.

336. Si estas juntas de testa las quisiéramos planas podríamos obrar del siguiente modo: supongamos que por la recta $\theta\ \theta'$ se quiere trazar el plano de junta que sea perpendicular á los planos superior é inferior de la zanca, escójase en ella un punto intermedio p, p', trazando por el mismo una perpendicular $p'\ q'$-$p\ q$ al plano $J\ K$, la junta así, estará definida por estas dos rectas, observando que dicha perpendicular corta en $'q$-q' al plano inferior $M\ N$, por lo que se infiere que trazando por el punto q la recta $r\ s$ paralela á $\theta\ \theta'$ la

junta plana vendrá proyectada horizontalmente en el cuadrilátero mixtilíneo $r\ s\ \theta\ \theta'$ y en proyección vertical en el cuadrilátero $r'\ s'\ \theta''\ \theta_1$. Se comprende que siendo curvas las líneas $s'\ \theta''$, $r'\ \theta_1$ será necesario buscar un punto intermedio de cada una, operación fácil y que omitimos por ser análoga á otras que hemos llevado á cabo. La labra quedaría ligeramente modificada en la parte que concierne á las juntas de testa, comprendiéndose también en qué consistiría la ligera variación, interpretándola el buen juicio del lector después de los labrados que se han descrito.

ESCALERA

de alma ó nabo

337. Llámase así la escalera, cuando el espacio destinado para la colocación de los peldaños, está comprendido entre dos muros, en general cilíndricos; uno exterior, que es el de caja, otro interior concéntrico con el primero, completamente macizo y de reducido grueso relativo. Se caracteriza esta escalera en la particularidad de tener un reducido ancho, cual permite que los peldaños estén formados cada uno de una sola pieza, la cual descansa, apoyándose en el empotramiento de dichos dos cilindros, escogiendo la línea de huellas en la línea media de las trazas horizontales de los cilindros referidos.

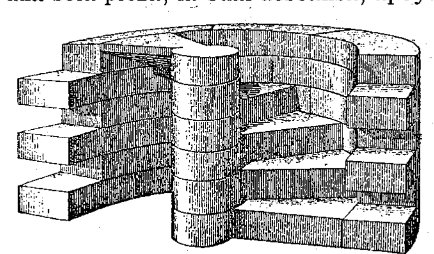


Fig. *h*

El cilindro menor, esto es, el central, es el que ha dado precisamente nombre á dicha escalera, por ser él en efecto el alma ó nabo de la misma. Véase la Fig. *h*, la cuál da á comprender la estructura de esta construcción, cual figura será muy conveniente tener á la vista durante el

desarrollo de la explicación de tan importante poblema estereotómico.

338. Por lo demás, dicha construcción es sumamente fácil.

Primera solución. Intradós discontinuo.—Sea (Lám 32, Fig. 230), $A\ B\ C\ D\ E$, la circunferencia que representa en su cuarta parte el cilindro de caja, cuyo total grueso está representado por $F\ H\ G\ E\ C\ A$, el cilindro del alma está representado en $a\ b\ c\ d\ e$, y la línea de huella en la circunferencia intermedia $I\ J\ K\ L\ M$. El cuarto de circunferencia $A'\ B'\ C'\ D'\ E'$ es la línea de empotramiento en el muro de caja, mientras que la $a'\ b'\ c'\ d'\ e'$ es la línea de empotramiento concerniente al alma. Divídase ahora la línea de huellas en las partes iguales $I\ J$, $J\ K$, $K\ L$, $L\ M$, etc., de modo que cada una de estas distancias sea la huella calculada; dirigiendo ya inmediatamente por estos puntos, líneas concurrentes al centro O, comprendidas entre las dos líneas de empotramiento de que se ha hecho mención; éstas serán las aristas salientes de los peldaños, quedando completamente fijadas en el espacio, sin que tengamos necesidad de proyección vertical, con solo definir la generación de la superficie ideal de que aquellas forman parte; pues dicha superficie se supone engendrada por una recta que, conservándose siempre horizontal, vaya resbalando hacia una parte en la hélice que hemos denominado de huellas, proyectada según la circunferencia $I\ K\ M$, mientras que por otra resbala sobre el eje vertical que se proyecta en O, y con esto bien podemos ya inferir que tal superficie es análoga á la que forma la parte superior é inferior de un tornillo de filete rectangular.

339. Por los puntos medios p, q, r, de las huellas, diríjanse los radios $p_1\ p_2$, $q_1\ q_2$, $r_1\ r_2$..... etc., estas rectas así trazadas representarán la proyección horizontal de las aristas del intradós, correspondientes á cada peldaño, pasando por cada una de ellas un plano vertical que la termina hacia la parte posterior, limitándolo en la inferior ó de intradós, por medio de una superficie alabeada, la cual va comprendida entre dos posiciones consecutivas de dichas aristas. Así, pues, un peldaño cualquiera quedará limitado en proyección horizontal por su contorno aparente, que no será otro que el cuadrilátero mixtilíneo tal como, por ejemplo, es el $B'\ b'\ q_2\ q_1$.

340. Mas para que podamos hacernos cargo de la verdadera forma y límite de cada peldaño en el espacio, procederemos á desarrollar sus testas en la Fig. 231, tomando sobre la línea recta $L_1\ T_1$ las distancias unas á continuación de otras, que representan las huellas rectificadas tomadas ya en la línea de empotramiento del alma, ya también en la línea de empotramiento de caja. Estas distancias consideradas como abcisas son $a''\ b'' = a'\ b'$, $b''\ c'' = b'\ c'$, $c''\ d'' = c'\ d'$..... etc., $A''\ B'' = A'\ B'$, $B''\ C'' = B'\ C'$, $C''\ D'' = C'\ D'$..... etc., levántense ahora ordenadas en cada uno de estos puntos, tomando sobre la primera de cada desarrollo, una altura igual á la de un peldaño; en la segunda dos alturas, en la tercera tres alturas, y así siguiendo, trazando horizontales por cada uno de los puntos así obtenidos, que cortando á las verticales anteriores, nos darán los escalonados correspondientes tal como indica el dibujo de su referencia.

341. Ahora sobre esta horizontal y á partir de los puntos análogos á los b^2, B^2 se tomarán distancias tales como $b^2\ p^2 = b'\ p_2$, $B^2\ P^2 = B'\ p_1$, cuyas representarán la cabalgadura del peldaño; desde p^2, q^2, P^2, Q^2, trácense las verticales $p^2\ p^3$, $q^2\ q^3$, $P^2\ P^3$, $Q^2\ Q^3$, uniendo finalmente p^2 con q^3, P^2 con Q^3, repitiendo igual operación para todos los peldaños con arreglo á las construcciones que demuestra la figura; mas como todos los peldaños son iguales, uno de ellos nos bastará, puesto que sus patrones de desarrollo servirán para los demás, tal como, por ejemplo, los Σ, Σ', mas teniendo en cuenta que estos patrones han de arrollarse otra vez sobre los cilindros correspondientes, ya de esta observación puede inferirse que las rectas que en el desarrollo están representadas en $p^2\ q^3$, $P^2\ Q^3$, al quedar arrolladas en su sitio correspondiente, se convertirán en hélices, de modo que la superficie de intradós de cada peldaño será un helizoide engendrado por una recta horizontal que resbale por estas partes de hélice; en resumen, cada peldaño se compondrá: 1.° De dos planos horizontales, superior é inferior; 2.° De dos planos verticales, uno de ellos que será la altura del peldaño y el otro aquel que lo termina en la parte posterior; 3.° Dos superficies cilíndricas que son las de testa, una convexa hacia la parte de la caja, la otra de menor dimensión y cóncava hacia la parte del alma; 4.° y finalmente la superficie alabeada de intradós de que hemos hecho mención más arriba.

242.—La labra de cada una de estas piezas es fácil, pues queda reducida (Fig. 232) á la formación de un primer prisma *X Z U Y*, *x z u y*, que tendrá por bases el contorno aparente de la proyección horizontal de la totalidad de cada peldaño, y por altura la destinada á éste; colóquense en seguida en sus testas los patrones Σ, Σ', arrollándolos en los cilindros correspondientes, quedando no más á desvastar la parte inferior de la superficie alabeada, á cuyo fin nos guiarán las generatrices 1 — 1', 2 — 2', 3 — 3', cuyas pasarán por los puntos de marca fijados dos á dos en las curvas de intradós *p q*, *P Q*.

343. Mas con el fin de llevar á cabo la colocación de todos estos peldaños, será necesario trabajar, tanto en el cilindro cóncavo de caja como en el convexo del alma, todos las testas de los peldaños en la disposición que entre sí tengan en el espacio, y luego perforar todo el contorno del escalonado, hasta que alcance el grueso del empotramiento; el dibujo ó contorno total del escalonado nos lo darán los patrones totales de la Fig. 231, los cuales en su conjunto y considerándolos como á fajas inclinadas que pasan por los puntos 1, 2, 3, 4, $b'' p^3 q^3$..... etc. 1' — 2' — 3' — 4', $B'' P^3 Q^3$..... etc., se arrollarán convenientemente en dicha superficie cilíndrica concretando, como se supone, la perforación á toda la zona que demuestra la parte rayada de dichos patrones. Esta colocación se comprende que ha de ser fácil una vez se tengan establecidas en dicha superficie cilíndrica, algunos puntos indicadores por donde deban pasar las hélices. La Fig. 233 muestra una parte del alma de la escalera, llevando consigo señalada toda la zona de empotramiento relativa á los peldaños.

344. Resta solamente hacer una pequeña observación para con respecto á la manera de colocar cada una de las piezas de peldaño y es: Que hemos considerado el primer desarrollo de la Fig. 231 que concierne al cilindro del alma, pero para con respecto al empotramiento, dando esto como á consecuencia que las dimensiones de la testa que está adjunta al alma es menor que toda otra sección que hiciéramos en el peldaño, concéntrica á dicha testa de empotramiento, imposibilitando con esto de entrar el peldaño en junta dentro el alma, á menos de no hacer con algunas creces el descalce

debido á la perforación del contorno Σ para así facilitar su entrada, y efectivamente esto es lo que comunmente se practica, á menos de sustituir este patrón por el que concierne al cilindro *a b c d e*, tal como se ha hecho, pero inversamente para con respecto á la caja, cuyo desarrollo *A' B' C' E'* se ha colocado en *A B C E*.

Empleando, pues, este último procedimiento llevaríamos á cabo el desarrollo de todo el escalonado que concierne al cilindro *a b c d*, arrollándolo en seguida sobre este mismo cilindro. Utilícese luego el segundo desarrollo, relativo al cilindro de empotramiento *a' b' c' d'*, arrollándolo también en el alma *a b c d*, mas de modo que venga colocado como inscrito en el primer desarrollo, cual si fuese la proyección de todas las líneas de empotramiento sobre el cilindro exterior del alma, entonces será cuando puede empezarse la perforación insiguiendo el contorno del primer patrón, haciendo el descalce de tal suerte, que los cortes del perímetro vayan concurriendo hacia el interior del empotramlento hasta alcanzar el grueso que éste deba tener, guiando la dirección del instrumento de corte, el segundo patrón inscrito, el cual deberá en su contorno coincidir perfectamente con la parte de superficie cilíndrica del empotramiento.

345. El sistema de empotrar estos peldaños en el alma de la escalera, no puede negarse que adolece del inconveniente de que la estabilidad de los peldaños depende del grueso del retallo con que van á empotrarse, á la vez que sustentarse en este cilindro central, de reducido grueso, debilitándose notablemente por todo el descalce escalonado y helizoidal que corre de abajo arriba del alma; además el grueso del retallo, viene á ser relativamerte exiguo para prestar seguro apoyo á masas voluminosas que forman las piezas de peldaño. Esto es lo que dió motivo á que se modificara algún tanto la disposición, omitiendo en absoluto el descalce citado, sustituyéndolo en cambio por el sistema de construir cada peldaño de modo á llevar consigo una raja de alma de una altura igual á la del peldaño, constituyendo así las dos partes una sola masa, una sola pieza, así la totalidad del alma de la escalera, viene á estar fraccionada en una serie de tambores, cuyo número será igual al de los peldaños, y al colocarse éstos se superpondrán exactamente los tambores que van á constituir el alma, concluyendo muchas

veces de hacerlos solidarios, como si se tratase de edificarlos en conjunto, atravesándolos por medio de una segunda alma de hierro que coincida en su situación con el eje vertical de la escalera, y dicho se está con esto, que al colocar semejante vástago, será sumamente útil, como medio de precaución, pintarle con un buen baño de color al óleo, evitando así que sobrevenga con el tiempo la herrumbre ú orín.

346. El labrado de la piedra que se refiere á este segundo método de disposición de peldaños, está representado en las Figs. 234 y 241. Se empieza como en el primer sistema labrando un prisma auxiliar cuyas bases sean la máxima proyección horizontal, y altura la del peldaño, colocando en seguida en la testa mayor la plantilla Σ', mas la que correspondería á la otra testa, se puede señalar por medio de una contraplantilla sacada del desarrollo del escalonado en la superficie cilíndrica del alma, ó bien si así se prefiere trazando las líneas del contorno por partes. Así, por ejemplo, la línea $y\ z$ se traza directamente, pues el punto y se tiene ya de antemano en la labra de la piedra auxiliar, la $y\ z$ es generatriz del cilindro del tambor, conociéndose su magnitud; lo propio se conoce la vertical que pasa por el punto v. El punto x es fácil de fijar en la base inferior del tambor, y finalmente labrando con cuidado el cilindro de este último, hasta que podamos colocar una regla flexible que pase por los puntos x, z, nos dará en seguida la línea curva $x\ z$ que representará la intersección de la superficie alabeada inferior con el cilindro del alma. Ahora las curvas $x\ z$, $X\ Z$ servirán de directrices para la superficie alabeada de intradós.

La Fig. 234 representa el peldaño visto por la parte inferior, y la 241, por la superior.

347. Segunda solución.—*Intradós continuo.*—La serie de planos verticales posteriores, así como los distintos trechos de superficies alabeadas con que terminan en la parte de intradós los peldaños en la solución anterior, dan lugar á una serie de resaltos en el intradós, que por cierto no pueden presentar buen aspecto para el observador. Si se quiere, pues, hacer desaparecer este inconveniente, se hace preciso adoptar una superficie perfectamente continua, la cual por otra parte es muy fácil de obtener, insiguiendo los mismos principios que rigen la escalera. En efecto, si concebimos (Fig. 235) por los

puntos medios a, b, c de las huellas trazadas como anteriormente, los radios respectivos, tales como el $a\ A$, estas líneas que obtengamos, no hay duda que podrán servir de generatrices de una superficie helizoidal, cuyas directrices sean la una el eje vertical O, la otra una hélice arrollada en el cilindro $a\ b\ c\ d$, etc., pero este helizoide aquí continuo y exactamente igual al que idealmente hemos imaginado que estaban convenientemente situadas las aristas salientes de los peldaños; en una palabra, que podemos suponer sin inconveniente, que este primer helizoide ha bajado de una cantidad constante, igual al grueso total que se quiera dar al peldaño, hasta que venga á confundirse con el segundo helizoide, considerándolo, empero, en este lugar sin solución de continuidad.

348. Definida ya esta superficie de intradós, procedamos á su despiezo, disponiendo las juntas normales, de modo que sean planos que pasen por cada una de las líneas trazadas tal como $a'\ A$; el plano, pues, quedará definido por esta última recta, y la normal á la superficie que pase por el punto a. Mas la normal depende del plano tangente, teniendo, por lo tanto, de definir éste con antelación.

Escójase al efecto (Fig. 236) un plano de proyección vertical $L\ T$ perpendicular á la generatriz $a'\ A$; ésta entonces vendrá á proyectarse en el nuevo plano en el punto tal como A' elevado á dos alturas de peldaño, pues así se ha escogido á drede la línea $L\ T$. En este estado la tangente en a, á la hélice de huellas será la línea $a\ t$, representando t la traza horizontal de esta tangente, por haber tomado $a\ t$ igual á dos partes de la línea de huellas; t se proyecta verticalmente en t', y entonces el plano tangente está definido por sus trazas $A'\ t'\ t$ siendo la normal la recta $A'\ N$ perpendicular á la tangente vertical $A'\ t$ del plano tangente. A una altura del punto A' que sea igual á la que queramos tenga la junta, trácese un plano horizontal $x\ z$, éste vendrá á cortarla, según la recta horizontal $n'\ N'$ paralela á la $a'\ A$, quedando, por lo tanto, definido todo el plano de junta en el cuadrilátero $a'\ n'\ N'\ A$.

Ahora no hay más que roproducirla en proyección horizontal en todos los demás peldaños, tal como muestra la Fig. 236, que ha servido para las consideraciones anteriores.

349. Aquí, lo mismo que en el caso anterior, se desarrollarán las testas de los peldaños, ya sean las correspondientes á la línea de empotramiento de la caja, línea que pasa por el punto *A*, así como la correspondiente al cilindro del alma, cuya base es la circunferencia que pasa por el punto *a'*. Estos desarrollos son los que se han efectuado en la Fig. 237, insiguiendo los mismos procedimientos que en el caso anterior, teniendo, sin embargo, en cuenta, que la altura de las juntas de peldaño normales al intradós, tales como $n_2\ a_2$, $m_2\ b_2$..... etc., se deducirán de la altura que se ha escogido al producir esta junta y limitarla en la Fig. 236 por el plano horizontal $x\ z$; además aquí toda la parte de intradós de los peldaños se desarrollará según una sola y única recta *C D*, por ser el intradós continuo, sucediendo lo mismo con las testas mayores que se encuentran hacia el lado de la caja.

350. La Fig. *h* del texto nos muestra una figura perspectiva de la escalera de que tratamos, esto es, de intradós continuo, dando ella por sí sola una completa explicación del modo de estar limitados los peldaños, llevando cada uno consigo una raja de alma; mas aquí se presenta un pequeño inconveniente con respecto á este detalle, y es: que cada tambor de dicha alma, no pudiendo tener más que la altura del mismo peldaño si éste fuese adherido al alma (Fig. 237) á toda la altura *P Q*, haciendo pasar, por lo tanto, el plano inferior horizontal por $Q\ Q_1$, resultaría que si bien es cierto que peldaño y alma estarían adheridos en toda la extensión del contorno $P\ Q\ m_2\ b_2\ \gamma$, en cambio quedaría pendiente y hasta cierto punto aislada la parte de testa triangular que quedaría inferiormente en $n_2\ a_2\ \gamma$ cual corresponde al exceso de la dimensión del grueso del peldaño, á la altura *P Q* del mismo. Con esta disposición sería excesivamente vulnerable la arista que pasa por el punto a_2, así como también toda la parte triangular; así es, que para evitar este inconveniente se hace de modo que el tambor del alma se adhiera á la testa del peldaño, bajándola hasta que el plano inferior de la raja pase por el plano horizontal $R\ R_1$, y entonces la parte que quedará aislada, estará encima, no concurriendo allí los inconvenientes que pasan en la parte inferior, tal como lo demuestra el rectángulo, $\nu\ \varphi\ \rho\ \psi$, que significa la sección del tambor adherido á la parte rayada del peldaño, mientras que

la que está sin rayar en la parte superior y designada por Σ indica la que continúa siendo independiente y aislada.

La (Fig. 238) expresa un peldaño ya labrado siguiendo el método general de la proyección horizontal. Se rebajará la piedra en uno de sus extremos en toda la altura *S U*, insiguiendo el contorno de la línea *S n* para que al mismo tiempo que se realiza el rebajo, se pueda labrar el cilindro *n S U*, y en él, colocar en su concavidad la parte no rayada de la plantilla Σ (de la Fig. 237). Así se obtendrá el punto *a*, de modo que señalando luego el punto *b* en la arista inferior del tambor, se podrá trazar inmediatamente la hélice *a b*, valiéndonos de una regla flexible. Con las curvas *a b*, *A B*, que pueden servir de directrices, se labrará la superficie alabeada de intradós. El resto de la labra se comprende fácilmente por ser análoga á otras ya vistas.

351. Tercera solución.—Por regla general esta clase de escaleras en donde la concurrencia de los peldaños es muy acentuada, es causa de que, si el grueso del cilindro del alma es algo reducido, aumentan aún aquella convergencia, disminuyendo la sección de las testas de los peldaños hasta el punto de reducirse también el plano horizontal de cabalgadura y ser insignificante para prestar el debido apoyo. En este caso es cuando se trata de modificar la superficie de intradós y se subsana aquel inconveniente. A este fin, sea dopta distinta generación para la superficie de intradós.

352. Una recta que se mueva resbalando (Fig. 239), por la hélice *A B C*..... etc., conservándose horizontal y siendo constantemente paralela *B' b* á la arista *D E* más inmediata que la precede y que corresponde á la arista saliente de un peldaño, nos formará una superficie la cual permitirá ya resolver el problema con menos dificultades.

De aquí se infiere, que después de haber dividido la línea de huellas en partes iguales, según las dimensiones calculadas, no habrá más que trazar las aristas salientes de peldaños pasando por estos puntos de división, disponiendo enseguida líneas paralelas á cada una de ellas, por los puntos medios *A*, *B*, *C*,... etc., de dichas huellas, estas últimas en conjunto serán las generatrices que servirán á la vez de líneas de junta de la superficie de intradós, la cual en nuestro caso ya no será un helizoide y sí una simple superficie alabeada, pudiéndose en-

gendrar también por el movimiento de dicha generatriz resbalando sobre dos hélices especiales colocadas respectivamente en el cilindro cóncavo de la caja y en el convexo del alma.

353. Resta sólo hacer pasar los planos de junta por cada una de estas generatrices así dispuestas, y á este efecto hecharemos mano del mismo procedimiento empleado en la anterior solución, así es que, escogiendo la generatriz *b B'*, ésta se proyectará en *B''* sobre el plano horizontal *L T* (Figura 240), escogido á dos alturas de peldaño más bajo. A este fin concibamos la tangente *B t* á la circunferencia de huellas en donde el punto *t* responda á dos huellas rectificadas; dicho punto será la traza horizontal de la tangente y se proyectará verticalmente en *t'*, y con esto tendremos determinado el plano tangente en el punto *B, B''* según *B'' t' t*; la normal será, pues, la recta *B'' N* limitada por el plano horizontal que pasa por el punto *N*, dispuesto á la altura que dependa de la que queramos dar á dicha junta. Este plano horizontal, corta al dicho de junta según la línea límite *N-N' n*, quedando así concretada la junta en proyección horizontal según el cuadrilátero mixtilíneo *N' B' b n*.

Como los peldaños son todos iguales, será necesario reproducir esta operación en la proyección horizontal, en todos los puntos *A*, C_1..... etc. por donde hayan de pasar juntas.

354. Aquí como en las soluciones anteriores, será necesario desarrollar, como así lo muestra la (Fig. 246), los cilindros de empotramiento, así como el convexo del alma y también las fajas ó zonas inclinadas correspondientes á las testas de los peldaños, cuya operación omitimos aquí detallarla, en virtud de ser exactamente igual á lo dicho anteriormente, y sólo haremos observar que las líneas del desarrollo expresadas en *n b*, *N''' B'''*, aquí serán curvas, pues que visiblemente están producidas en el espacio por las secciones de los planos de junta con los cilindros de caja y alma, y, por lo tanto, allí serán líneas elípticas; resulta con esto que cuando menos, necesitaremos un punto intermedio *x*, *X* entre dichos puntos extremos antes enunciados, cuales se obtendrán fácilmente, volviendo al plano de operaciones *L T* al mismo tiempo que escogiendo en el plano *N B''* un punto intermedio cualquiera, *x''* por ejemplo, por el cual se hará

pasar un plano horizontal, y éste cortará á la junta *N B''*, según la generatriz *x' X'*, tomando ahora las distancias *N' X'* y trasladándolas en el desarrollo en N_1 X_1, y haciendo lo propio con la *n x'* colocándola en n_1 x_1 quedará reducido ahora á levantar ordenadas por x_1, X_1 respectivamente iguales á la altura del punto *x''* sobre la línea de tierra *L T*, y los puntos así obtenidos serán los intermedios que se deseaban.

355. En la labra de la piedra seguiremos el mismo curso de operaciones que anteriormente, pudiendo también, si el caso lo exige, para la mayor consistencia de la construcción en el enlace de los peldaños con el alma de la escalera, hacer que algunas de las piezas de peldaño estén adheridas al muro del alma, llevando consigo en la testa un tambor que corresponda á dos alturas de peldaño, y así esa raja ú orejón tendrá más fuerza con su mayor altura, dando con ello más seguridad en el asiento, y poderse en él empotrar de una manera fácil y sencilla, todo lo que en el mismo sobresalga de los peldaños que sigan y precedan al que se considera. Así si consideramos el peldaño Ω de la Fig. 246 del desarrollo, en esta pieza correspondería una altura de tambor igual *b* ψ, resultando con esto que en dicha sección de tambor, habría de empotrarse la parte α β γ δ ε α (véase la Fig. 249'), esto es, parte de la testa del peldaño anterior que está en inmediato contacto con el trozo de cilindro que se considera, mientras que por la parte superior sería la fracción *n b'* φ triangular de la testa correspondiente, la que quedaría empotrada en el cilindro del tambor que lleva consigo Ω, cuya parte triangular, se ve que es parte que corresponde al peldaño siguiente ó superior. El peldaño labrado con estas condiciones se representa en las Figs. 243, 242, 249; en la primera vista hacia la parte inferior, en la segunda por la superior y la tercera dispuesta de modo que nos podamos hacer cargo á la vez de los dos empotramientos en el tambor ó alma y que correspondan á los peldaños que precedan y sigan á aquel que se considera.

La (Fig. 249') demuesta la raja de tambor, prescindiendo del peldaño Ω que forma cuerpo con él, cual peldaño se ha separado momentáneamente, dejando no más la testa menor indicada, todo con el objeto de que se pueda ver con más claridad la disposición de los respectivos empotramientos, relativos á las partes de peldaño superior é inferior.

356. La operación de los descalces ó rebajos que precisa llevar á cabo en el tambor, si bien son sumamente minuciosos, son también por otra parte fáciles, y en efecto, concretándonos no más á dicha operación, pues que en el resto de la labra habríamos de repetir lo dicho anteriormente, tendremos que en la Fig. 242, por ejemplo, se podrá trazar en el cilindro del tambor la línea $\gamma\ \varphi$ por medio de una regla flexible, mientras que en la parte horizontal de la huella correspondiente al alma del cilindro, colocar la plantilla $a\ c\ d\ \varphi$ sacada de la proyección horizontal; con las rectas $a\ c$, $a\ b$ trazar una pequeña faceta plana que alcance no más á la profundidad $b\ e$ del empotramiento, en cuyo caso nos permitirá efectuar el labrado del cilindro vertical $c\ e\ d$, y concluir con esto la faceta $d\ e\ b\ \varphi$. Estas ligeras observaciones bastarán para comprender el descalce inferior en las Figs. 243, 249, 249'.

357. **Cuarta solución.**—Cuando el alma de la escalera tiene un grueso muy reducido, continúa acentuándose más la convergencia, y aparte de que vaya reduciéndose la cabalgadura del peldaño, no permite un conjunto agradable la intersección muy pronunciada de la superficie alabeada de intradós con el cilindro del tambor, no ofreciendo éste, solidez suficiente para que en él se practiquen tantos rebajos de piedra, para introducir en ellos las testas ó parte de ellas, correspondientes á los peldaños. Para cohonestar tamaña dificultad, se echa mano de una superficie alabeada en el intradós, que sea tangente al cilindro del alma, y en este caso la generación de dicha superficie (Fig. 244) estará definida, engendrándola, por una recta $a\ b$ que permanezca siempre horizontal y tangente al cilindro vertical del alma, conservándose sucesivamente paralela á las aristas tal como $A\ B$ del peldaño que inmediatamente le precede. Con estas condiciones podremos formar todas las generatrices que en la figura se observan, dirigiendo por cada una de ellas un plano de junta, conforme á los procedimientos de los casos anteriores y conforme pueden verse en las operaciones que constan en la figura de su referencia y que están solamente indicadas en el plano de proyección, cuya línea de tierra es $L\ T$. En cuanto á las plantillas, labra y demás detalle nos referimos á lo dicho ya en los demás casos.

358. Las Figs. 247 y 248 son dos perspectivas de una piedra de peldaño completamente labrado, el cual lleva adjunta una raja de tambor, dispuesto éste de tal modo, que su superficie cilíndrica viene enlazada sin solución de continuidad con la superficie alabeada del intradós, para lo cual será necesario marcar con antelación la línea curva del contacto de ambas á dos superficies. También demuestra dicha piedra los resaltos que deja este tambor, tanto arriba como abajo, para con respecto al peldaño que le corresponde, y como pueden aprovecharse estos resaltos en el enlace definitivo para los dos peldaños anterior y posterior con relación al que se considera.

BÓVEDA DE SAN GIL

(Planta circular)

359. Hasta ahora las escaleras que se han estudiado, eran tales que los peldaños llevaban consigo en su parte inferior la superficie de intradós, de modo que á medida que se iban colocando aquéllos, aparecía el intradós como formando bóveda, sosteniéndose sucesivamente, ya por el mutuo contacto de juntas, ya también por la entrega que aquéllos iban ofreciendo hacia sus testas en los muros de caja y alma; en el supuesto que ésta existiera, y bajo este concepto, bien pueden considerarse las escaleras construídas con este sistema como formando una agrupación distinta de la que concierne á la que ahora vamos á ocuparnos, cual es, que tenga una bóveda completamente independiente de los peldaños, cuales van á cargar sobre la misma.

Muchas son las variedades que pueden estar comprendidas en este grupo, mas nos fijaremos en tres de los ejemplos principales, empezando por la que se conoce con el nombre de Bóveda de San Gil, construída en la abadía de este nombre y de que ya hemos hecho mérito en el párrafo 73 de la primera parte de este tratado, cuando allí se dieron algunas nociones relativas á la Historia de la Estereotomía.

360. (Lám. 33, Fig. 250). La caja de la escalera es cilíndrica, de planta circular, en el centro existe un cilindro de alma, concéntrico con el primero, y la bóveda está sustentada, apoyándose sobre dichos muros. La figura que se ha indicado representa un corte transversal levantado sobre uno de los diámetros, al objeto de que pueda verse con claridad el despiezo de los muros interiores, el intradós de la bóveda con su despiezo, así como también la situación de los peldaños colocados ya en su debido lugar al asentarse sobre la bóveda. Toda la parte rayada hará comprender perfectamente los gruesos correspondientes á los muros de caja, de alma y de la bóveda, y así tener un conocimiento exacto de toda la estructura antes de emprender el estudio detallado y referente al problema estereotómico.

361. La línea generadora de la superficie de intradós es el arco de medio punto *A' M' B'*, la recta *H' Q'* es la que engendra el trasdós, mientras que los radios tales como en los límites *N' P'*, *M' J'*..... etc., serán las rectas que engendrarán las superficies de junta.

En este supuesto hagamos girar, junto con todas las líneas que hemos expresado, el plano encerrado dentro del rectángulo *H' A' B' Q'*, y que á la vez ascienda de alturas proporcionales á los arcos de giro recorridos (cuya relación dependerá del número de peldaños, y la que tengan entre sí las huellas y las alturas de los mismos); entonces será evidente: 1.° Que todos los puntos del arco circular describirán hélices tales, por ejemplo, como la que parte de *M'* hasta alcanzar el punto *M''*, en el supuesto de haberse efectuado una semirevolución ascendente, el lugar geométrico de todas estas hélices nos dará una superficie anular helizoidal, ó en bajada: Será el intradós de nuestra bóveda. 2.° El radio *M' J'* se colocará en *M'' J''*, y en el movimiento habrá engendrado una superficie alabeada, del género de los conoides helizoides, esto es, un helizoide de cono director y análoga esta superficie como la que están terminados los tornillos de filete triangular. Será la superficie de junta ó lecho de las hiladas continuas.

La *N' P'* que va á situarse en *N'' P''* será tal que la faceta alabeada que engendre así como su análoga *V' L'* irá por su particular situación completamente adherida, la primera en el muro de caja, la segunda en el muro del alma.

3.° La recta horizontal *H Q'* al concluir la semirevolución coincidirá con la horizontal que pasa por *Q''*, y en el movimiento irá engendrando un helizoide de plano director: Será la superficie que constituya el trasdós y en ella se asentarán directamente los peldaños. Esta superficie es idéntica con la que terminan los tornillos de filete rectangular.

362. Mas antes de entrar de lleno en el estudio del problema nos permitiremos hacer una pequeña observación para con respecto á la recta *M' J'* dirigida en el sentido del radio del círculo generador, y es que esta recta se adopta por la mayor parte de autores como á generatriz de la junta de lecho, y, sin embargo, no reune las condiciones técnicas para que la superficie engendrada sea normal al intradós á lo largo de la hélice de junta comprendida entre los puntos *M'*, *M''*.

Veamos, pues, en qué sentido hemos de modificar su dirección, para que cumpla aquel importante requisito. Al efecto, tomemos en consideración la Fig. 251, *A' M' B'* es el círculo generador, *M'* el punto por donde pasa la hélice de junta, así como la recta incógnita *M' J'* que ha de ser normal á dicha hélice.

Escojamos al efecto para plano horizontal de operaciones el $\omega M'_1$ que se encuentre á dos alturas más bajo que el punto *M'*, el cual se proyecta horizontalmente en *M*. La dirección del plano normal al intradós en el punto que se considera, depende del plano tangente en el mismo punto; tracemos, pues, este último, cuyo obtendremos combinando dos tangentes cualesquiera á la superficie de intradós, pero que pasen por el citado punto. Las curvas que escogeremos para ello serán precisamente las que conocemos por medio del dato, cuales son, la una, la circunferencia generadora cuya tangente es *M' t'*-*M t*, y la otra la hélice que pasa también por el punto *M*-*M'*, cuya se proyecta horizontalmente en la circunferencia que describiríamos de radio ωM, y tangente á esta hélice es evidente que se proyecta en el plano de perfil $M' \theta$, siendo su proyección vertical la $M' \theta'$ y su proyección horizontal $M \theta$, al mismo tiempo que θ es la traza horizontal de dicha tangente, encontrándose del plano vertical $\omega M'_1$ á una distancia $M \theta$ igual á dos abcisas curvilíneas contadas sobre el arco circular que tiene por radio ωM.

Con esto se infiere que uniendo θ con *t* esta será la traza

horizontal del plano tangente, mientras que M' t' será la traza vertical.

Si imaginamos ahora el plano tangente al conoide de junta por el punto M-M', este plano pasará por la recta M' θ'-M θ y será precisamente el normal á la superficie de intradós, y claro está entonces que la intersección de este plano con el que corresponde al arco generador nos dará finalmente la recta que buscamos, esto es, la normal á la hélice en el punto considerado. Veamos, pues, de qué consideración nos valemos para encontrarla definitivamente.

Para ello no perdamos de vista que los planos normal y tangente respectivamente al intradós, ambos á dos perpendiculares, pasan por la tangente á la hélice que hemos encontrado en M' θ', M θ, y que, por lo tanto, esta recta es su común intersección. Con estos antecedentes tracemos ahora un plano que pase por la línea de tierra ω M'_1 y al mismo tiempo que esté dirigido perpendicular á esta intersección M θ-M θ', y este plano será el que mida el ángulo de los otros dos. Encontremos este ángulo de corte, y para ello rebatamos el plano de perfil M θ alrededor de su traza horizontal. En el movimiento θ permanecerá inmóvil, mientras que M-M' irá á colocarse en M'_1 á la altura M M'_1=M M', la intersección rebatida ó tangente á la hélice será la recta θ· M'_1 y trazando por el punto θ' la recta θ' σ'_1 perpendicular á θ M'_1, claro es que dicha perpendicular nos indicará el punto de corte σ'_1 el plano secante con la intersección común de los dos planos que se consideran; dicho de otro modo el punto σ'_1 será el vértice del ángulo diedro recto que forman los planos tangente y normal. Rebatamos ahora alrededor de la charnela ω M'_1 el plano secante de que se ha hecho uso, y en este movimiento el vértice vendrá á rebatirse en σ_1, el punto t es evidente que pertenece á la intersección del plano secante con el tangente, viniendo con esto á rebatirse esta intersección en σ_1 t, luego se infiere de aquí que la intersección de este plano secante con el normal será la recta σ_1 K dirigida perpendicularmente á σ_1 t. Ahora K pertenece á la intersección del plano normal con el vertical que contiene el círculo generador, y como quiera que el punto M' también pertenece á dicha intersección por el supuesto, se infiere de aquí finalmente que la recta K' M' J' es la intersección del plano normal con el vertical antedicho, y, por lo tanto, la normal á la hélice de intradós en dicho punto.

363. Proyecciones de una piedra.—Con los datos anteriores podemos ya pasar á la descripción completa de una piedra cualquiera (Lám. 33, Fig. 252), puesto que lo que hagamos con ella podremos repetirlo para todas las demás, cualquiera que fuera la hilada que se escoja. Las construcciones hacederas se fundan en una propiedad especial que tienen todas las dovelas que componen una hilada, y es la de ser idénticas, escogiendo á propósito para que así suceda, la disposición de los planos de junta, igualmente separados para que así la longitud de las piedras sea igual. Suponiendo que el arco generador sea el semicírculo de centro O' y que se toma en consideración en el movimiento una semirevolución hasta que dicho arco generador vaya á colocarse á la altura que nos indica el centro O. Procédase al despiezo en el plano de este arco O', conforme hemos expresado anteriormente, y después de verificado fijemos solamente nuestra atención en la dovela M' J' Q' P' N', que para mayor brevedad llamaremos Σ, ésta después del movimiento habrá venido en Σ', describiendo todos sus puntos una porción de hélices tales, tal como vienen representadas en proyección vertical; mientras que en proyección horizontal están expresadas por circunferencias de centro ω. Sabemos ya cómo se verifica el trazado de estas hélices, por lo que no más lo recordaremos someramente.

La altura que separa las horizontales que pasan por los centros O, O', es un dato de la cuestión, pues depende del número de peldaños que conciernen á esta semirevolución. Esta altura es constante para cada par de puntos que se considere; esto es, el M' para con respecto al M''; el N' para con respecto al N'', el Q' para con respecto al Q'' etc., Así es que dividiendo cada una de estas alturas totales en el mismo número de partes parciales, como número de peldaños entren en esta semirevolución, se podrán trazar inmediatamente horizontales por los puntos de división, sobre las cuales se referirán por medio de proyectantes los puntos de división que correspondan en proyección horizontal, cuyos son los que dividan en dicho número de partes la circunferencia que corresponda á la hélice que se construye. No constan estas sencillas operaciones en el dibujo, al objeto de no sobrecargarlo de un número excesivo de líneas, y así salir más explícitas las construcciones principales.

Demos por supuesto ahora que en la hélice media del in-

tradós que parte del punto μ-μ' se escogen dos puntos tales como φ_2-φ'_2, φ_1-φ'_1 á igual distancia del eje de figura $\omega\ \varphi$, y que por cada uno de estos puntos se quiere conducir un plano de junta perpendicular á dicha hélice, encontrando en seguida la intersección de cada uno de estos planos con todo el cuerpo de la hilada. Es evidente que, atención hecha á las propiedades de este cuerpo geométrico, estas secciones serán exactamente iguales, como igual también será con ellas la que produzca la sección de un plano análogo que pase por el punto intermedio φ-φ', teniendo en cuenta á más, que en este punto, dicho plano secante reunirá la ventaja de ser perpendicular al plano vertical y así todos los puntos del polígono de sección vendrán situados en una sola recta, tal como $R\ S$, tracemos, pues, esta última, la cual será perpendicular á la tangente $\varphi\ f$-$\varphi'\ f'$. Esta tangente será la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el cual el cateto horizontal $\varphi\ f$ podrá ser igual á un número de partes ó huellas, por ejemplo tres, tomadas sobre la circunferencia $\varphi\ \mu$, mientras que el otro cateto vertical será igual á tres alturas de peldaño. Trazada, pues, que sea la $R\ S$ perpendicular á dicha tangente y paralela al plano vertical, tendremos con ella la traza vertical del plano normal á la hélice media en el punto φ'. Nada más fácil ahora que tomar en cuenta los puntos en que este plano corta á las hélices en $\alpha'\ \beta'\ \gamma'\ \delta'\ \varepsilon'$, refiriéndolos en seguida en la proyección horizontal y uniendo los puntos que así resulten, obtendremos el polígono $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta\ \varepsilon$ y además puntos intermedios como los φ'-φ, ψ-ψ' y otros que precisen mejor el trazado de las curvas del polígono.

Si hacemos luego mover á este plano normal, ya subiéndolo ó bajándolo, resbalando siempre por dicha hélice intermedia, hasta que el punto φ' se confunda con el φ_1 en la parte superior ó el φ_2 hacia la inferior, es evidente que la inclinación del plano con respecto al horizontal de proyección siempre será la misma (por ser una de tantas propiedades de las tangentes de una misma hélice de formar siempre el mismo ángulo con el plano de base del cilindro en donde está situada). Esta importante propiedad es sumamente ventajosa en nuestro caso, porque ella nos indica que la figura ó polígono de sección será igual en la proyección horizontal en cualquier punto en donde se considere durante el movimiento precitado. Así, pues, cuando φ haya venido en φ_2 la línea $\varphi\ \omega$ se situará en $\varphi_2\ \omega$, más ó menos prolongada, y con arreglo á

ella, irán á colocarse en la misma posición relativa los puntos α, β, γ, δ, ε, así como también los intermedios auxiliares; así es como hemos obtenido la figura de testa inferior en el polígono $\alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2\ \delta_2\ \psi_2\ \varepsilon_2\ \varphi_2'$ cuales puntos proyectados verticalmente en las hélices donde sitúan, nos dan la proyección vertical de la testa $\alpha'_2\ \beta'_2\ \gamma'_2\ \delta'_2\ \psi'_2\ \varepsilon'_2\ \varphi'_2$ y este es el límite de la piedra por la parte inferior.

364. Datos para la labra. Si recordamos bien las construcciones que llevamos á cabo al tratar de la zanca circular y al proceder á su labrado, no será difícil comprender que las operaciones allí verificadas han de ser análogas á las aquí pertinentes, llevándolas, por lo tanto, del mismo modo. Empecemos limitando el cuerpo de la piedra, encerrándolo dentro un prisma trapecial, cuyos planos son: 1.° Dos verticales $A\ G$, $C\ H$, perpendiculares á la línea media $\varphi\ \omega$. 2.° Dos perpendiculares al plano vertical, $B'\ G'$, $A'\ F'$ á la vez que normales á $R\ s$ próximos al contorno aparente de la piedra y colocados simétricamente con respecto á éste, superior é inferiormente; y 3.° Los dos planos de testa que hemos hecho anteriormente pasar por los puntos φ'_1, φ'_2. Faltará, pues, encontrar la intersección de estos últimos planos con los cuatro primeros. Para esto obsérvese que del punto φ_1-φ'_1 se puede trazar fácilmente la tangente $\varphi_1\ f_1$-$\varphi'_1\ f'_1$, pues no hay más que tomar $\varphi\ f$ y colocarla en $\varphi_1\ f_1$ así como también la altura $\varphi'\ v$ colocándola en $\varphi'_1\ v'$, trazando luego la horizontal $v'\ \varphi'_1$ en donde se referirá ya el punto extremo de la tangente f_1 en f'_1.

Hecho esto se concibe ahora que la recta $\omega\ \varphi_1$, estando contenida en el plano de testa, corta á los planos verticales $A\ G$, $C\ H$ en los puntos n_1-n'_1, m_1-m'_1 situados ambos á dos sobre la horizontal que pasa por φ'_1, que es á la vez proyección vertical de la $\omega\ \varphi_1$; estos dos puntos pertenecen ya á la intersección del plano de testa con los dos verticales considerados, así es que bastará trazar por ellos las rectas $A'\ B'$, $C'\ D'$ perpendiculares á la tangente $\varphi'_1\ f'_1$, y estas rectas serán las intersecciones buscadas (pues una recta perpendicular á un plano sus proyecciones son perpendiculares á las trazas del plano; aquí la recta es la tangente, el plano es la testa, y el plano de proyección vertical es $A\ G$, ó si se quiere el $C\ H$). Análogas operaciones para la otra testa inferiremos, finalmente, para las caras laterales del prisma trapecial auxiliar los cuadriláteros $A\ C\ D\ B$, $E\ H\ G\ F$ en la pro-

yección horizontal, cuyos vértices se han referido por medio de proyectantes de los que corresponden últimamente encontrados en la proyección vertical.

365. Precisa ahora encontrar la verdadera magnitud de estas caras de testa y junto con ellas el polígono interno que constituye la junta discontinua con que termina la piedra. Esta operación puede hacerse fácilmente, refiriendo otra vez estos planos hasta colocarlos en la disposición del $R\ s$ que hemos hecho pasar por el punto φ-φ' y así en esta disposición hacerlo girar alrededor de la horizontal $\omega\ \varphi$-φ' hasta que venga á ser paralelo al plano horizontal. Este resultado se ha obtenido en la Fig. 253 colocada aparte para que puedan precisarse mejor las operaciones, en donde la charnela está representada en $\omega\ \varphi_3$, en ella se han colocado á partir de φ_3 las abcisas ó distancias que indican en la proyección horizontal las separaciones del punto φ á los pies de las ordenadas bajadas al eje de giro desde todos los puntos vértices, y también intermedios; trácense luego ordenadas por estos puntos de división, dando á cada una de ellas una magnitud igual á la que le corresponde y se encuentra en verdadera magnitud á partir de φ sobre la línea $R\ s$. Efectivamente, así ha de ser, porque todos los radios de giro son paralelos al plano vertical, proyectándose en él, según esto, en su verdadera magnitud. Las construcciones detalladas que expresa la figura son bastantes para que no entremos sobre el particular en más prolijos pormenores; así se obtendrá el cuadrilátero $C_3\ A_3\ B_3\ D_3$, así como la figura interna $\alpha_3\ \beta_3\ \gamma_3\ \delta_3\ \varepsilon_3$. Además, será conveniente prolongar la curva $\beta_3\ \gamma_3$ por una y otra parte hasta encontrar los lados del rectángulo, así como dibujar en la plantilla la curva $x\ \varepsilon_3\ z$, cuyas curvas provienen de la intersección del plano de testa con los cilindros proyectantes verticales, concávo y convexo, que corresponden á las circunferencias de la proyección horizontal $\varepsilon_1\ \varepsilon_2$, $\beta_1\ \gamma_2$. También facilitará la operación, trazando en la misma plantilla las curvas $\gamma_3\ k$, $y\ v$, correspondientes á las intersecciones del plano de testa con los helizoides engendrados por las horizontales $\nu'\ Q'$, $\lambda'\ \pi'$ de la proyección horizontal. Y en efecto, para esta labra hacemos depender el pentágono Σ del rectángulo circunscrito $\nu'\ \lambda'\ \pi'\ Q'$, pues así al girar Σ para engendrar la dovela, girá también dicho rectángulo engendrando realmente un volumen igual á la piedra de la zanca

de que hablamos en su lugar correspondiente. Si labramos, pues, ésta por el método que ya conocemos, de ella podremos deducir la piedra de la hilada de testa pentagonal que lleva consigo en su interior. Hé aquí por que hemos de efectuar iguales operaciones que allí, para buscar los patrones auxiliares producidos por la intersección de los planos $B'\ G'$, $A'\ F'$, con los cilindros verticales que se levantan sobre las circunferencias $\beta_1\ \gamma$, $\varepsilon_1\ \varepsilon_2$, mas como estas construcciones las llevamos ya explicadas con la extensión debida al tratar del problema de la zanca, nos limitamos solamente á reproducirlas en nuestra proyección vertical, holgando con ello repeticiones siempre enojosas.

366. Labra.—Lábrese ante todo el prisma trapecial auxiliar (Fig. 254) deduciéndose de él, el labrado de una segunda piedra en forma de zanca, tal como expusimos en el párrafo 315, y de esta segunda forma pasaremos inmediatamente á la tercera y definitiva, bastando colocar tan sólo en las testas de la zanca, inscribiendo en ellas los polígonos pentagonales Ω, Ω' (Fig. 255), deducidos, como hemos visto en la (Fig. 253). Si luego empleamos reglas flexibles, doblegándolas y coincidiendo con las superficies correspondientes, hasta enlazar los puntos homólogos α con α' ε con ε', β con β'..... etc., habremos así definido las aristas helizoidales que limitan el contorno de nuestra piedra y que ahora podrán servir de directrices para las superficies que la forman. Así una cercha curvilínea cortada, según la curva generadora ó arco circular $M'\ N'$, servirá para hacerla resbalar por las curvas $\alpha\ \alpha'$, $\varepsilon\ \varepsilon'$, que llevan al efecto consigo puntos de marca, y colocando todas ellas en el sentido de las secciones meridianas nos darán la superficie de intradós. Otros puntos de marca situados en $\varepsilon\ \varepsilon'$, $\delta\ \delta'$ servirán para dirigir el movimiento de una pequeña regla que nos irá en sus posiciones dando la parte helizoidal superior. Haciendo lo propio con la junta inferior habremos llegado en definitiva á concluir la piedra.

367. Construcción del alma.—(Lám. 13, Fig. 256). Escojamos al efecto una figura aparte para la mejor comprensión de operaciones las cuales en sí son fáciles.

El alma de la escalera ya hemos dicho al principio que llevaba adherido un apéndice engendrado por el triángulo $V'\ A'\ L'$, cuyo apéndice es parte integrante de la primera hi-

lada de la bóveda, esto es, la hilada del arranque; mas como el despiezo en este cilindro de alma se verifica por medio de rajas ó tambores subdivididos por medio de planos horizontales, de aquí es que sea necesario encontrar la sección que produce cada uno de dichos planos, con el citado apéndice; esto es, con la superficie de intradós de la bóveda engendrada por la circunferencia $A' L'$ y luego con la superficie engendrada con la recta L' V'

Fijémonos, por ejemplo, con el plano horizontal x' y', su intersección con la superficie de intradós es evidente que se obtendrá, buscando todos los puntos en donde este plano corte á todas las hélices descritas por los puntos que median desde A' hasta L'. Escojamos, pues, la hélice que pasa por el punto m — m'. Demos, por supuesto, que dicho punto está más bajo que el plano secante $x' y'$ de media altura de peldaño; entonces será evidente que cuando en el movimiento dicho punto se haya elevado de esta cantidad describiendo su hélice hasta alcanzar el plano $x' y'$, el camino recorrido en proyección horizontal será una circunferencia de radio ω m, fijándose en ella en el punto n y á una distancia m n proporcional á media medida de huella, tomada esta última sobre la circunferencia de huellas, obteniendo así los demás puntos, así como el último a en donde será tangente á la base del cilindro, pues obedece al punto A', en el cual se verifica la tangencia con la superficie cilíndrica.

El radio que pasa por a cortará á la línea de huellas en un punto que obedecerá á una distancia curvilínea evaluada en partes de huellas y quizá fracciones de ellas proporcional al número de alturas y quizá fracciones de ellas que indiquen lo que se encuentra mas bajo el punto a del citado plano $x' y'$.

Estas mismas consideraciones llevadas á cabo con respecto á las distintas hélices que engendren los puntos de la recta $V' L'$ nos darán la otra curva v l que aquí según, sabemos, no será más que una espiral de Arquímedes por ser la sección de un plano horizontal con un conoide helizoide en que la directriz rectilínea es vertical.

Obtenido así este contorno total de sección, fórmese una contraplantilla tal como indica la Fig. 257.

Ahora es cuando puede labrarse fácilmente el trozo de tambor del alma (Fig. 259). Lábrese en la piedra escogida un plano en la dirección del lecho de cantera, en él se colocará la plantilla directa encontrada anteriormente, y así vendrá

expresada en u v l a, labrándose inmediatamente el cilindro vertical que tiene por base la parte de circunferencia v u a, mas de tal manera que se limite en la hélice que media desde a á a', y la v á v', operación fácil, toda vez que en la base inferior se colocará la misma plantilla, pero obedeciendo á la distinta posición en que van colocados los puntos a', v', posición que nos la indicará el otro corte horizontal que produzcamos á la altura del tambor en la figura en proyecciones. Así, pues, el labrado de esta superficie cilíndrica se llevará con mucha cautela hasta poder colocar por medio de reglas flexibles las hélices a a', v v'; mas ya colocadas éstas, échese mano en seguida de la contraplantilla haciéndola coincidir con v l a, dándola un movimiento horizontal de descenso; y de modo que sus puntos extremos vayan sin cesar coincidiendo con las hélices a a', v v', y en este caso el punto vértice l irá describiendo la hélice l l' y con él las pequeñas facetas, ya de junta, ya de intradós.

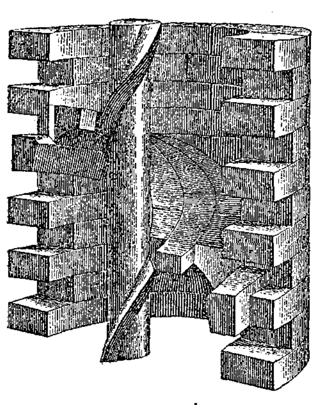


Fig. *i*

368. La Fig. 258 indica el apéndice de la otra primera hilada de arranque que va invariablemente unida al muro de caja, su construcción la indica la figura y es análoga á la que hemos visto para el alma.

369. La Fig. *i*, demuestra la escalera en perspectiva para que nos podamos hacer cargo del conjunto y manera como van expresados todos estos detalles.

ESCALERA DE SAN GIL

(Planta cuadrada)

370. La caja de la escalera es un cuadrado del que representamos solamente la mitad en A' A D D' (Fig. 260, Lá-

mina 34); el alma es otro cuadrado concéntrico cuya mitad es B' B C C'. Se supone el corte dado por el plano vertical A' D' cuya línea de tierra es L T; toda la parte rayada indica el grueso de los muros. En el cuadrado medio x' x y y' es en donde se toman las huellas en los puntos 1, 2, x, 3,... etc., dirigiendo luego rectas que pasen por ellos y concurran al centro del cuadrado, cuyas representarán las proyecciones horizontales de las aristas salientes de los peldaños.

Imaginemos ahora las diagonales A B, C D, así como los planos verticales que las proyectan, haciendo lo mismo con las otras dos que correspondan al semicuadrado opuesto. Ahora en estos planos verticales concibamos una elipse cuyo eje mayor sea igual á la mencionada diagonal y cuyo eje menor dependerá del dato de la cuestión. Mas estas cuatro elipses estarán entre sí á distintas alturas, dependientes del número de peldaños comprendidos entre dos de estos planos diagonales. Así pues, la situación de las mismas será la siguiente: partamos del principio que el corte transversal A' B' corta á la bóveda que vamos á describir, según una semicircunferencia proyectada verticalmente en B'' E'' F'' A'', habiendo escogido el plano horizontal L T, de modo que pase por los arranques de la misma A'' B'', evitando así el gran espacio que necesitaríamos si se quisiera dibujar toda la altura desde el arranque hasta los peldaños, cuyo detalle no interesa para nada á nuestro problema. En el supuesto ahora que la primera arista de peldaño sea A' B', claro está que la A B estaría á tres alturas más alta, por lo tanto si tomamos la B'' B''' igual á tres alturas de peldaño, trazando luego la horizontal A''' B''', podremos con esto dar por supuesto que la circunferencia B''' F''' A''', cuyo diámetro es A''' B''', es la proyección vertical de la elipse del plano A B á que antes nos hemos referido.

Por la misma razón la arista C D, encontrándose á seis aristas más elevada que la A B, indicará que trazando la horizontal D'' C'' separada de seis alturas de la B''' A''', la circunferencia en ella levantada D'' H''' C'' representará la proyección vertical de la elipse que suponemos en el plano D C; de modo que así siguiendo en donde cada diagonal comprendida entre los cuadrados enteros de la planta represente la proyección horizontal de una elipse más alta que la precedente de seis alturas, se tendrán así establecidas las directrices de nuestra superficie de intradós, cuya se engendra-

rá por el movimiento de una recta resbalando por dos de estas aristas consecutivas, conservándose al mismo tiempo paralela al plano vertical que se levanta sobre el dado correspondiente del cuadrado de donde parten á la vez los arranques de las dos elipses.

Vemos, pues, que la superficie de intradós se compondrá de una serie de cilindroides, teniendo los unos por plano director el vertical de proyección y los otros á un plano de perfil. Mas nuestra figura ya hemos dicho que estaba completamente limitada en la sección transversal A' D', y por lo tanto en la parte superior quedará terminada por la circunferencia D''' G^{IV} C''' á una altura D'' D''' igual á B'' B''', cuya proyección horizontal de dicha semicircunferencia es C' D'. En tal estado construyamos á estas curvas directrices sus normales para la división en dovelas y efectuar el despiezo, limitando éste hacia la parte superior por las horizontales, como por ejemplo la J R. Todas estas líneas ahora van á servir de directrices para las superficies de junta. En efecto la M F'' y la M' F''' serán directrices del movimiento de una recta, y apoyándose en ellas se conservará paralela al plano vertical A A' de la caja, obteniendo así como á junta una superficie parabólica; del propio modo la recta M' F''' y la M'' F^{IV}, serán las directrices de otra junta parabólica cuyo plano director será el otro plano vertical A D de la caja; la M'' F^{IV} y la M''' F^{V} darán otra junta parabólica del cilindroide proyectado en el trapecio D C C' D'. Igual consideración haríamos con las demás juntas, así como con la superficie de extradós cuyas respectivas directrices serán las horizontales N R, N' R', N'' R'', N''' R''' combinándolas dos á dos consecutivas.

Y con esto se comprende que para determinar las proyecciones de todo el aparejo bastará unir dos á dos cada par de puntos correspondientes, E'' con E''', N con N', M con M'... etc., para el primer cilindroide cuyas proyecciones horizontales de todas estas líneas serán paralelas á la dirección B B', y comprendidas entre el trapecio A B B' A'.

Para el segundo cilindroide uniremos E''' con E^{IV}, N' con N'', M' con M''.... etc. cuyas se proyectarán horizontalmente paralelas al lado D A dentro el trapecio A B C D.

Para el tercer cilindroide uniremos E^{IV} con E^{V}, N'' con N''', M'' con M'''.... etc., cuyas generatrices estarán encerradas en el trapecio D C C' D' y paralelas al lado D D'.

371. Conviene hacer la observación para el mejor trazado de dichas líneas, que algunas de ellas se cortan precisamente en proyección vertical en puntos situados sobre el eje de la escalera, y son todas aquellas que dos á dos parten de un mismo nivel. Así las que parten de D'' y C'' para unirse con B''' y A''' se cortarán en el punto S; las que parten de los puntos R'' M'' N'' para unirse con los R' M' N' se cortarán en el punto P, y así sucesivamente siendo esta observación de mucha importancia, pues con su auxilio facilitará la otra proyección vertical de que es objeto la Fig. 261. En efecto, suponiendo que la elipse que se proyecta en D C tiene su proyección en este plano vertical en la semicircunferencia D^4 H^4 G^4 C^4, en ella reproduciremos las líneas de despiezo de las demás figuras análogas, terminándose en la horizontal R^4 N^4, de modo que ahora concluiríamos la proyección de la bóveda sobre este plano, uniendo todos los puntos así obtenidos de esta proyección con los análogos de la elipse que está situada en el otro plano diagonal que sigue el sentido ascendente después de D C; mas como aquel plano diagonal pertenece precisamente á la parte del semicuadrado que se ha omitido en esta figura, subsanaremos este inconveniente recurriendo á la proyección vertical del eje de la escalera en virtud de la propiedad que antes hemos hecho notar. Así, fijando en dicho eje los puntos P_1 K_1, S_1.... etc. elevados con respecto á la horizontal de arranque C^4 D^4, iguales á la diferencia de nivel que media entre los puntos P, K, S á la línea de nivel de arranque B''' A''', podremos ya unir el P_1 con todos los puntos de la línea K^4 N^4, el K_1 con los dos puntos de nivel correspondientes al plano horizontal que pasa por H^4, el S_1 con los puntos de arranque C^4, D^4, y así sucesivamente, obteniendo de este modo toda la proyección vertical auxiliar.

372. Por lo que respecta á las juntas discontinuas, éstas serán planas, tales, como por ejemplo, las a b, c d perpendiculares al plano vertical y á la vez á la generatriz media en la parte del cilindroide que concierne á cada dovela; así el plano a b será normal á la generatriz del cilindroide que parte del punto x. En cuanto á las dovelas, pueden ser simples ó compuestas, las primeras serán aquellas como c d e f que forman un solo ramal, mientras que las segundas, por hallarse en los ángulos, formarán parte de los dos cilindroides, constituyendo como si dijéramos una piedra compuesta de dos ramales, uno

de éstos se proyectará en su plano vertical y en su intradós H''' G''' d c, resultando el otro ramal proyectado en la Fig. 261 del segundo plano vertical auxiliar y alcanzará hasta el plano de junta discontinua de testa dispuesto en h s, trazado con las mismas condiciones que los anteriores. Mas antes de proceder á la labra de esta segunda piedra conviene proyectarla por entero en sus dos ramales, y en un mismo plano de proyección vertical.

373. Haciéndonos cargo de los puntos s, m, l, u, h de intersección de la hilada con el plano de junta, no habrá más que cambiar de plano vertical y pasar del L' T' al L T, tomando como á plano de comparación el horizontal que pasa por el arranque C^4 D^4, el cual está representado en D'' G'', cuando sea la línea de tierra L T, y así, hecha esta operación, obtendremos la testa proyectada en u_1 h_1 q_1 s_1 m_1, y con ella todo el contorno aparente de la proyección vertical de la dovela en h_1 u_1 m_1 r g c Q h_1. Proyectando ahora horizontalmente punto por punto en sus generatrices correspondientes toda la sección producida por los planos de junta c g, h s, tal como puede observarse en la Fig. 262, siguiendo la dirección de las líneas proyectantes, llegaremos á obtener la proyección horizontal de toda la piedra.

374. Pasemos ahora á la labra, escogiendo una pieza de ángulo, mas con el fin de poder desarrollar las operaciones con más holgura y claridad hemos dibujado aparte las proyecciones de esta piedra escogida en la Fig. 262 en donde la representamos aislada y en mayor tamaño y haciendo uso también de dos planos de proyección vertical, cuales no serán más, junto con todas sus líneas de referencia, que la reproducción de todo lo que hemos llevado á cabo con respecto á esta piedra en la figura anterior en donde sólo se ha tratado de la resolución general. Emplearemos el método de escuadría como más conforme en este caso por el gran número é índole de superficies de que se compone la piedra.

Empecemos inscribiéndola á un prisma auxiliar cuyas bases sean el rectángulo A' B D C, circunscrito á la proyección vertical, partiendo de la condición de que uno de los lados, el B D se confunda con el plano de junta discontinua. En cuanto á la altura de este prisma tómese en cuenta la otra junta discontinua E K de la Fig. 263, bajando luego una línea

proyectante por el punto más saliente E, tal como $E\,B''$; ahora las aristas perpendiculares al plano vertical y que se proyectan en los puntos A, B, D, C, vendrán á proyectarse horizontalmente, según $A'\,A''$, $B'\,B''$, $D'\,D''$, $C'\,C''$, y cada una de ellas representará la altura que alcanza el paralepípedo, así como combinadas dos á dos definirán las caras laterales del mismo expresadas en proyección horizontal. El conjunto de todo este paralepípedo referido en el propio plano horizontal será según esto $C'\,B'\,B''\,C''$. Este primer paralepípedo lo tenemos así labrado en la Fig. 266 en $A\,B\,B'\,A'\,C'\,D'\,D\,C$. Sobre la arista superior $A\,B$ tómese una distancia $A\,\varphi$ igual á la de la misma denominación del plano de proyección vertical; y en la línea inferior $C\,D$ y á partir del punto C la distancia $C\,\theta$ igual también á la del mismo nombre que obra en el mismo plano vertical. Unase φ con θ y ésta será la recta de intersección de la cara anterior del prisma con el plano vertical que se levanta sobre la generatriz de intradós $d\,\varphi''$. Trácense $\varphi\,\varphi_1$, $\theta\,\theta_1$, ambas iguales á la $d\,\varphi''$ de la proyección horizontal, así como las $\varphi_1\,M$; $\theta_1\,N$, paralelas á la dirección $A\,B$, así tendremos producido en $\varphi_1\,\theta_1$ el rincón en donde se cortan los planos verticales $\varphi\,\theta\,\theta_1\,\varphi_1$, $\varphi_1\,M\,N\,\theta_1$ proyectantes de las generatrices más salientes de los dos ramales.

Estos dos planos en la proyección vertical están representados por $\varphi\,\theta$ plano de perfil, y $\varphi\,\theta\,D\,B$ plano de frente. Con esas operaciones se ha definido ya el plano $M\,N\,B'\,D'$ que es el que contiene la junta discontinua $B\,D$.

375. Mas antes de pasar adelante precisa encontrar la intersección de la otra junta discontinua $E\,K$ con el paralepípedo auxiliar. Desde luego el punto E de la proyección vertical, Fig. 263, representa la intersección de dicha junta con la cara anterior $C''\,B''$ del paralepípedo, cuya intersección, en el otro plano vertical, viene dada por la horizontal $Q\,Q'$; por lo tanto, á partir de A y de φ tómense sobre $A\,C$ y $\varphi\,\theta$ las distancias $A\,Q$, $\varphi\,Q'$ iguales á las líneas de la misma denominación del plano de proyección vertical y entonces la $Q\,Q'$ será la intersección de la junta de que se trata con el plano de frente.

Teniendo en cuenta que todas las aristas del prisma auxiliar se proyectan paralelas á la línea de la tierra $L'\,T'$ en la Fig. 262, se comprenderá mediante esta especial condición tomando las distancias $A^5\,a'$, $\varphi_3\,\varphi_2$ y colocándolas en el pris-

ma labrado (Fig. 266), en $A\,a'$, $\varphi\,\varphi_2$ nos dará así la línea $a'\,\varphi_2$, que será la intersección del plano de junta con el plano $A\,A'\,B'$, así como también la $Q\,a'$ intersección del mismo plano de junta con el lateral $A'\,A\,C$ del prisma auxiliar; y con esto resultará el cuadrilátero $Q\,Q'\,\varphi_2\,a'$, como corte ó sección producida por el plano de junta discontinua con la masa del prisma auxiliar, después de haber hecho constar en el mismo el ángulo entrante $\varphi_1\,\theta_1$. Este polígono de corte que circunscribe á la plantilla de la citada junta se ha encontrado geométricamente en la Fig. 262, de la proyección horizontal en $\omega\,a\,d'\,d$, recurriendo para mayor exactitud á puntos auxiliares como c'', b'; á las intersecciones de la traza vertical $E\,a'$, con las distintas aristas A''', B''', C''' ..... etc., del paralepípedo auxiliar. Girando luego este plano $E\,a'$, hasta colocarlo paralelo al plano horizontal se habrá venido á obtener la plantilla Ω, junto con el cuadrilátero inscrito $\omega\,a''\,f\,d$, de que antes hemos hecho mención. Colóquese ahora esta plantilla en la Fig. 266', tal como muestra la señalada en Ω que ya está colocada, habiendo de ajustar exactamente el cuadrilátero inscrito con el corte ó plano que antes habíamos limitado en $Q\,Q'\,\varphi_2\,a'$.

Encuéntrese ahora la plantilla que existe en el plano de junta $B\,D$, (Fig. 263), haciéndola girar hasta que esté en disposición paralela al plano horizontal y así vendremos á obtener la plantilla Φ dentro el rectángulo 1-2-3-4, rectángulo y plantilla colóquense en el plano labrado (Fig. 266), en $M\,N\,B'\,D'$, resultando así la plantilla colocada en la Fig. 266'. Si imaginamos en la proyección horizontal el plano diagonal $O\,\varphi''$, el cual contiene el contorno pentagonal $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta\,\varepsilon$ que ha servido de directriz á las superficies de intradós y de junta, podremos fácilmente deducir la verdadera magnitud de la misma junta con el polígono inscrito que proviene de la intersección de dicho plano diagonal con el prisma auxiliar que nos valemos. Girando, pues, dicho plano $O\,\varphi''$ alderredor de la vertical del punto O, hasta rebatirlo en el mismo plano de proyección vertical, se encontrará la plantilla Σ, así como el polígono $\rho'\,\psi'\,\varphi'\,\varepsilon'\,\theta'\,\rho''$ cuyas operaciones de que nos hemos valido están bastante especificadas en la figura, al objeto de no detenernos más sobre las mismas. Para que esta plantilla pueda tener debido empleo, es preciso servirnos de ella por medio de una contraplantilla, cortándola en dos partes y dejando hueco el interior del polígono $\delta'\,\varepsilon'\,\alpha'\,\beta'\,\gamma'$ tal como muestran las fracciones de los medio patrones negativos Σ', Σ'' (Fig. 265).

El medio de servirse de estos patrones es el siguiente. En la Fig. 266 tómese sobre A' A á partir del punto A' la distancia A' τ igual á la distancia de la misma denominación de la proyección horizontal, únase luego φ_1 con τ, la recta que así resulte será la traza del plano diagonal con la cara superior del prisma auxiliar.

En la Fig. 266′ las rectas φ' ψ', φ' θ_1, determinan el plano diagonal, lábrese, pues, éste con mucho cuidado hasta que pueda colocarse en la parte superior la contraplantilla Σ', así tendremos deslindados los puntos ε', δ', γ', así como las líneas que por ellos pasan. Lábrese también este plano hacia su parte inferior, procediendo con gran cautela y la parte estrictamente necesaria para colocar la otra plantilla Σ''. Entonces, teniendo ya dispuestos todos los puntos y líneas que conciernen á la figura directriz Σ del plano diagonal; puntos de marca convenientemente señalados en ella, así como en las plantillas Ω, Φ, serán suficientes para dirigir el movimiento de una regla que nos vaya dando generatrices de las superficies de intradós, juntas y asientos que respectivamente vaya engendrando en el curso de su movimiento, y den la piedra definitiva (Fig. 266″).

376. Cuando se trata de dovelas sencillas como, por ejemplo, la que está limitada en la Fig. 263 por los planos χ σ, μ ζ, su labra será mucho más sencilla. Para esto proyéctense los puntos más salientes χ σ, de la primera junta transversal, sobre la segunda en ζ, μ. Hallándose luego en verdadera magnitud estas testas junto con el rectángulo circunscrito á ellas, y de este modo se deducirán conforme explican las operaciones las plantillas Φ con su rectángulo 1-2 3-4 y la Θ con su rectángulo 5 6-7-8 igual al anterior. Lábrese luego (Fig. 267) un prisma recto cuyas bases sean uno de los rectángulos últimamente expresados y por altura la que indica la proyección vertical en la separación de los planos de junta

Colóquense luego en las bases de este prisma auxiliar las plantillas Φ Θ las cuales llevarán consigo un buen número de puntos de marca, de modo que se correspondan dos á dos, y ellos serán indicadores para la fijación de la regla móvil que guiará el desbaste á la vez que vaya engendrando todas las superficies que envuelvan la piedra.

377. El alma de la escalera puede componerse de varias piezas, ya en el sentido vertical, fraccionándola por medio de planos horizontales ó también de planos verticales, ya también dividiendo cada hilada así formada en otras piezas en el sentido del grueso de dicho sólido; entonces una de tantas piezas de esa alma vendrá expresada según la disposición de la Fig. 268, por la que veremos que es necesario determinar la figura de base superior *a b c d e* δ', producida por la sección de un plano horizontal á la altura que se desee; *c d* es la curva de intersección con la junta alabeada y la curva *d e* es es la línea de intersección con el cilindroide de intradós. El plano vertical Ξ es una simple sección dada la bóveda en dirección paralela á los lados de la caja, llevando consigo esta sección la recta *m n* y la curva *n p* correspondiente á la sección con la junta y el intradós, iguales ambas á las proporcionadas por el dato. Ambas plantillas Ξ, Ψ, colocadas la primera en el plano lateral, y la segunda en el plano superior del prisma, capaz α β γ ϱ — α' β' γ' δ' que regula el contorno aparente del trozo de alma en el plano horizontal.

Con las rectas *a b*, *a m*, lábrese un plano vertical hasta que en él pueda colocarse la plantilla *a m q b*. Situada sobre el plano horizontal superior la diagonal *b* β', esta y la vertical *b q* permitirá el labrado del plano vertical, hasta poder situar en él la recta *q r*. Con ésta y la *m n* puédese ya labrar la junta alabeada *m n r q*.

Hacia la parte de la base inferior sitúese del mismo modo la diagonal *b'* β, así como las líneas *a' b'*, *b' c'*, sobre las cuales se podrán levantar los planos verticales hasta que alcancen en su intersección la vertical *b' s* para así poder trazar la línea inclinada *p s* en donde concluye el plano vertical *a' p s b'* y empieza el cilindroide *p n r s*; mas para el trazado debido de éste, es necesario ante todo, colocar la plantilla directriz diagonal *s t r*. Esta plantilla se encontrará fácilmente con sólo efectuar un simple rebatimiento de cualquiera de las elipses diagonales cuyas direcciones obran en proyección horizontal. Al efecto de colocar esta plantilla se procederá al labrado del plano vertical que pasa por *b'* β y *r* β_1 labrado que sea, se ha de llevar con gran cuidado por no traspasar los límites de su empleo, á cuyo fin al llegar al punto *s* se irá ensayando repetidas veces la colocación de la curva *s t r*, en forma de patrón hasta que después de algunos tanteos se haya logrado colocar en su justo límite. Se com-

prende ahora que para la otra junta y cilindroide del lado que corresponde la dirección $\beta\ \gamma$ se tendrán ya establecidas las directrices de estas superficies y serán para el paraboloide de junta las líneas *q r*, *c d*, para el cilindroide de intradós la *s t r*, y la *e d*.

ESCALERA VOLADIZA

sostenida por bóvedas cilíndricas en bajada, bóvedas en rincón de claustro y trompas

378. (Lám. 35, Fig. 269).—El rectángulo *A B C D* representa la mitad de la planta de la caja de una escalera cuyos muros se expresan por toda la parte rayada indicando así su grueso; el rectángulo $E'' E' F' F''$ concéntrico con el primero dibuja con sus lados las líneas exteriores de los tramos, cuales tienen un ancho constante $A E''$, dedución hecha de la pequeña distancia $P E''$ dada al ancho de la zanca limitada en $P P'$, $Q Q'$.

379. La proyección vertical (Fig. 270), la supondremos resultado de un corte transversal de la escalera dado por el plano vertical que pasa por *A D*; cada uno de los tramos seguirá la dirección de uno de los lados del cuadrado de la planta, tal como, por ejemplo, el que se proyecta horizontalmente en $S E' F' F$ é intermedios entre los tramos se dispondrá una meseta cuadrada tal como la $R E' S B$, en la cual apoyarán los tramos contiguos.

Estos estarán sostenidos por cilindros en bajada, mientras que las mesetas lo podrán estar echando mano de la bóveda en rincón de claustro ó por una trompa, cuyos dos ejemplos los hemos aplicado el uno en la meseta inferior y la otra en la superior.

380. Estudiemos aparte cada uno de estos dos ejemplares, empezando por la combinación de la bajada con el rincón de claustro. Partiremos del supuesto del dato (Fig. 270) que los planos horizontales *a b*, *e f*, representan las partes superiores de dos mesetas entre las cuales hay comprendido un tramo. Dibújense ante todo en el plano vertical los gruesos de los muros correspondiendo á los de la planta, prolongando también las líneas $E'' E'$, $F'' F'$ hacia el plano vertical, para así obtener las verticales *G d*, *H c* que pasan por la parte exterior de la zanca. Al mismo tiempo estas verticales deslindarán la bóveda del tramo de que se trate, de la que corresponde á la meseta.

Prolónguense ahora las *a b*, *e f* hasta cortar á dichas verticales en los puntos *d*, *c*; uniendo *d* con *c*, la línea que así resulte será la inclinación del tramo y al mismo tiempo dicha recta podrá representar idealmente un plano perpendicular al vertical, que contendrá las aristas salientes de los peldaños; paralela á la *d c*, condúzcanse otras dos, tales como *i j*, *g h*, y de modo que la primera permita disponer cómodamente huella y cabalgadura del peldaño, y que la segunda sea tal que la extensión de las juntas, como por ejemplo la *i k*, tenga cuando menos una extensión de cinco centímetros.

381. Con estos datos pueden dibujarse ya inmediatamente todos los peldaños que forman el tramo, dando, empero, al peldaño meseta la altura $a a'$, y, por lo tanto, toda esta pieza vendrá representada en $a a' g k i$.

Se trazará también otra paralela á la *d c*, tal como $E F'''$, cuya distancia de *g h* dependerá del grueso que se quiera dar á la bóveda en bajada.

Indíquese luego la curva que se crea más conveniente en $E L K J B'$, la cual representará el corte del plano vertical $R E'$ con la bóveda en bajada, curva que al mismo tiempo sirve de intersección de los intradós de la bajada con el rincón de claustro.

La arista de éste será la diagonal $B E'$ proyectada verticalmente, confundiéndose con la curva arista mentada. Con esto se concibe que en el plano de perfil $E' S$, $G E$ existe una curva idéntica á aquélla, límite hacia esta otra parte de la bóveda rincón de claustro.

En la parte superior señálese el rectángulo $b' b'' d'' d'$ que represente la altura ó grueso de la zanca; aquí en este caso

irá invariablemente unida formando cuerpo con las dovelas de la hilada superior.

382. Efectuadas ya estas previas operaciones divídase la curva $B'\ E$, base del cilindro, en un número de partes iguales, refiriendo al mismo tiempo los puntos de división en J', K', L', señalando las horizontales $J\,J'$, $K\,K'$, $L\,L'$, á partir de los cuales trázanse las $J'\,J''$, $K'\,K''$, $L'\,L''$, paralelas á la dirección general, haciendo lo mismo para los puntos G, d''.

Por los puntos J, K, L trácense normales á la curva, tales como $L\,M$, $K\,V$, $J\,X$, y estas representarán las líneas de junta continua, y en cuanto á los cortes de junta discontinua se dispondrán tal como puede observarse en la figura de su referencia é insiguiendo los principios establecidos al tratar de las bóvedas en bajada y las de en rincón de claustro.

Todas las líneas así trazadas, tanto vistas como ocultas, así continuas como discontinuas se referirán ahora á la proyección horizontal, conforme muestran las operaciones, haciendo con ello todo lo que al tratar de los cilindros en bajada y rincón de claustro se expuso en su lugar correspondiente, haciendo constar tan sólo que la línea entrante del rincón de claustro se proyecta horizontalmente en la diagonal $B\,E'$, mientras que en proyección vertical se confunde con la misma curva $B'\,K\,E$, sección recta del cilindro horizontal $B\,R\,E'$, al mismo tiempo que es base del cilindro inclinado de la bajada proyectado en $R\,A\,E''\,E'$.

383. Mas antes de pasar adelante, precisa echar mano de un nuevo plano de proyeción vertical cuya línea de tierra es $L'\,T$, Fig. 271, para que en él puedan proyectarse los lados longitudinales de la escalera. Pero concibiendo fácilmente que esta proyección ha de ser en todo igual á la primera, téngase cuidado tan sólo de expresar la dirección de la misma y en el sentido de la bajada y así quedará todo reducido á reproducir con cuidado dicha proyección, de modo que sus líneas tengan la correspondencia debida con las que están ya dispuestas en el plano horizontal. Por otra parte, como no se trata, ni es necesario, hacer entera esta reproducción, por bastar solamente los elementos necesarios para las piedras de ángulo, daremos por supuesto que se considera tan sólo el trecho de la figura comprendida desde la vertical $X_1\,Z_1$ y el punto C', y con esto bastará tomar la distancia $C'\,Z_1$ colocarla en la Fig. 271 desde B'' á Z_2, levantar en Z_2 la vertical $Z_2\,X_2$ y en ella fijar todos los puntos de altura en donde las generatrices de la bajada la cortan; puntos que tenemos en $X_1\,Z_1$, trazando en seguida por estas divisiones rectas paralelas á la dirección de la bajada, hasta cortar á la vertical $R'\,R_1$ que representa un plano de perfil conteniendo la curva vista en el plano de proyección según $B'\,K\,E$; en fin, llévase á cabo ahora el despiezo, empleando la misma disposición y altura, como se ha hecho en la Fig. 270.

384. Falta tan sólo para completar los datos de esa bóveda, deducir la sección recta $O\,\pi$ del cilindro en bajada; habiéndose encontrado ésta girando su plano alrrededor del eje O, perpendicular al plano vertical, hasta tenerlo en disposición paralela al plano horizontal, operación facilísima, cuyas construcciones lo demuestran lo bastante, para que no nos detengamos en este pueril detalle.

385. Supongamos ahora que se trata del labrado de una pieza de ángulo, la superior que limita por una parte en la junta discontinua $\alpha\,\beta$, Fig. 270 y por otra Fig. 271 en la $\gamma\,\delta$, siendo su proyección horizontal el contorno, 1-2 3 4 5-E'.

Construyamos un prisma cuya base sea esta proyección horizontal, y por altura la que separa de nivel el punto más alto y más bajo de la piedra que se considera; estos puntos son el α y el δ. El prisma está representado en la Fig. 274; en él, sobre las aristas 5 E', 4-3 y á partir de los puntos 5 y 4 tómense las distancias 5 α', 4 α'' iguales á $\theta\,\alpha$ de la Fig. 270; únase α' con α''. Sobre las verticales de los puntos 5 y 4 tómense las alturas 5 β', 4 β'', iguales á la altura $\beta\,\theta$, únanse ambos puntos al mismo tiempo que β' con α', β'' con α'', así se tendrá el cuadrilátero $\alpha'\,\alpha''\,\beta''\,\beta'$ que será el plano de junta discontinua que hemos llamado $\alpha\,\beta$ y en él colocaremos la plantilla Σ.

Con operaciones análogas, fáciles ahora de inferir, se señalará el plano $\delta'\,\delta''\,\gamma''\,\gamma'$, será el que corresponde á la junta $\gamma\,\delta$, y, labrado que sea, se colocará también en él la misma plantilla Σ.

Sobre la vertical que pasa por el ángulo E' tómese la altura $E'\,\varepsilon$ igual á la diferencia de nivel que exista en la Fig. 270 entre el punto d'' y la horizontal que pasa por el punto θ, entonces podremos unir α' con ε, y γ' con ε, trazando paralelas respectivas á ellas, la $\varphi\,\varphi''$, $\varphi'\,\varphi''$. Por el punto β'' trá-

cese en el plano lateral 4-4'-3' la línea β ζ paralela á la dirección general é igual á la paralela β' ψ situada en el plano vertical 5'-5-*E'*, uniendo en seguida ζ con ψ. Así podemos labrar el plano que pasa por ζ β'' β' ψ, y en él trazar la recta ν ν', ésta será con evidencia la intersección de este plano con el cilindro en bajada. Hagamos ahora en este plano un descalce que pase exactamente por las rectas ν' ψ, ψ φ'', labrando el plano vertical que éstas determinan, y haciendo algunos tanteos hasta que en dicho plano, ya labrado, podamos colocar ya la curva por medio de una cercha ν' φ'' exactamente igual á la *L E* (Fig 270). Esto se conseguirá fácilmente tomando un patrón cortado según el triángulo mixtilíneo *E L L'*, (Fig. 270), hasta que coincida con φ ν' φ''. Hecho esto, puntos de marca convenientemente colocados en las curvas ν' φ'', ν φ, serán suficientes para guiar el desbaste y producir generatrices de la superficie cilíndrica en bajada ν φ φ'' ν'. Se concibe ahora como con análogas operaciones obtendríamos el otro cilindro en bajada limitado en φ'' φ' δ ρ.

Mas al trazar los planos auxiliares β β'' ζ', δ' δ'' χ, estos han quedado limitados por las dos horizontales ζ ψ, ψ χ que determinan un plano horizontal, en el que se pueden trazar las dos rectas ν' ω, ρ ω, que representan las generatrices de los cilindros del rincón de claustro. Ahora la diagonal ω ψ representará la proyección sobre este plano horizontal de la arista entrante de la intersección de los dos cilindros, y con esto desvástese toda la parte comprendida entre ω ν' φ'' ρ, de modo, á poder labrar un plano vertical cuya traza es ω ψ hasta que en él se pueda colocar la cercha ω φ'' ψ deducida de las figuras de la proyección horizontal y vertical al encontrar la verdadera magnitud de la curva *B' L E*, considerándola situada en el plano *B E'*, así es que podremos señalar la curva ω φ'' y ella junto con la otra curva ρ φ'' podrán servir de directrices para dirigir el movimiento de las generatrices del cilindro ω φ'' ρ, así como también la ω φ'' junto con la ν' φ'' nos darán el cilindro ω φ'' ν'.

El resto de la labra se comprende fácilmente ahora, pues las mismas líneas señaladas van indicando paulatinamente por sí solas lo que hay que hacer; así φ α' ε φ'' es el plano vertical exterior de la zanca que aquí va unida á nuestra dovela, cortando este plano al otro correspondiente al tramo siguiente, según la vertical φ'' ε. Las rectas ν ν', *m n*, determinan por sí solas un plano de junta, cual puédase labrar inmediatamente colocando en él la plantilla que fácilmente puede deducirse. El lado de esta *n* ν', unido con la generatriz ν' ω, determinará el plano de junta del cilindro de la bóveda en rincón de claustro, cual plano definiremos colocando la plantilla que le corresponda. Un lado de ésta y la generatriz ω ρ determinarán el otro plano de junta del segundo cilindro de la bóveda en rincón de claustro, y, finalmente, en pos de ésta viene la junta del otro tramo, la cual está determinada por las rectas ρ δ, δ *m'*.

Luego puede pasarse á limitar sucesivamente los planos que contienen las líneas *m n*, *m' n'*, contorneando la figura por la parte que corresponde á los cuatro cilindros.

La Fig. 275 indica la misma piedra vista directamente por la parte superior, siendo ésta complemento de la figura anterior y así poderse hacer cargo de todos los detalles que en el labrado se han presentado ocultos dada la disposición especial escogida para la (Fig. 274). Con el auxilio de dichas dos vistas perspectivas nos podremos hacer cargo perfectamente del resto de las operaciones correspondientes á la labra, siendo en sí sumamente sencillas.

386. La Fig. 276 representa el labrado de otra piedra formada de dos ramales, uno de la bajada, otro del rincón de claustro. Se ha obtenido tomando como á base auxiliar del prisma, el contorno de la piedra sobre el plano de proyección vertical, y por altura el grueso de la dovela tomado sobre el plano horizontal. En seguida en las testas se han colocado plantillas la una △ correspondiente al cañón en bajada, la otra Ω relativa á la bóveda en rincón de claustro; haciendo luego todos los cortes de intradós y juntas partiendo de estos patrones y conduciendo el corte perpendicularmente á los planos de base, cada una de las superficies del ramal inclinado ha venido á encontrar á su correspondiente del ramal horizontal, terminando así la piedra en los encuentros respectivos de dichas superficies.

387. Mas como hemos indicado al principio de este artículo, puédese recurrir también á una trompa cónica en lugar de la bóveda en rincón de claustro para así sostener la meseta intermedia entre los dos tramos, siendo este caso el que viene indicado en la meseta más alta de las dos que se dibujan en la Fig. 270.

Breves serán las explicaciones que demos sobre el particular, atención hecha al desarrollo que dimos á la teoría de las trompas cuando de ellas nos ocupamos en la primera parte de esta obra, pues lo dicho allí en la resolución general de las trompas cónicas se aviene perfectamente en nuestro caso, siendo iguales las construcciones á que la misma se presta.

La proyección horizontal de la meseta está ahora expresada en el cuadrado *F F' U C*; queriendo que la trompa cónica sea de revolución, trazaremos la diagonal *F U* imaginando por ella un plano vertical, en el que se dibujará una semicircunferencia de diámetro igual á la diagonal *F U*. Adoptando luego esta curva como á base de un cono recto, cuyo vértice sea el punto *C*, esta superficie será la que adoptemos por intradós de la trompa, cuyas líneas de arranque serán precisamente las *F C*, *U C*. Todo queda reducido ahora á limitar este cono con las curvas producidas por la intersección con los planos verticales que se levantan sobre las rectas ó lados del cuadrado *F F'*, *F' U*, y ya desde luego se concibe cuál será la índole de estas curvas, pues por ser estos planos secantes paralelos cada uno á una generatriz cual es aquí la de arranque, las secciones serán líneas parabólicas, viniendo aquí representadas una, paralela al plano vertical en $F''' L''' K''' C'$, y la otra en la recta $F''' H$, en razón de encontrarse en un plano de perfil.

388. La averiguación de estas curvas será fácil, trasladando al efecto paralelamente á sí mismo (para que salgan más claras las operaciones) el plano de base *F U* en $F'' U'$, rebatiéndolo en seguida y trazando la semicircunferencia base en $F'' l_1 U'$, en este estado la dividiremos en un número impar de partes iguales $F'' v_1$, $v_1 k_1$, $k_1 l_1$,..... etc., trazando luego los radios que pasan por éstos puntos, cuyas rectas representarán aquí los planos de junta referidos á la base del cono, planos que en este caso son perpendiculares al de dicha base por pasar todos por el eje *F' C* del cono de que tratamos.

Trácese también el trompillón $t' n u'$, refiriéndose todas estas operaciones en el plano horizontal. En este, el trompillón vendrá representado por la recta *t u*, paralela á la base *F U*.

Los puntos que dividen á la base irán á referirse en *k*, *l*, *l'*..... etc., los cuales, unidos con el vértice *C*, proporcionarán las generatrices terminadas en I_1, K_1, L_1, F' L_2, K_2, I_2.

Ahora es cuando estas líneas pueden referirse á la proyección vertical. Así, por ejemplo, el punto L_2, como que está situado en el plano $C'' \alpha''$ de la figura auxiliar, núm. 273, vendrá en él, proyectado en L_3, y, por lo tanto, tomando la altura á que se encuentra el punto L_3 de la línea de tierra $F'' U'$, no habrá más que colocarla sobre la proyección vertical de L_2, á partir de la línea de tierra primitiva, cual es la *H C'*. Obtenido así el punto L''' se trasladará de nivel en L'', y uniendo cada uno de estos nuevos puntos con el vértice *C'*, se obtendrán las generatrices de intradós $L''' C'$, $L'' C'$, aunque limitadas en *x*, *z* al cortar al trompillón, el cual se proyecta según la elipse que expresa la figura de su referencia. Así se obtendrán todas las demás generatrices.

Mas ya en posesión de los puntos *H*, I'', K'', L'', F''' puédense trazar á partir de ellos las generatrices $F''' E$, $L'' L'$, $K'' K'$... etc., que corresponden á la bajada de que antes hemos hecho mérito.

389. Los planos de junta de la trompa, cortarán al plano de frente *F U* según rectas concurrentes en *H*, tal como por ejemplo la $L''' \alpha$, siendo α el punto escogido para pasar el plano de asiento horizontal con relación al despiezo que se tenga concebido, procediendo de una manera análoga para las demás juntas.

390. Como de costumbre, se terminará el trompillón por una pequeña faceta cónica de junta, de vértice *F'*, aunque terminada precisamente en los planos verticales *F C*, *U C*, toda vez que para consolidar más esta pieza, hecho mérito de la situación especial en que se encuentra, haremos que forme parte, como constituyendo una sola masa, de los mismos muros de la caja de escalera. Definido así este último detalle, puédese ya pasar desde luego al análisis de cada una de las juntas Así, la que corresponde á la generatriz $L''' \alpha$ cortará al cono de intradós según esta misma generatriz; al plano *F' U* según la recta $L_2 \alpha'$; luego al plano de asiento superior según la recta $\alpha' \gamma'$ paralela al eje del cono, al plano vertical *U C* según la recta $\gamma' \beta$, y finalmente á la faceta cónica del trompillón según la generatriz β *u*.

391. Toda esta plantilla, girándola alrededor del eje $C F'$ se ha obtenido rebatida en el contorno expresado por $\triangle$. Así iríamos determinando todas las demás.

Mas si se tiene en cuenta lo voluminosas que resultan las dovelas de la trompa dado el supuesto que se construyan de una sola pieza desde el trompillón á las líneas de embocadura, puédese observar que sería muy conveniente fraccionar cada una de estas piezas. Así es, que si tomamos como á ejemplo la correspondiente á la clave, ésta se podrá dividir en dos, recurriendo á una línea de junta $l\ l'$ paralela á la base del trompillón, en cuyo caso esta línea de junta sería en el espacio el pequeño arco $a\ b$, que serviría de directriz á la superficie de junta formada por un cono, cuyo vértice sería $H.\ F'$, representado en proyección vertical por las normales $a\ a'$, $b\ b'$, hasta venir á cortar al plano de asiento $a'\ b'$, que lo haría según una hipérbola proyectada en verdadera magnitud, en el plano horizontal; entonces, la plantilla que antes hemos encontrado en $\triangle$, vendría dividida en dos partes por medio de la línea quebrada $U\ \mu\ v$.

392. Es indispensable también en este caso, valernos de otro plano vertical auxiliar, de que es objeto la Fig. 272, y esta nueva proyección se obtendrá análogamente de la que fué objeto la Fig. 271, sin que para ello sean necesarias nuevas explicaciones.

No insistiríamos tampoco en la labra de las piezas de la trompa, por ser este trabajo análogo á las muchas labras que vimos al tratar las trompas en toda su generalidad; si no fuera por la esencial particularidad que resulta de ser aquí casi forzoso para la completa estabilidad de la construcción, el que las dovelas de esta bóveda, y muy principalmente la de la clave, vengan formando cuerpo con los muros de la caja de escalera, para así evitar el excesivo balanceo de la pieza en virtud del mucho vuelo de que tiene necesidad al salvar todo el ancho del tramo ó meseta, subiendo de punto esta notable dificultad, en el momento que se ha fraccionado la pieza en dos partes, tal como se ha indicado poco há.

393. Expondremos al efecto, en sucinta reseña, las operaciones más principales para el labrado de la dovela que va unida al mismo trompillón, así como también en los muros de

caja que forman ángulo de la misma Téngase á la vista la proyección horizontal de esta piedra, con los entrantes y salientes con que está afectada en virtud de las distintas superficies que la informan, circunscribiendo en seguida á este contorno aparente, un rectángulo, cual servirá de base de un paralelepípedo, cuya altura sea la máxima de la piedra; esta altura está en $C'\ C''$ en el plano vertical. Este prisma, simplemente desvastado, es el que se indica en la Fig. 277, en la que $m\ t\ p\ r$ es la base.

Lábrese en la parte superior una superficie plana, no más lo suficiente extensa, para que en ella pueda colocarse á partir del vértice t la plantilla Σ, deducida de la proyección horizontal, y téngase en cuenta que esa plantilla lleva consigo la línea hiperbólica $a'\ b'$. En las caras superior é inferior trácense las líneas $l\ l'$, formando el triángulo $l\ r\ l'$ igual al del mismo nombre de la proyección horizontal, y en seguida se labrará el plano vertical $l\ l\ l'\ l'$, disponiendo en él la curva $a\ b$, la cual tenemos en verdadera magnitud en $l_1\ l_2$ en la Fig. 273, y en cuanto á los puntos de arranque a, b, estos vienen dados por la altura que tienen estos mismos puntos con relación á la horizontal $H\ C'$ en la proyección vertical. Ahora las curvas $a\ b$, $a'\ b'$ determinan la junta cónica discontinua que divide en dos piezas á la clave de la trompa.

Procédase al labrado del plano horizontal inferior del prisma auxiliar, y en él colóquese la plantilla $\tau\ \varphi\ C\ \psi\ \tau'$. Únase φ con ψ, levantando en seguida á la altura de la primera hilada y en dos de los planos verticales del prisma auxiliar las verticales $\tau\ \theta$, $\tau'\ \theta'$. Ahora, con el auxilio de la vertical $\tau\ \theta$ y de la horizontal $\tau\ \varphi$ se puede labrar el rectángulo de testa $\theta\ \tau\ \varphi\ \varphi'$, que será el primer ramal de hilada, correspondiente á un muro, haciendo igual operación en el otro ramal $\theta'\ \tau'\ \psi$. En el plano vertical levantado sobre $\varphi\ \psi$ se labrará la parte estrictamente necesaria para que pueda colocarse la circunferencia que constituye la línea de junta del trompillón $\varphi\ x\ z\ \psi$, y en esta situación se podrá ya labrar la superficie cónica de intradós, así de la dovela como la que corresponde al trompillón de vértice C y de generatrices de arranque $C\ \varphi$, $C\ \psi$. Para con respecto á la junta cónica del trompillón, convendrá labrar antes los planos horizontales de asiento, tales como el $e\ \theta\ \varphi'\ \rho$ correspondiente á los dos ramales de la primera hilada del muro de recinto, y así labrar con mucho cuidado el plano vertical que pasa por la horizontal

$\rho\,\varphi'$ y la vertical $\varphi\,\varphi'$, hasta tanto que en este plano pueda colocarse exactamente la plantilla triangular mixtilínea $\rho\,\varphi'\,\varphi$, la que ya una vez colocada, será la directriz curvilínea $\rho\,\varphi$ que, junto con la línea base del trompillón, servirán de directrices para dicha superficie cónica de junta, señalando al efecto, en ambas, puntos de marca convenientemente pareados, los que darán las generatrices que han de engendrar dicha superficie. Ahora, las líneas $v\,a'$, $a'\,a$, $a\,x$, $x\,\rho$ determinarán la junta $\triangle'$, la cual puede ya cortarse y hacer la comprobación con la plantilla.

Finalmente, las verticales tales como $d\,e$, una vez señalada y que salven la altura de la primera á la segunda hilada del muro, limitarán en planos tales como $e\,d\,q$, la que pudiéramos llamar muy bien cola de empotramiento de la piedra, formando un prisma vertical de base Σ, cual apéndice es el que va embebido en el muro.

La Fig. 278, indica en perspectiva la otra parte de la dovela fraccionada que ha de unirse con la que acabamos de detallar, llevando consigo los dos ramales correspondientes á la zanca.

394. Con motivo de dar más consistencia á la bóveda que forma el tramo de la bajada, puede sustituirse, conforme muestra la Fig. *j*, el cilindro inclinado por medio de una superficie envolvente, lugar geométrico de las posiciones que ocupa en el espacio, una línea arqueada que apoyándose sobre los arcos de la trompa, va disminuyendo de sagita, hasta que ésta sea nula, en cuyo caso, al terminar el movimiento, esto es, cuando la generatriz pase por los puntos de arranque, vendrá á confundirse con la línea recta del arranque de la bajada. En esta solución la nueva bóveda así engendrada trabajará mucho mejor, en virtud del contrarresto de la misma con las trompas entre las que está comprendida.

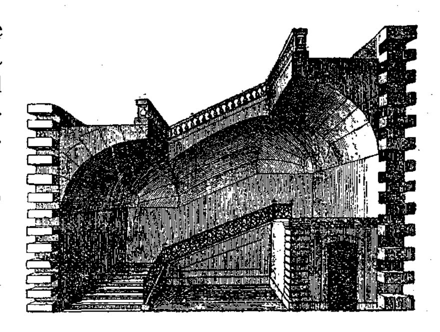


Fig. *j*

RETOQUE
y rectificación en las escaleras

395. Superfluo sería el intentar la reseña de estas operaciones en el sinnúmero y variedad de escaleras que pueden construirse, por lo que nos concretaremos no más á un pequeño número de ejemplos, los que por su especial distinción podrán servir de norma para inferir el modo como habríamos de obrar en los restantes casos, máxime siendo aun más sencillos.

Escalera circular de ojo. Se empezará á dibujar ó por mejor decir, señalar en el interior del muro cilíndrico de la caja, el perfil ó contorno de todos los peldaños, así como las mesetas, si es que existan en dicha escalera, pues así se tendrá un guía fijo al ir á colocar los peldaños, unos en pos de otros para alcanzar de una manera exacta los distintos puntos de altura á que se quiera subir.

Estos distintos puntos de altura, así como todo el perfil de los peldaños, se determinarán por medio de las abcisas curvilíneas tomadas sobre la base de la caja, mientras que las ordenadas serán sucesivamente las verticales que coincidan con las generatrices del cilindro. Aquí es necesario tener muy en cuenta que, atención hecha á que los trazos ya horizontales ó verticales que forman el contorno de los peldaños, es muy fácil que desaparezcan ó borren al perforar la caja de escalera en la parte que corresponde á la testa de los peldaños, cuando se trata de abrir la pequeña brecha para el debido empotramiento, así es que con este motivo conviene prolongar á derecha é izquierda las líneas horizontales, así como continuar de arriba á abajo las verticales, y así las primeras nos guiarán para la rectificación de las huellas y las segundas para las alturas de cada una de las piezas de peldaño.

Hecho esto, se dibujará al natural sobre un tablero bien plano y liso preparado al efecto por medio del cepillo, la curva de ojo de la escalera, marcando bien los puntos en que las aristas y molduras salientes de los peldaños vengan á cortar-

la; pudiendo en seguida, si se cree conveniente para facilitar la operación, cortar toda la madera interior que cae dentro la curva dibujada, y fijando clavos en cada uno de los puntos indicados, clavos que se tendrá cuidado de fijarlos todos en sentido bien perpendicular al plano de dicho tablero; así preparado éste, se dispondrá horizontalmente en la parte superior de la caja de escalera y de modo que el clavo correspondiente al peldaño de partida esté situado en la vertical que se levantó en el punto más saliente de la arista de este peldaño, operación que puede hacerse exactamente echando mano de una plomada pendiente del clavo de que se ha hecho mención, hasta que el extremo inferior de la plomada coincida con el punto saliente del referido peldaño, se comprende ahora como á medida que se vayan colocando los peldaños unos en pos de otros, puede ir comprobándose la verdadera situación que han de tomar en el espacio, valiéndonos de todos los clavos fijados en la curva del tablero, pendiendo sucesivamente en ellos las distintas plomadas que pasen en sus extremos inferiores, por todos los puntos en que aquéllos terminan en sus aristas salientes; así es, que estos puntos bien determinados, juntos con los dispuestos en la caja de la escalera, y correspondientes á los otros extremos de las aristas salientes y que ya á su tiempo se habrán marcado al dibujar el perfil de las testas, serán suficientes dos á dos, para la rectificación completa en la situación de estas aristas salientes. Excusado es decir, que para con respecto á la rectificación de todos los puntos concernientes á las testas curvilíneas hacia la parte del ojo, podránse emplear plomadas intermedias entre dos clavos consecutivos que fijan, según ya hemos visto, la curva proyección del ojo .

Mediante estas comprobaciones, que evidencian la cabal colocación de los peldaños de modo que todas sus aristas sean horizontales, como así aquél en toda su longitud (puesto que en el sentido del ancho de la huella se le suele dar una pequeña pendiente hacia delante, pendiente que no ha de exceder de unos dos milímetros, cual requisito contribuye á hacer más suave la subida), es que ya se tendrán fijadas en el espacio de una manera fija y segura las dos hélices del intradós, esto es, la señalada en la caja y la que corresponde á la línea de ojo, dividiendo, ahora con esto, estas dos hélices para seguir la rectificación de la superficie continua del citado intradós, tomando al efecto una regla de arista bastante viva para irla

resbalando sobre aquellas dos curvas, de modo que al mismo tiempo que conservándose horizontal vaya sucesivamente pasando por los puntos de marca que se correspondan dos á dos, como compañeros uno en una hélice y otro en otra; así iremos viendo la diferencia que presentar pudiera el labrado de esta superficie, rectificándola y retocándola por medio del cincel hasta lograr la coincidencia del canto de la regla.

Cuando se trata de una construcción de cantería, cuyo trabajo tuviera que cumplir con las reglas del arte, bastaría el simple corte de los peldaños y el buen ajuste de los mismos en las testas de la mayor anchura cuando van empotradas en el muro de caja para que todas las piezas reunieran la debida estabilidad; sin embargo, como en la práctica no se atienda á cumplir con aquellos requisitos con la debida escrupulosidad que la exactitud del trabajo requiera, ya por economía, ya para ahorrar tiempo ó ya por otros motivos que no es del caso enumerar, lo cierto es, que los peldaños vienen empotrados en el muro de caja, no sin que el efectuar esta operación se introduzca material de enlace, como lo es, mortero mezclado con pequeñas piedras como en forma de cuña, remachándolo todo en la junta del empotramiento, de manera que ésta se presente muy ahita, y así impedir por completo su juego.

396. Escalera de alma. Aun es más fácil la colocación y retoque de esta clase de escaleras que las construídas con el tipo anterior; en efecto, aquí en este caso tenemos el muro aislado del alma que nos va guiando, y con sólo cerciorarnos que ésta se conserva bien vertical y con exacta coincidencia en sus distintas secciones ó rajas, nos da ya un guía seguro para efectuar la exactitud en la colocación de las distintas piezas de peldaño.

Si los peldaños son independientes del alma es necesario, ante todo, proceder al dibujo sobre el cilindro de la misma de las testas de cada uno de los peldaños, trazando, al efecto, las distintas hélices, ya reales de la parte de intradós, ya imaginarias que pasarían por los puntos de ángulo de la parte de extradós, valiéndonos, al efecto, de los correspondientes desarrollos ó de abcisas y ordenadas, y efectuando en seguida la perforación de la parte de cilindro de alma de la faja angulosa que corresponde al tope de dichas testas, cuya perforación interesará no más al grueso que se quiere dar al em-

potramiento y de todo lo cual ya hablamos al tratar de esta clase de escaleras en los números 343 y 344.

Como quiera que cada arista saliente de peldaño tendrá dos puntos extremos completamente fijados, uno en el alma, otro en la caja, todo quedará reducido á la comprobación sucesiva dos á dos de los puntos compañeros, hasta que una regla que pase por ellos se conserve bien horizontal, pues de no cumplir este requisito sería cuestión de rectificar el punto que fuere necesario hasta cumplir tal disposición. Lo mismo se practicará para con respecto á la superficie de intradós para que sea bien continua y no exista la menor solución de continuidad, pues la regla, apoyándose sobre las dos hélices directrices, permaneciendo siempre horizontal, irá indicando en sus distintas posiciones la yuxtaposición de su arista con la generatriz del helizoide, y en caso contrario hará resaltar las protuberancias ó pequeñas concavidades que impidan á que dicha superficie sea continua, indicando con ellos los retoques que hay que llevar á cabo.

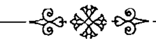
397. Bóveda de San Gil. Después de haber procedido al replanteo de los cilindros de caja y alma, habiendo tenido gran cuidado de comprobar bien la horizontalidad del plano que sirve de base, se procede á la colocación de los citados muros á una altura bastante y capaz para una vuelta de la escalera. Téngase ahora en cuenta que el alma de la escalera lleva ya consigo el primer arranque de la bóveda, y, por lo tanto, una vez los distintos tambores colocados, se hace preciso efectuar la comprobación de la hélice de este arranque, lo cual se consigue de dos maneras distintas, que son complemento una de otra; la una se reduce á tener esta hélice dibujada en el plano horizontal en donde se proyecta, según una circunferencia, en ella se marcan varios puntos desde los cuales se levantan plomadas, y si las verticales que ellas representan pasan exactamente por puntos de la hélice del espacio, siendo cada una de las verticales iguales á las alturas de los puntos correspondientes que están representados en el plano del dibujo, entonces podremos argüir que la hélice está bien colocada. En cuanto á su buen trazado y uniformidad en su curvatura, podrá comprobarse echando mano de una regla flexible que al encorvarla coincida exactamente con el trecho de la hélice que se ensaya, de no cumplirse estos dos requisitos será preciso retocar la piedra, tanteando la operación distintas veces hasta que se cumplan las condiciones antedichas, y aun podría llegar el caso de ser tan notoria la diferencia que se observe que hasta fuese ineficaz dicho retoque, y entonces no habría otro medio que cambiar el tambor que tuviera tal diferencia para sustituirle inmediatamente por otro.

Análoga operación se ha de practicar para el cilindro de caja, pues éste lleva también consigo el otro arranque de la bóveda, por lo que precisa trazar en el replanteo la circunferencia que representa la proyección horizontal de la hélice que lleva el vuelo máximo de esta hilada.

Comprobadas así estas dos hélices así como sus compañeras, esto es, las mismas del arranque en donde esta bóveda especial viene acordándose por una parte con el cilindro del alma y por otra con el de caja, puede ya procederse inmediatamente á la colocación de las dovelas superiores. Para llevar á feliz término esta operación nos podemos valer de una pequeña cimbra, tal como la que empleamos en el núm. 283 (1.ª parte), para un cañón seguido, marcándose en ella como allí las alturas y vuelos de los distintos puntos de hilada. Para la colocación de estas cimbras se irán con mucho cuidado señalando puntos en las dos hélices de arranque, marcándolos de tal modo que dos á dos, uno en una hélice, otro en la otra, sean de nivel, y de modo que la recta horizontal que por ellos pase vaya á cortar al eje del alma; en una palabra, sea uno de tantos radios que puedan trazarse en el ánulo que forman los dos cilindros al girar, ya subiendo ó ya bajando. Se concibe ahora que cada uno de ellos, el que nosotros creamos más conveniente, podrá servir de guía para colocar el cerchón antes indicado, el que, conservándose bien vertical y coincidiendo su línea inferior con la horizontal antedicha, podrá servir de norma para la colocación de las dovelas intermedias, en cuyas líneas de junta normales al arco circular puede tener lugar su rectificación, auxiliándonos, ya la regla de alturas, ya también el regulador de juntas, usándolos en el modo y forma como vimos en la primera parte en el ya citado párrafo. Estas operaciones, repetidas en todos los trechos sucesivos de la escalera, terminarán por completo la simple colocación. Faltará no más completar el trabajo con la operación supletoria, esto es, del refino ó retoque de la superficie de intradós, anular helizoidal, para que la superficie se presente bien continua, y las hélices de junta sin ninguna solución de continuidad. Se consigue esto muy fácilmente toman-

do cerchas parciales para cada hilada, cerchas medidas y cortadas según el trozo de arco generador, las cuales se hacen resbalar, girando á la par que subiendo y bajando, por la superficie de intradós ya trabajada, conservándose esta cercha siempre en un plano vertical, coincidiendo todo lo posible con la dirección de los radios de la escalera, observando en sus distintas posiciones, si coincide ó no con la parte de superficie de intradós recorrida, y en el segundo caso, notándose falta de conformidad en la superposición, se procederá al retoque, ya descargando parte de la piedra ó supliendo la carencia de ella, si el caso lo exige, cosa que no más se realizará en último extremo, esto es, cuando la falta sea muy notoria.

Finalmente, construída ya la bóveda, se procederá á la colocación de los peldaños encima de la misma, dibujando previamente sus testas, en los paramentos curvilíneos de los cilindros de alma y caja, insiguiendo los principios que detallamos al referir estas operaciones en la escalera del alma. Los peldaños, al asentarse sobre la bóveda, lo harán con el auxilio de un buen macizo de mampostería intermedia entre la parte inferior del peldaño (que aquí no estará labrada con pulcritud) y el extradós de la referida bóveda.



ÍNDICE

CAPÍTULO PRIMERO

BÓVEDAS PLANAS

CAPÍTULO II

BÓVEDAS POR ARISTA

CAPÍTULO III

BÓVEDAS EN RINCÓN DE CLAUSTRO

CAPITULO IV

BÓVEDA POR ARISTA ANULAR EN CONOIDE

CAPITULO V

LUNETOS

CAPITULO VI

BÓVEDAS GÓTICAS

CAPITULO VII

ESCALERAS

